78 صفحة 278 ينسب المستوي إلى معلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

في كل مما يأتي حل جملة المعادلتين ، ثم مثل الحل بيانيا :

أ) $\begin{cases} x+y=6 \\ -2x+y=0 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} x\sqrt{2}+\frac{1}{2}y=2-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x\sqrt{6}-2y=0 \end{cases}$ ج) $\begin{cases} -7x+11y=43 \\ 6x+y=-16 \end{cases}$ د) $\begin{cases} -x+y=-2 \\ 7x+y=22 \end{cases}$

الحل :

أ) $\begin{cases} x+y=6 \\ -2x+y=0 \end{cases}$ $(S)\ldots$

- **طريقة التعويض :** (S) تكافئ : $\begin{cases} y=-x+6 \\ y=2x \end{cases}$ بما أن $-1\neq 2$ فللجملة (s) حل وحيد .

و (S) تكافئ : $\begin{cases} 2x=-x+6 \\ y=2x \end{cases}$ ومعناه أن : $\begin{cases} 3x=6 \\ y=2x \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ وبالتالي : $s=\{(2\,;\,4)\}$

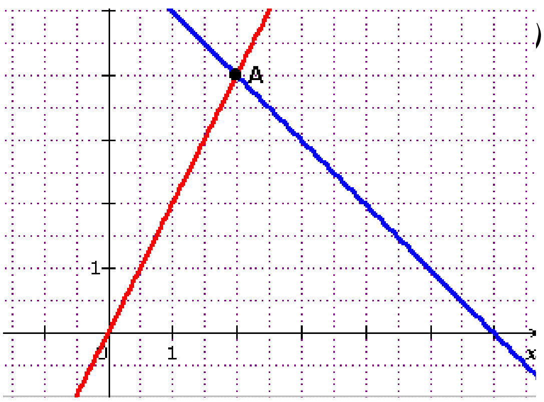
- **طريقة الجمع :** (S) تكافئ : $\begin{cases} y=-x+6 \\ y=2x \end{cases}$ بطرح طرف من طرف للمعادلتين نجد $3x - 6 = 0$

معناه $x = 2$ و (S) تكافئ : $\begin{cases} 2y=-2x+12 \\ y=2x \end{cases}$ بجمع طرف من طرف للمعادلتين نجد $3y = 12$ معناه

أن : $y = 4$ وبالتالي : $s=\{(2\,;\,4)\}$

- **طريقة المحدد :** $\begin{cases} x+y=6 \\ -2x+y=0 \end{cases}$ $(S)\ldots$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}=1\times 1-1(-2)=3$ ومنه : $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}\neq 0$ فللجملة)



$x=\dfrac{\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}}{3}=\dfrac{6}{3}=2$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}}{3}=\dfrac{12}{3}=4$

وبالتالي : $s=\{(2\,;\,4)\}$

نضع : (D) : $x+y=6$

و (D') : $-2x+y=0$

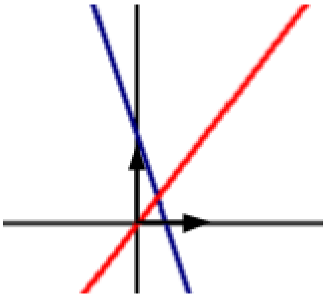
ب) لدينا : $\begin{cases} x\sqrt{2}+\frac{1}{2}y=2-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x\sqrt{6}-2y=0 \end{cases}$

$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \frac{1}{2} \\ \sqrt{6} & -2 \end{vmatrix}=-2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{-\sqrt{2}(4+\sqrt{3})}{2}$ المحدد غير معدوم ومنه الجملة تقبل حلا وحيد $(x\,;\,y)$ حيث :

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 2-\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -2\end{vmatrix}}{\frac{-\sqrt{2}(4+\sqrt{3})}{2}}=\frac{2(-4+\sqrt{3})}{-\sqrt{2}(4+\sqrt{3})}=\frac{-\sqrt{2}(4-\sqrt{3})(4-\sqrt{3})}{-(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}(16-8\sqrt{3}+3)}{16-3}$$

$$x=\frac{19\sqrt{2}-8\sqrt{6}}{13}$$

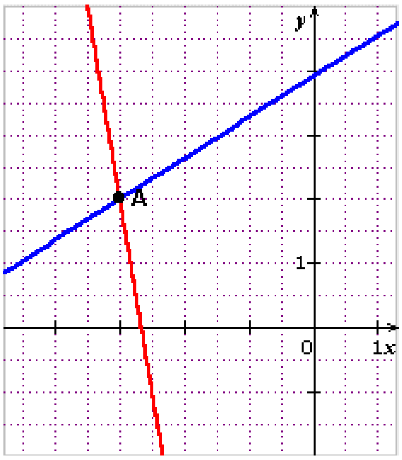
$$y=\frac{\begin{vmatrix} \sqrt{2} & 2-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sqrt{6} & 0\end{vmatrix}}{\frac{-\sqrt{2}(4+\sqrt{3})}{2}}=\frac{-2(2\sqrt{6}-\frac{3}{2}\sqrt{2})}{-\sqrt{2}(4+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{6}(4-\sqrt{3})(4-\sqrt{3})}{\sqrt{2}(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}(16-8\sqrt{3}+3)}{16-3}$$



$y=\frac{19\sqrt{3}-24}{13}$ وبالتالي : $s=\left\{\left(\frac{19\sqrt{2}-8\sqrt{6}}{13}\;;\;\frac{19\sqrt{3}-24}{13}\right)\right\}$.

نضع : (D) : $x\sqrt{2}+\frac{1}{2}y=2-\frac{\sqrt{3}}{2}$

و(D') : $x\sqrt{6}-2y=0$



ج) $\begin{cases} -7x+11y=43 \\ 6x+y=-16 \end{cases}$ لدينا : $\begin{vmatrix} -7 & 11 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}=-7-66=-73$

إذن للجملة حل وحيد $(x\,;\,y)$ حيث :

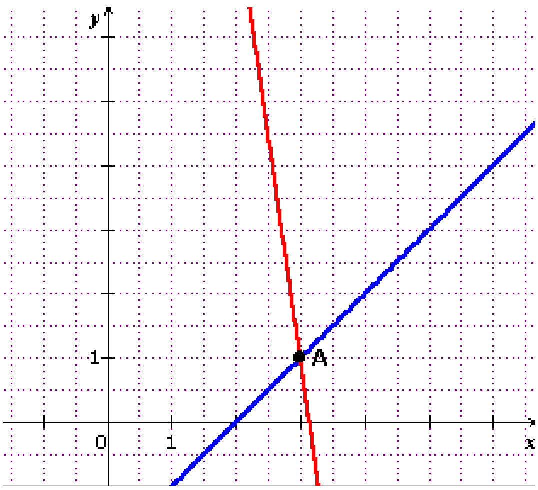
$x=\frac{\begin{vmatrix} 43 & 11 \\ -16 & 1 \end{vmatrix}}{-73}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix} -7 & 43 \\ 6 & -16 \end{vmatrix}}{-73}$ أي :

$x=\frac{43+176}{-73}=-\frac{219}{73}=-3$ و $y=\frac{112-258}{-73}=\frac{146}{73}=2$

وبالتالي : $s=\{(-3\,;\,2)\}$

نضع : (D) : $-7x+11y=43$

و(D') : $6x+y=-16$



د) $\begin{cases} -x+y=-2 \\ 7x+y=22 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} y=x-2 \\ y=-7x+22 \end{cases}$

بما أن : $1\neq -7$ فإن للجملة حل وحيد .

$\begin{cases} -x+y=-2 \\ 7x+y=22 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} y=x-2 \\ x-2=-7x+22 \end{cases}$

ومعناه أن : $\begin{cases} y = x - 2 \\ 8x = 24 \end{cases}$ وتكافئ أن : $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 2 \end{cases}$

وبالتالي : $s = \{(3\ ;\ 1)\}$