

Тема: Розв'язування типових задач

Мета:

- *Навчальна:* навчати розв'язувати задачі, які передбачають застосування означення показникової функції, властивості показникової функції та властивості степенів з дійсним показником;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння математичною мовою висловлювати власну думку; правильно користуватись термінологією, пов'язаною з вивченою темою;
- *Виховна:* виховувати наполегливість; вміння робити правильні висновки та бачити кінцеву мету;

Компетенції:

- *Спілкування державною мовою:* розуміти, пояснювати і перетворювати тексти математичних задач (усно і письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас

Тип уроку: удосконалення умінь і навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання, презентер;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

- Яку функцію називають показниковою?
- Чи може показникова функція перетнути вісь абсцис?
- Які властивості має степінь з дійсним показником?
- Зобразіть схематично графік функції $y = a^x$ при $a > 1$; при $0 < a < 1$
- Через яку точку проходять всі графіки всіх показникових функцій?
- Користуючись побудованими графіками показникових функцій, охарактеризуйте всі їх властивості

- Що називають експонентою?
- Яку цікаву особливість має експонента?
- За якої умови показникова функція зростає? А за якої – спадає?
- Чи може значення показникової функції бути від’ємним?
- Чи може значення показникової функції дорівнювати нулю?

III. Розв’язування задач

№1

Укажіть, які з даних функцій є зростаючими, а які – спадними:

1) $y = 10^x$	2) $y = \left(\frac{5}{9}\right)^x$	3) $y = 2^{-x}$
4) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$	5) $y = 2^x \cdot 3^x$	6) $y = 12^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x$

Розв’язок:

Функції, що мають основу $a > 1$ будуть зростаючими.

Функції, що мають основу $0 < a < 1$ будуть спадними.

Відповідь:

Зростаючі – 1, 4, 5.

Спадні – 2, 3, 6.

№2

Порівняйте із числом 1 додатне число a , якщо:

1) $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{2}{3}}$	2) $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{2}}$
3) $a^{-0,3} > a^{1,4}$	4) $a^{-\sqrt{7}} < a^{1,2}$

Розв’язок:

1) $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{2}{3}}$

Запишемо $a^{\frac{2}{3}}$ як $a^{\frac{4}{6}}$, отримаємо $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{4}{6}} \Rightarrow$ ф-я зростаюча, так як більшому значенню показника степеня відповідає більше значення функції $\Rightarrow a > 1$

2) $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{2}}$

Меншому значенню показника степеня відповідає більше значення функції $\Rightarrow$ функція спадна $\Rightarrow 0 < a < 1$

3) $a^{-0,3} > a^{1,4}$

Меншому значенню показника степеня відповідає більше значення функції $\Rightarrow$ функція спадна $\Rightarrow 0 < a < 1$

4) $a^{-\sqrt{7}} < a^{1,2}$

Більшому значенню показника степеня відповідає більше значення функції $\Rightarrow a > 1$

№3

Спростіть вираз:

1) $(a^{\sqrt{5}} + 2)(a^{\sqrt{5}} - 2) - (a^{\sqrt{5}} + 3)^2$

2) $\frac{a^{2\sqrt{3}} - b^{2\sqrt{2}}}{(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}})^2} + 1$

3) $\frac{a^{2\sqrt{7}} - a^{\sqrt{7}}}{a^{4\sqrt{7}} - a^{3\sqrt{7}}}$

Розв'язок:

1) $(a^{\sqrt{5}} + 2)(a^{\sqrt{5}} - 2) - (a^{\sqrt{5}} + 3)^2 = (a^{\sqrt{5}})^2 - 2^2 - (a^{\sqrt{5}})^2 - 6a^{\sqrt{5}} - 9 = -6a^{\sqrt{5}} - 11$

2) $\frac{a^{2\sqrt{3}} - b^{2\sqrt{2}}}{(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}})^2} + 1 = \frac{(a^{\sqrt{3}})^2 - (b^{\sqrt{2}})^2}{(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}})^2} + 1 = \frac{(a^{\sqrt{3}} - b^{\sqrt{2}})(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}})}{(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}})^2} + 1 = \frac{a^{\sqrt{3}} - b^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}}} + 1 = \frac{a^{\sqrt{3}} + a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}}} = \frac{2a^{\sqrt{3}}}{a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{2}}}$

3) $\frac{a^{2\sqrt{7}} - a^{\sqrt{7}}}{a^{4\sqrt{7}} - a^{3\sqrt{7}}} = \frac{a^{\sqrt{7}}(a^{\sqrt{7}} - 1)}{a^{3\sqrt{7}}(a^{\sqrt{7}} - 1)} = a^{\sqrt{7} - 3\sqrt{7}} = a^{-2\sqrt{7}} = \frac{1}{a^{2\sqrt{7}}}$

№4

Знайдіть найбільше значення функції $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$ на проміжку від $[-2; 3]$

Розв'язок:

$0 < \frac{1}{6} < 1 \Rightarrow$ функція y – спадна, отже при більшому значенні степеня функції отримуємо менше значення функції $\Rightarrow$ свого найбільшого значення ця функція набуває при найменшому значенні на проміжку, тобто при $x = -2$.

$$y(-2) = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} = 6^2 = 36$$

№5

Знайдіть область значень функції:

1) $y = -9^x$	2) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x + 1$
3) $y = 7^x - 4$	4) $y = 6^{ x }$

Розв'язок:

1) $y = -9^x$

- ☐ Що ми знаємо про « x » для показникової функції ($x \in \mathbb{R}$)
- ☐ Чи можемо у цьому випадку отримати додатне значення функції?
(Ні, так як перед функцією стоїть знак « $-$ », кожне значення буде від'ємним)

$$E(f) = (-\infty; 0)$$

2) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x + 1$

- ☐ Чи можемо отримати від'ємне значення з « $\left(\frac{1}{5}\right)^x$ »?
(Ні, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$)
- ☐ Чи можемо у такому разі отримати значення, менше за 1?
(Ні, кожне отримане значення буде додатне і до нього ще буде додаватися 1)
- ☐ Який робимо висновок?

$$E(f) = (1; +\infty)$$

3) $y = 7^x - 4$

- ☐ Міркуючи аналогічно, що можемо сказати про область значень цієї функції?
(Кожне отримане значення буде додатне, тобто отримати значення менше за « -4 » ми не зможемо)

$$E(f) = (-4; +\infty)$$

4) $y = 6^{|x|}$

- ☐ Чи можемо тримати значення функції менше за 1? Якщо так, чому?
(Модуль (або абсолютна величина) – це значення, величина або число, яке не залежить від знака. Тому в цій функції ми ніколи не зможемо тримати значення, менше за одиницю, так як для того, щоб отримати значення менше за одиницю нам необхідно дане число піднести до від'ємного степеня.)
- ☐ Чи можемо тримати значення функції рівне 1?
(Так, $|0| = 0$, $6^0 = 1$)
- ☐ Який робимо висновок?
(Всі значення функції будуть додатними, починаючи від 1)

$$E(f) = [1; +\infty)$$

Розв'яжіть нерівність:

1) $2^x > -1$

- ☐ Чи можемо отримати від'ємне значення?

(Ні, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$)

- ☐ Який робимо висновок?

(Рівність буде виконуватися при будь-якому значенні «х», так як будь-яке додатне значення більше від'ємного числа)

$x \in (-\infty; +\infty)$

2) $2^{\sqrt{x}} > -2$

- ☐ Що можемо сказати про корінь парного степеня?

(Корінь парного степеня із від'ємного числа не існує у області дійсних чисел, оскільки при піднесенні будь-якого дійсного числа до степеня з парним показником результатом буде невід'ємне число)

- ☐ Чи задовольняє нуль нашу рівність?

(Так, корінь будь-якого натурального степеня від нуля – нуль. $2^0 = 1, 1 > -2$)

- ☐ Який робимо висновок?

(Рівність буде виконуватися при будь-яких додатних числах, включаючи нуль)

$x \in [0; +\infty)$

Установіть графічно кількість коренів рівняння:

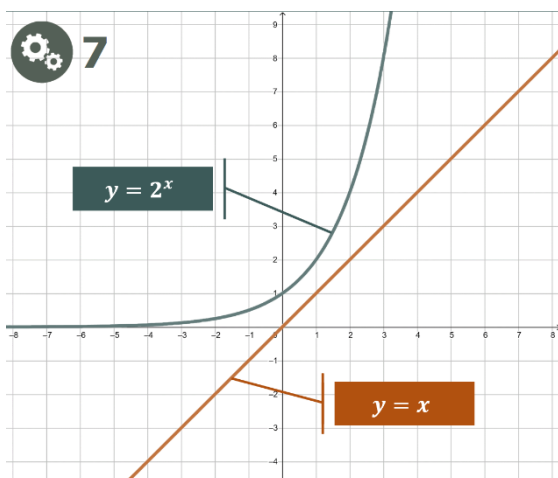
1) $2^x = x$

2) $2^x = \sin \sin x$

3) $2^{-x} = 2 - x^2$

Розв'язок:

1) $2^x = x$

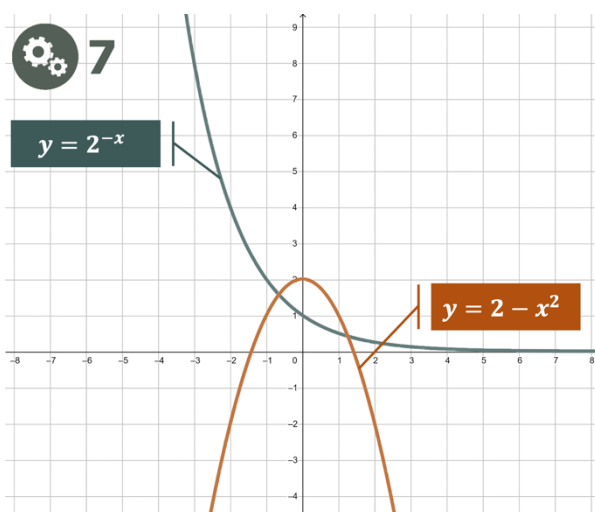
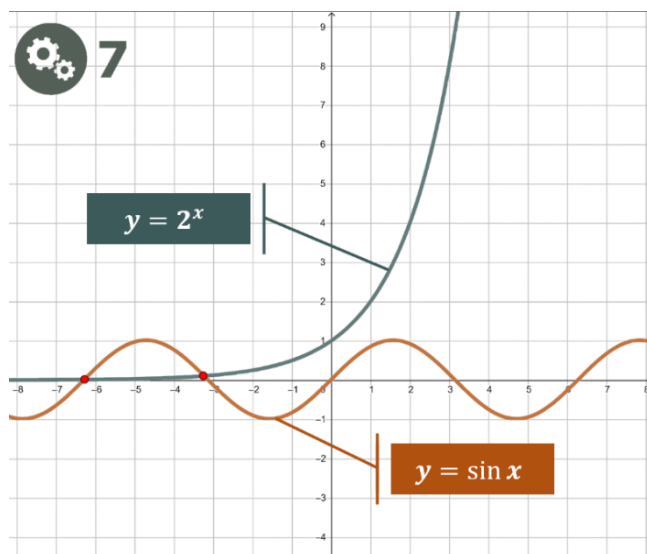


- ☐ Який робимо висновок?

(Графіки функцій не перетинаються, коренів немає)

2) $2^x = \sin \sin x$

- ☐ Скільки разів перетнуться отримані графіки?
(Графіки перетнуться безліч разів, отже отримаємо безліч коренів)



3) $2^{-x} = 2 - x^2$

- ☐ Скільки отримали коренів?
(Отримали два корені)

Відповідь: 1 – коренів немає; 2 – безліч коренів; 3 – два корені.

№8

Побудуйте графік функції $y = \sqrt{2^{\cos \cos x} - 2}$

Розв'язок:

Знайдемо область визначення функції:

$2^{\cos \cos x} - 2 \geq 0$ (Так як корінь парного степеня із від'ємного числа не існує у області дійсних чисел)

$$2^{\cos \cos x} \geq 2^1$$

$$\cos \cos x \geq 1$$

$$\cos \cos x \geq 1 \mid \cos \cos x \leq 1 \mid \Rightarrow \cos \cos x = 1$$

$$\cos \cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = \sqrt{2^{\cos \cos x} - 2} \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ (тобто значення } \cos \cos x = 1 \text{ постійно)} \Rightarrow y = \sqrt{2^1 - 2} = \sqrt{0} = 0$$

Отже графіком даної функції є всі точки з координатами $(2\pi n; 0)$

IV. Підсумок уроку

- Яку функцію називають показниковою?
- Чи може показникова функція перетнути вісь абсцис?
- Які властивості має степінь з дійсним показником?
- Зобразіть схематично графік функції $y = a^x$ при $a > 1$; при $0 < a < 1$
- Через яку точку проходять всі графіки всіх показникових функцій?
- Користуючись побудованими графіками показникових функцій, охарактеризуйте всі їх властивості
- Що називають експонентою?
- Яку цікаву особливість має експонента?
- За якої умови показникова функція зростає? А за якої – спадає?
- Чи може значення показникової функції бути від'ємним?
- Чи може значення показникової функції дорівнювати нулю?

V. Домашнє завдання

Повторити §1 (ст. 6-9) Виконати № 1.9; 1.13; 1.20; 1.23;	Мерзляк А.Г.
Повторити §1 Виконати № 1.13; 1.15; 1.33; 1.36; 1.44	Істер О.С.
Повторити §1 Виконати № 1.4; 1.5; 1.8;	Нелін Є.П.
Повторити §1 Виконати № 21; 34; 35;	Бевз Г.П.