

MODUL AJAR DEEP LEARNING
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA (TINGKAT LANJUT)
BAB 1: BILANGAN KOMPLEKS

A. IDENTITAS MODUL

Nama Sekolah :
Nama Penyusun :
Mata Pelajaran : **Matematika (Tingkat Lanjut)**
Kelas / Fase /Semester : **XI/ F / Ganjil**
Alokasi Waktu : **12 x 45 menit (6 Pertemuan)**
Tahun Pelajaran : **20.../ 20...**

B. IDENTIFIKASI KESIAPAN PESERTA DIDIK

Peserta didik kelas XI yang mengambil Matematika Tingkat Lanjut umumnya telah memiliki pemahaman yang kuat tentang bilangan real, operasi aljabar dasar, fungsi kuadrat, dan akar kuadrat, termasuk akar kuadrat dari bilangan negatif yang mungkin pernah disinggung sebagai "tidak ada solusi real". Mereka terbiasa dengan pemecahan masalah matematika dan penalaran logis. Keterampilan yang dimiliki meliputi kemampuan perhitungan, manipulasi aljabar, dan interpretasi grafik sederhana. Namun, konsep tentang bilangan yang melibatkan -1 (bilangan imajiner) dan perluasannya menjadi bilangan kompleks mungkin merupakan hal yang sama sekali baru dan membutuhkan penyesuaian cara berpikir. Mereka mungkin belum terbiasa dengan representasi geometri bilangan kompleks.

C. KARAKTERISTIK MATERI PELAJARAN

Materi "Bilangan Kompleks" mencakup jenis pengetahuan konseptual, prosedural, dan sedikit penalaran abstrak. Relevansi dengan kehidupan nyata peserta didik mungkin tidak langsung terlihat dalam kegiatan sehari-hari, namun sangat fundamental dalam berbagai bidang ilmu terapan seperti fisika (listrik, gelombang), teknik (elektronika, sinyal), dan matematika itu sendiri (persamaan diferensial, analisis fungsional). Tingkat kesulitan materi ini tergolong tinggi karena memperkenalkan jenis bilangan baru dan konsep-konsep abstrak seperti argumen dan modulus yang membutuhkan visualisasi. Struktur materi bersifat hierarkis dan spiral, dimulai dari pengenalan bilangan imajiner, definisi bilangan kompleks, operasi dasarnya, hingga representasi geometri dan sifat-sifat lanjut. Integrasi nilai dan karakter dapat dilakukan melalui pengembangan ketelitian, ketekunan dalam memecahkan masalah kompleks, keberanian dalam berpikir di luar kebiasaan (terhadap konsep bilangan), dan apresiasi terhadap keindahan struktur matematika.

D. DIMENSI PROFIL LULUSAN PEMBELAJARAN

Berdasarkan materi dan tujuan pembelajaran, dimensi lulusan yang akan dicapai adalah:

- **Penalaran Kritis:** Peserta didik mampu menganalisis konsep bilangan kompleks,

membandingkan dengan bilangan real, dan mengaplikasikannya dalam berbagai operasi dan sifat.

- **Kreativitas:** Peserta didik mampu menemukan berbagai cara untuk menyelesaikan masalah bilangan kompleks, termasuk representasi visual atau non-konvensional.
- **Kemandirian:** Peserta didik mampu memahami dan menyelesaikan masalah bilangan kompleks secara mandiri, serta mencari sumber belajar tambahan jika diperlukan.
- **Komunikasi:** Peserta didik mampu menjelaskan konsep dan solusi masalah bilangan kompleks secara lisan maupun tertulis dengan jelas dan logis.

DESAIN PEMBELAJARAN

A. CAPAIAN PEMBELAJARAN (CP) NOMOR : 32 TAHUN 2024

Pada akhir fase F, peserta didik mampu mengidentifikasi dan memahami konsep bilangan kompleks, melakukan operasi aljabar pada bilangan kompleks, serta menentukan konjugat, modulus, dan argumen bilangan kompleks beserta sifat-sifatnya, untuk menyelesaikan permasalahan matematika yang relevan.

B. LINTAS DISIPLIN ILMU YANG RELEVAN

- **Fisika:** Analisis rangkaian listrik AC, teori gelombang, optika, dan mekanika kuantum yang banyak menggunakan bilangan kompleks.
- **Teknik:** Elektronika, telekomunikasi, kontrol sistem, pemrosesan sinyal.
- **Kimia:** Beberapa aspek teori orbital molekul dan fisika kuantum.
- **Informatika:** Algoritma pemrosesan sinyal digital dan grafika komputer.

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pertemuan 1-2: Pengenalan Bilangan Kompleks dan Operasi Dasar

- Peserta didik dapat menjelaskan pengertian bilangan imajiner dan bilangan kompleks dengan tepat setelah mengikuti penjelasan guru dan membaca buku.
- Peserta didik dapat melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan kompleks dengan benar setelah berlatih soal.
- Peserta didik dapat melakukan operasi perkalian bilangan kompleks dengan akurat setelah memahami konsep dasar.

Pertemuan 3-4: Konjugat, Modulus, dan Argumen

- Peserta didik dapat menentukan konjugat dari suatu bilangan kompleks dengan tepat.
- Peserta didik dapat menghitung modulus (nilai mutlak) dari suatu bilangan kompleks dengan benar.
- Peserta didik dapat menentukan argumen (sudut) dari suatu bilangan kompleks pada bidang kompleks.
- Peserta didik dapat merepresentasikan bilangan kompleks pada bidang kompleks (bidang Argand) dengan benar.

Pertemuan 5-6: Sifat-Sifat Bilangan Kompleks dan Pembagian

- Peserta didik dapat mengidentifikasi dan menerapkan sifat-sifat konjugat, modulus, dan argumen bilangan kompleks dalam perhitungan.
- Peserta didik dapat melakukan operasi pembagian bilangan kompleks dengan benar menggunakan konsep konjugat.
- Peserta didik dapat menyelesaikan masalah sederhana yang melibatkan operasi dan sifat bilangan kompleks.

D. TOPIK PEMBELAJARAN KONTEKSTUAL

- **Sejarah Penemuan Bilangan Kompleks:** Bagaimana bilangan kompleks muncul untuk menyelesaikan persamaan yang tidak memiliki solusi real (misalnya, persamaan kuadrat dengan diskriminan negatif).
- **Visualisasi pada Bidang Argand:** Bagaimana bilangan kompleks dapat

divisualisasikan sebagai vektor atau titik pada bidang dua dimensi, mirip dengan koordinat kartesius.

- **Aplikasi Sederhana (Konseptual):** Diskusi singkat tentang bagaimana bilangan kompleks digunakan dalam teknik kelistrikan (misalnya, representasi impedansi dalam rangkaian AC) atau pemrosesan sinyal, meskipun tidak sampai pada perhitungan detail.

E. KERANGKA PEMBELAJARAN

PRAKTIK PEDAGOGIK:

- **Metode Pembelajaran Berbasis Proyek (Mini Proyek):** Peserta didik dalam kelompok akan membuat "Peta Konsep Interaktif Bilangan Kompleks" yang mencakup definisi, operasi, konjugat, modulus, argumen, dan sifat-sifatnya, bisa dilengkapi dengan contoh soal dan representasi visual. Proyek ini dapat disajikan dalam bentuk digital (PowerPoint interaktif, Prezi) atau fisik (poster besar).
- **Diskusi Kelompok:** Diskusi mendalam untuk memecahkan soal-soal tantangan, menganalisis konsep, dan saling berbagi pemahaman.
- **Eksplorasi Konsep (Bukan Lapangan/Wawancara Langsung):** Melalui simulasi interaktif online (misalnya, Geogebra) untuk memvisualisasikan operasi dan sifat bilangan kompleks pada bidang Argand.
- **Presentasi:** Menyajikan hasil proyek dan diskusi kelompok di depan kelas, menjelaskan langkah-langkah penyelesaian masalah.

MITRA PEMBELAJARAN:

- **Lingkungan Sekolah:** Guru Fisika atau mata pelajaran lain yang relevan (jika ada) untuk memberikan perspektif aplikasi bilangan kompleks.
- **Lingkungan Luar Sekolah/Masyarakat:** Tidak ada mitra eksternal langsung yang relevan untuk bab ini, fokus pada sumber belajar digital dan akademik.

LINGKUNGAN BELAJAR:

- **Ruang Fisik:** Kelas yang mendukung diskusi kelompok dan kerja proyek, dengan akses ke papan tulis/layar untuk visualisasi konsep.
- **Ruang Virtual:** Pemanfaatan Google Classroom sebagai pusat informasi, pengumpulan tugas, dan forum diskusi daring. Penggunaan platform simulasi matematika interaktif.
- **Budaya Belajar:** Mendorong budaya kolaboratif dalam memecahkan masalah yang kompleks. Meningkatkan partisipasi aktif melalui tanya jawab dan presentasi. Membangun rasa ingin tahu dengan menantang peserta didik untuk berpikir di luar batas bilangan real.

PEMANFAATAN DIGITAL:

- **Perpustakaan Digital:** Mengarahkan peserta didik untuk mencari referensi tambahan dari e-book matematika, jurnal ilmiah online (jika relevan dan dapat diakses), atau situs web edukasi terkemuka (misalnya, Khan Academy, Wolfram Alpha).
- **Forum Diskusi Daring:** Menggunakan fitur forum di Google Classroom untuk mendiskusikan soal-soal sulit atau konsep yang membingungkan secara asinkron.
- **Penilaian Daring:** Penggunaan Google Forms atau platform kuis daring (misalnya, Quizizz, Kahoot) untuk asesmen formatif dan diagnostik.
- **Software Matematika (Opsional):** Penggunaan software seperti GeoGebra, Desmos, atau Wolfram Alpha untuk visualisasi dan verifikasi perhitungan bilangan kompleks.

F. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN BERDIFERENSIASI

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

- **Prinsip Pembelajaran Berkesadaran (Mindful Learning):** Guru memulai pembelajaran dengan pertanyaan pemantik yang mengajak peserta didik untuk fokus pada keterbatasan bilangan real. Contoh: "Bagaimana cara kita mencari solusi untuk $x^2+1=0$?" atau "Apakah semua masalah matematika dapat diselesaikan hanya dengan bilangan yang sudah kita kenal (bilangan real)?" Guru dapat menayangkan video singkat tentang sejarah munculnya bilangan imajiner/kompleks.
- **Prinsip Pembelajaran Bermakna (Meaningful Learning):** Guru mengaitkan konsep bilangan kompleks dengan kebutuhan penyelesaian masalah yang lebih luas dalam matematika dan ilmu terapan. Meskipun aplikasinya di SMA mungkin belum detail, guru bisa memberikan gambaran umum tentang pentingnya di fisika atau teknik. Contoh: "Ternyata, ada jenis bilangan baru yang sangat penting dalam pengembangan teknologi modern seperti listrik dan sinyal radio!"
- **Prinsip Pembelajaran Menggembirakan (Joyful Learning):** Melakukan kuis singkat (misalnya, dengan Kahoot) tentang operasi bilangan real dasar yang relevan atau tebak-tebakan matematika untuk membangun suasana positif.

KEGIATAN INTI (100 MENIT)

Prinsip Pembelajaran Memahami (Bermakna):

- **Pengenalan Konsep:** Guru menjelaskan konsep bilangan imajiner ($i=-1$) dan bilangan kompleks ($a+bi$) dengan analogi yang mudah dipahami. Penggunaan visualisasi pada bidang Argand sejak awal untuk membantu pemahaman abstrak.
- **Eksplorasi Konsep:** Peserta didik secara individu atau berpasangan mengeksplorasi contoh-contoh operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian bilangan kompleks dari buku atau sumber digital.
- **Studi Kasus Matematika:** Memberikan contoh-contoh persamaan yang hanya dapat diselesaikan dengan bilangan kompleks.
- **Diferensiasi Konten:** Bagi siswa yang cepat memahami, dapat diberikan materi pengayaan tentang bentuk polar atau teorema De Moivre. Bagi yang kesulitan, guru dapat memberikan contoh-contoh yang lebih sederhana dan pendampingan personal.

Prinsip Pembelajaran Mengaplikasi (Menggembirakan):

- **Latihan Soal Berjenjang:** Menyediakan beragam soal latihan dari tingkat dasar hingga kompleks, memungkinkan peserta didik memilih tingkat kesulitan yang sesuai atau secara bertahap meningkatkan kemampuan.
- **Permainan Matematika:** Mengadakan "pertandingan" kecil antar kelompok dalam menyelesaikan soal-soal operasi bilangan kompleks dengan cepat dan tepat.
- **Mini Proyek "Peta Konsep Interaktif":** Peserta didik bekerja dalam kelompok untuk membuat peta konsep interaktif atau infografis digital yang merangkum semua konsep dan operasi bilangan kompleks yang telah dipelajari. Ini mendorong kreativitas dan penerapan pemahaman mereka.

Prinsip Pembelajaran Merefleksi (Berkesadaran, Bermakna):

- **Refleksi Individu:** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan di buku catatan mereka: "Apa hal tersulit yang saya pahami tentang bilangan kompleks hari ini?" dan "Bagaimana saya akan mengatasi kesulitan ini di masa depan?"

- **Diskusi Kelas:** Memfasilitasi diskusi tentang "Apa yang membuat bilangan kompleks ini 'kompleks' bagi kita?" dan "Bagaimana pemahaman kita tentang bilangan ini meluaskan cara kita berpikir tentang matematika?"
- **Umpan Balik Cepat:** Guru meminta siswa untuk mengangkat jari (1-5) untuk menunjukkan tingkat pemahaman mereka tentang materi hari itu, lalu memilih beberapa siswa untuk menjelaskan mengapa mereka memberikan skor tersebut.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan umpan balik umum mengenai kemajuan belajar, mengapresiasi upaya siswa dalam menghadapi konsep baru, dan memberikan saran untuk area yang masih perlu ditingkatkan.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru bersama peserta didik merangkum konsep-konsep kunci bilangan kompleks, termasuk pengertian, operasi, konjugat, modulus, dan argumen, serta pentingnya mereka dalam konteks matematika yang lebih luas.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru memberikan gambaran singkat tentang topik berikutnya atau memberikan tugas rumah yang menantang untuk mempersiapkan siswa. Guru juga bisa meminta ide dari siswa tentang metode belajar yang paling efektif untuk mereka di pertemuan selanjutnya.

G. ASESMEN PEMBELAJARAN

ASESMEN AWAL PEMBELAJARAN

- **Observasi:** Mengamati respons peserta didik terhadap pertanyaan pemantik tentang akar negatif atau persamaan kuadrat yang tidak memiliki solusi real.
- **Kuesioner/Soal Pra-tes:** Memberikan 5 soal singkat untuk mengukur pemahaman dasar tentang bilangan real, akar kuadrat, dan kemampuan aljabar dasar.

SOAL ASESMEN AWAL CONTOH:

1. Tentukan nilai dari $16!$
2. Apakah -4 memiliki solusi dalam bilangan real? Mengapa?
3. Sederhanakan bentuk aljabar $(2x+3)-(x-5)!$
4. Tentukan solusi real dari persamaan kuadrat $x^2-4=0!$
5. Menurut Anda, apakah ada jenis bilangan lain selain bilangan bulat, pecahan, dan bilangan real yang mungkin ada dalam matematika? Jika ya, mengapa?

ASESMEN PROSES PEMBELAJARAN

- **Tugas Harian:** Penugasan individu berupa latihan soal-soal operasi bilangan kompleks, menentukan konjugat, modulus, atau argumen.
- **Diskusi Kelompok:** Penilaian observasi terhadap partisipasi, kualitas argumen, dan kemampuan kolaborasi dalam memecahkan soal-soal kelompok.
- **Presentasi (Mini):** Peserta didik mempresentasikan hasil penyelesaian satu atau dua soal yang kompleks atau menjelaskan konsep tertentu di depan kelas.

SOAL ASESMEN PROSES CONTOH (PERTEMUAN 3-4):

1. Diberikan bilangan kompleks $z_1=3+2i$ dan $z_2=1-4i$. Hitunglah z_1+z_2 dan $z_1-z_2!$
2. Jika $z=5-3i$, tentukan konjugat dari z dan hitunglah modulus dari $z!$

3. Gambarkan bilangan kompleks $z=-2+2i$ pada bidang Argand dan tentukan argumen utamanya!
4. Jelaskan mengapa $i^2=-1$ adalah konsep kunci dalam memahami bilangan kompleks!
5. Bagaimana representasi bilangan kompleks pada bidang Argand dapat membantu kita memahami operasi penjumlahan dan pengurangan?

ASESMEN AKHIR PEMBELAJARAN

- **Jurnal Reflektif:** Peserta didik menulis jurnal reflektif tentang pemahaman mereka terhadap bilangan kompleks, tantangan yang dihadapi, strategi belajarnya, dan bagaimana konsep ini mengubah pandangan mereka tentang matematika.
- **Tes Tertulis:** Tes tertulis komprehensif mencakup semua konsep dan operasi bilangan kompleks, dengan soal-soal yang membutuhkan penalaran dan pemecahan masalah.
- **Tugas Akhir/Proyek:** "Peta Konsep Interaktif Bilangan Kompleks" atau "Aplikasi Sederhana Bilangan Kompleks" (jika memungkinkan, misalnya membuat simulasi visual pergeseran titik pada bidang Argand).

SOAL ASESMEN AKHIR CONTOH:

1. Diberikan dua bilangan kompleks $z_1=4-3i$ dan $z_2=-1+2i$. Hitunglah: a) $z_1 \cdot z_2$ dan b) $z_2 z_1$!
2. Jika $z=-3-i$, tentukan: a) modulus dari z , b) argumen utama dari z , dan c) gambarkan z pada bidang kompleks!
3. Jelaskan secara komprehensif mengapa bilangan kompleks diperlukan dalam penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$ ketika diskriminannya negatif! Berikan contoh persamaan tersebut.
4. Diberikan $z_1=a+bi$ dan $z_2=c+di$. Buktikan bahwa $z_1+z_2=z_1+z_2$ dan $|z_1 \cdot z_2|=|z_1| \cdot |z_2|$!
5. Bagaimana konsep bilangan kompleks dapat diaplikasikan secara konseptual dalam bidang fisika, khususnya dalam menganalisis rangkaian listrik arus bolak-balik (AC)? Jelaskan peran bagian real dan imajiner dalam konteks ini!