2) قواعد الحساب :

نشاط 4 : 17 صفحة 134

x عدد حقيقي ، $E(x)=-2(x+1)^2-3x+1$.

1) أحسب $E(0)$.

2) أنشر وبسط العبارة.

3) عوض x بالقيمة 0 في العبارة الناتجة ، هل تجد نفس النتيجة كما في السؤال أ) ؟

الحل :

1) $E(0)=-2(0+1)^2-3\times 0+1=-1$

2) $E(x)=-2(x+1)^2-3x+1$

$E(x)=-2(x^2+2x+1)-3x+1$

$E(x)=-2x^2-4x-2-3x+1$

$E(x)=-2x^2-7x-1$

3) $E(x)=-2\times 0-7\times 0-1=-1$ ونحصل على نفس النتيجة للسؤال أ) .

- النشر هو حذف الأقواس المتعلقة بالجداءات والمجاميع وكتابة العبارة على شكل مجموع حدود .
- التبسيط هو كتابة العبارة بأقل عدد ممكن من الحدود .
- حذف الأقواس المتعلقة بالمتطابقات الشهيرة :

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ؛ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ؛ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

- القيمة العددية لعبارة جبرية هي العدد الذي نحصل عليه ، في حالة وجوده ، عندما نعوض الحرف بأعداد .

تطبيق : 18 صفحة 134 أحسب عندما يكون ذلك ممكنا القيم العددية للعبارات الآتية من أجل قيم المتغيرات المعطاة .

أ) $A=x(x^2-1)$ ، $x=\sqrt{2}$.

ب) $B=\dfrac{x+y}{xy}$ ، $x=0$ و $y=-1$.

ج) $C=\sqrt{-x+3}$ ، $x=\dfrac{5}{3}$.

د) $D=\dfrac{x^2+1}{\sqrt{x-1}}$ ، $x=1$.

الحل :

1) $A=x(x^2-1)$ ، $x=\sqrt{2}$. بالتعويض نجد $A=\sqrt{2}$

2) لا يمكن التعويض لأنه $x=0$ قيمة ممنوعة .

3) $C=\sqrt{-\dfrac{5}{3}+3}$ أي : $C=\sqrt{\dfrac{4}{3}}$ معناه $C=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4) لا يمكن التعويض لأنه $x=1$ قيمة ممنوعة .

تطبيق : 19 صفحة 134 بين أن $(a+b)^3\neq a^3+b^3$.

الحل :

$(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$

$(a+b)^3=(a+b)(a^2+2ab+b^2)$

$(a+b)^3=a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

يكون $(a+b)^3=a^3+b^3$ إذا كان $3a^2b+3ab^2=0$ أي : $3ab(a+b)=0$ ومعناه $a=0$ أو $b=0$ أو $a=-b$.

إذن في الحالة العامة $(a+b)^3\neq a^3+b^3$.

تمرين 23 صفحة 135 أنشر ثم رتب كلا من العبارات التالية .

1) $A(x)=3(x-5)(x+3)$.

2) $B(x)=\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{x}{2}+4$

3) $C(x)=\dfrac{2}{3}x(2x+9)-5x+1$

الحل :

1) $A(x)=3(x-5)(x+3)$. $A(x)=3(x^2-5x+3x-15)$ ؛ $A(x)=3x^2-6x-45$.

$B(x)=-\frac{1}{6}x+\frac{13}{3}$ ؛ $B(x)=\frac{2x-3x}{6}+\frac{1+12}{3}$ ؛ $B(x)=\frac{x}{3}-\frac{x}{2}+\frac{1}{3}+4$ ؛ $B(x)=\frac{x+1}{3}-\frac{x}{2}+4$ (2

$C(x)=\frac{4}{3}x^2+x+1$ ؛ $C(x)=\frac{4}{3}x^2+6x-5x+1$ ؛ $C(x)=\frac{2}{3}x(2x+9)-5x+1$

تمرين : 24 صفحة 135

أنشر ثم رتب كلا من العبارات التالية .

أ) $(3x-\sqrt{2})^2$. ب) $(x+2)^2-(x+3)^2$. ج) $(-2x-5)(5+2x)$. د) $\left(2x+\frac{1}{3}\right)^2$.

الحل :

$(3x-\sqrt{2})^2=9x^2-6\sqrt{2}x+2$ $(x+2)^2-(x+3)^2=(x+2-x-3)(x+2+x+3)=-2x-5$

$(-2x-5)(5+2x)=-(4x^2+20x+25)=-4x^2-20x-25$. $\left(2x+\frac{1}{3}\right)^2=4x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{9}$.

تمرين : 27 صفحة 135

الصيغ المنشورة للعبارات الآتية لها الشكل ax^2+bx+c ، حيث a ، b ، c أعداد حقيقية . جد دون النشر ، العددين a ، c .

$(2x-1)(x+3)$ ؛ $4\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3)$ ؛ $(x\sqrt{2}-1)(2x+3)$

الحل :

$(2x-1)(x+3)$ لدينا : $a=2$ و $c=-3$.

$4\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3)$ لدينا : $a=4$ و $c=-6$.

$(x\sqrt{2}-1)(2x+3)$ لدينا : $a=2\sqrt{2}$ و $c=-3$.

تمرين : 28 صفحة 135

دون استعمال النشر ، عين صيغة العبارة $2x^2-5x+2$.

$(x-2)(1-2x)$ ؛ $(x-2)(2x-1)$ ؛ $(x-1)(x-2)$.

الحل :

$2x^2-5x+2=(x-2)(2x-1)$ لأن $a=2$ و $c=2$. بينما $(x-2)(1-2x)$ لها $a=-2$ و $c=4$ وكذلك $(x-1)(x-2)$ لها $a=1$ و $c=2$.

- تحليل العبارة هو كتابتها على شكل جداء عوامل .
- وحد الآن نستعمل المتطابقات الشهيرة أو عامل مشترك .

تمرين 29 صفحة 135

حلل العبارات الآتية :

أ) $2x^3-x$ ؛ ب) $2x^3-3x^2+6x$ ؛ ج) $2x(x-1)+(3x+2)(x-1)$ ؛ د) $x^2-0,49$.

الحل :

أ) $2x^3-x=x(2x^2-1)=x\left[(\sqrt{2}x)^2-1\right]=x(\sqrt{2}x-1)(\sqrt{2}x+1)$.

ب) $2x^3-3x^2+6x=x(x^2-3x+6)$.

ج) $2x(x-1)+(3x+2)(x-1)=(x-1)(2x+3x+2)=(x-1)(5x+2)$.

د) $x^2-0,49=(x-0,7)(x+0,7)$.

تمرين 30 صفحة 135

حلل العبارات الآتية :

أ) $(x-5)(3x+2)+x^2-25$ ؛ ب) $9x^2-(x+1)^2$ ؛ ج) $x(x^2-3)$.

الحل :

1) $(x-5)(3x+2)+x^2-25=(x-5)(3x+2)+(x-5)(x+5)=(x-5)(3x+2+x+5)$

$(x-5)(3x+2)+x^2-25=(x-5)(4x+7)$.

2) $9x^2-(x+1)^2=(3x-x-1)(3x+x+1)=(2x-1)(4x+1)$.

3) $x(x^2-3)=x\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$

تمرين 31 صفحة 135

E عبارة جبرية حيث $E=(x+1)^2-x-1$.

1) بملاحظة أن $-x-1=-(x+1)$ ، حلل العبارة E .

2) حلل العبارات الآتية :

أ) $(3x-1)(x-1)-x(1-3x)$ ؛ ب) $4x^2-9+(2x-3)$ ؛ ج) $(2x-3)(x+1)-(4-6x)(x+3)$.

الحل :

1) $E=(x+1)^2-(x+1)=(x+1)(x+1-1)=x(x+1)$

2) أ) $(3x-1)(x-1)-x(1-3x)=(3x-1)(x-1)+x(3x-1)=(3x-1)(x-1+x)$

$(3x-1)(x-1)-x(1-3x)=(3x-1)(2x-1)$

ب) $4x^2-9+(2x-3)=(2x-3)(2x+3)+(2x-3)=(2x-3)(2x+3+1)$.

$4x^2-9+(2x-3)=(2x-3)(2x+4)$.

ج) $(2x-3)(x+1)-(4-6x)(x+3)=(2x-3)(x+1)+2(3x-2)(x+3)=(2x-3)(x+1+2x+6)$

$(2x-3)(x+1)-(4-6x)(x+3)=(2x-3)(3x+7)$

تمرين 32 صفحة 135

حلل باستعمال المتطابقات الشهيرة ، العبارات الآتية :

أ) $2x^2+2x\sqrt{2}+1$ ب) $x^2-\frac{25}{9}$ ج) $3x^2-1$.

الحل :

أ) $2x^2+2x\sqrt{2}+1=\left(\sqrt{2}x\right)^2+2x\sqrt{2}+1=\left(\sqrt{2}x+1\right)^2$.

ب) $x^2-\frac{25}{9}=\left(x-\frac{5}{3}\right)\left(x+\frac{5}{3}\right)$.

ج) $3x^2-1=\left(\sqrt{3}x\right)^2-1=\left(\sqrt{3}x-1\right)\left(\sqrt{3}x+1\right)$.

- الدوال والعبارات الجبرية

نشاط : تمرين 35 صفحة 163

إليك برنامج الحساب الآتي : اختر عددا ، ربع هذا العدد ، أضف إلى النتيجة $\frac{1}{3}$ ، أضرب النتيجة في $\frac{4}{3}$.

1) طبق هذا البرنامج على كل من 0 ، 1 ، -1 .

2) طبق هذا البرنامج على عدد حقيقي كيفي x ، لتكن النتيجة $f(x)$.

3) ما هو الترابط الدوال المرجعية الذي يسمح بالمرور من x إلى $f(x)$ ؟

الحل :

1) $0^2=0$ ، $0+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ ، $\frac{4}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$.

$\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{9}$ ؛ $1^2=1$ $1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ $\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{9}$ $(-1)^2=1$ $1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ -1

2) x x^2 $x^2+\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}\left(x^2+\frac{1}{3}\right)$ إذن : $f(x)=\frac{4}{3}\left(x^2+\frac{1}{3}\right)$.

3) f

$x \mapsto x^2 \mapsto x^2+\frac{1}{3} \mapsto \frac{4}{3}\left(x^2+\frac{1}{3}\right)$

وباعتبار $g(x)=x^2$ ؛ $h(x)=x+\frac{1}{3}$ ؛

نحصل على : $t(x)=\frac{4}{3}x$

$h(g(x))=x^2+\frac{1}{3}$ و $t(h(g(x)))=\frac{4}{3}\left(x^2+\frac{1}{3}\right)=f(x)$.

تمرين 36 صفحة 136

عين ترابط الدوال الذي يسمح بالمرور من x إلى $f(x)$ في كل حالة .

أ) $x \mapsto \frac{1}{x-2}$ مع $x \neq 2$. ب) $x \mapsto 5x^2-1$. ج) $x \mapsto 2\sqrt{x}-3$ مع $x \geq 0$.

الحل :

أ) $x \mapsto \frac{1}{x-2}$ مع $x \neq 2$. نضع : $f: x \mapsto x-2$ و $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ ومنه : $g(f(x))=\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{x-2}$.

ب) $x \mapsto 5x^2-1$. نضع : $f: x \mapsto x^2$ و $g: x \mapsto 5x-1$ ومنه : $g(f(x))=5f(x)-1=5x^2-1$

ج) $x \mapsto 2\sqrt{x}-3$ مع $x \geq 0$. نضع : $f: x \mapsto \sqrt{x}$ و $g: x \mapsto 2x-3$ ومنه :

$g(f(x))=2f(x)-3=2\sqrt{x}-3$