

Урок 14

Тема: Степеневі функції, їхні властивості та графіки

Перегляньте відео урок: [Степенева функція](#)

Шановні учні! Переходьте за посиланням на вказаний посібник, відкриваєте потрібну сторінку і опрацьовуєте матеріал уроку.

Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підручник для 10 кл. Г. П. Бевз, В. Г. Бевз – К. Видавничий дім «Освіта», 2018, ст. 40 – 43

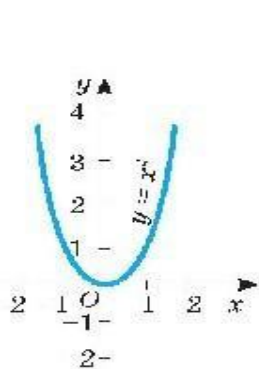


Функцію, яку можна задати формулою $y = x^a$, де x аргумент, а a — дане число, називають степеневою.

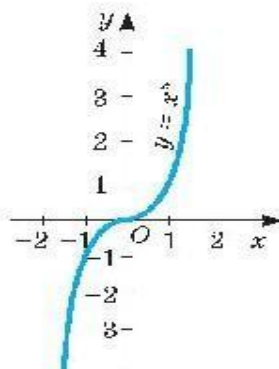
Уже відомі вам функції $y = x^2$ і $y = x^3$ (див. табл. 1, с. 11) — приклади степеневих функцій. Аналогічні властивості мають також усі інші степеневі функції з натуральними показниками a . На малюнках 34 і 35 подано графіки

степеневих функцій $y = x^4$ і $y = x^5$. Кожна степенева функція з натуральним показником степеня визначена на множині всіх дійсних чисел $\mathbb{R}$.

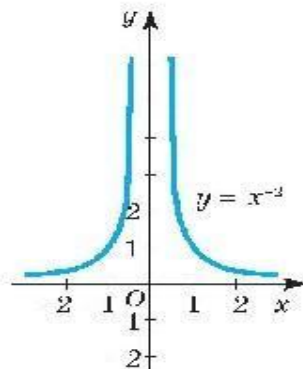
Властивості функції $y = x^{2k}$, $k \in \mathbb{N}$, схожі з властивостями функції $y = x^2$, а функції $y = x^{2k+1}$, $k \in \mathbb{N}$, — із властивостями функції $y = x^3$. Проаналізуйте їх, використовуючи малюнки 34 і 35 або таблицю 1 на с. 11.



Мал. 34



Мал. 35



Мал. 36

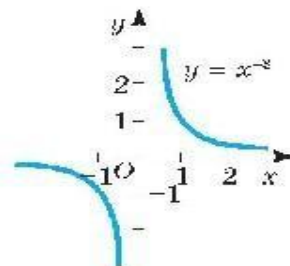
Якщо показник α степеневій функції — ціле від'ємне число, то вона визначена на множині всіх дійсних значень аргументу x , за винятком $x = 0$. Наприклад, функція $y = x^{-1}$ — це вже відома вам обернена пропорційність $y = \frac{1}{x}$ (див. мал. 20).

На малюнках 36 і 37 зображено графіки функцій $y = x^{-2}$ і $y = x^{-3}$.

Якщо α — від'ємне парне число, то графік функції $y = x^\alpha$ симетричний відносно осі ординат, а якщо α — від'ємне непарне, то графік симетричний відносно початку координат. Узагалі, при кожному цілому показнику степеня α функція $y = x^\alpha$ парна, якщо число α парне, і непарна при непарному α .

Якщо число α дробове і додатне, то степенева функція $y = x^\alpha$ зазвичай розглядається лише на множині невід'ємних значень аргументу. Такою, зокрема, є функція $y = x^{\frac{1}{2}}$, яку можна записати ще й так: $y = \sqrt{x}$ (див. графік у табл. 1, с. 11).

Зверніть увагу на те, який вигляд має графік степеневій функції з додатним показником степеня α на проміжку $[0; 1]$. На цьому проміжку



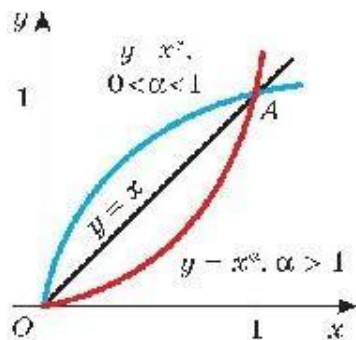
Мал. 37

графіком функції $y = x^\alpha$ (мал. 38) є:

- відрізок OA , якщо $\alpha = 1$;
- крива, направлена опуклістю вниз, якщо $\alpha > 1$;
- крива, направлена опуклістю вгору, якщо $0 < \alpha < 1$.

Чим більше додатне значення α ($\alpha > 1$), тим нижче від відрізка OA розміщується графік функції $y = x^\alpha$.

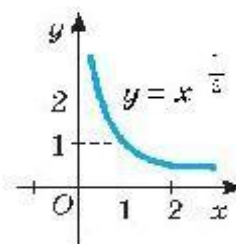
З малюнка 38 також добре видно, що степенева функція $y = x^\alpha$ з додатним показником степеня α на множині невід'ємних значень x зростаючою.



Мал. 38

Якщо число α дробове і від'ємне, то степенева функція $y = x^\alpha$ розглядається лише на множині додатних значень аргументу. Наприклад, графік

функції $y = x^{-\frac{1}{2}}$ зображено на малюнку 39. Зверніть увагу на те, що степенева функція $y = x^\alpha$ з від'ємним показником степеня α на множині додатних значень x є *спадною*.



Властивості степеневих функцій використовують для розв'язування ірраціональних рівнянь

На практиці степеневі функції використовують для опису різних економічних процесів, зокрема, їх застосовують для опису кривих байдужості, а також попиту і пропозиції стосовно товарів різних категорій. Попит і пропозиція — важливі елементи ринкової економіки, оскільки їх співвідношення формує ціни на товари та послуги.

№169 Наведіть приклади степеневих функцій

$$y = x^7; y = x^{-3}; y = x^9 \dots$$

№170 Чи є степеневою функція, задана рівністю $y = x$? А $y = -x^2$?

$y = x$ — це степенева функція, оскільки має вигляд $y = x^n$, де $n = 1$

$y = -x^2$ — це не є степенева функція, оскільки не має вигляду $y = x^n$

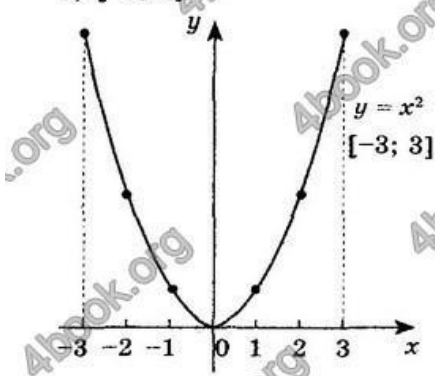
№176 Побудуйте графік функції $y = x^2$ на проміжку

а) $[-3; 3]$ б) $[-2; 0]$ в) $[2; 3]$ — **самостійно**

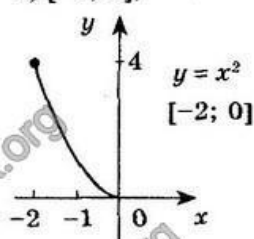
№176 Побудуйте графік функції $y = x^2$ на проміжках:

176. $y = x^2$

а) $[-3; 3]$



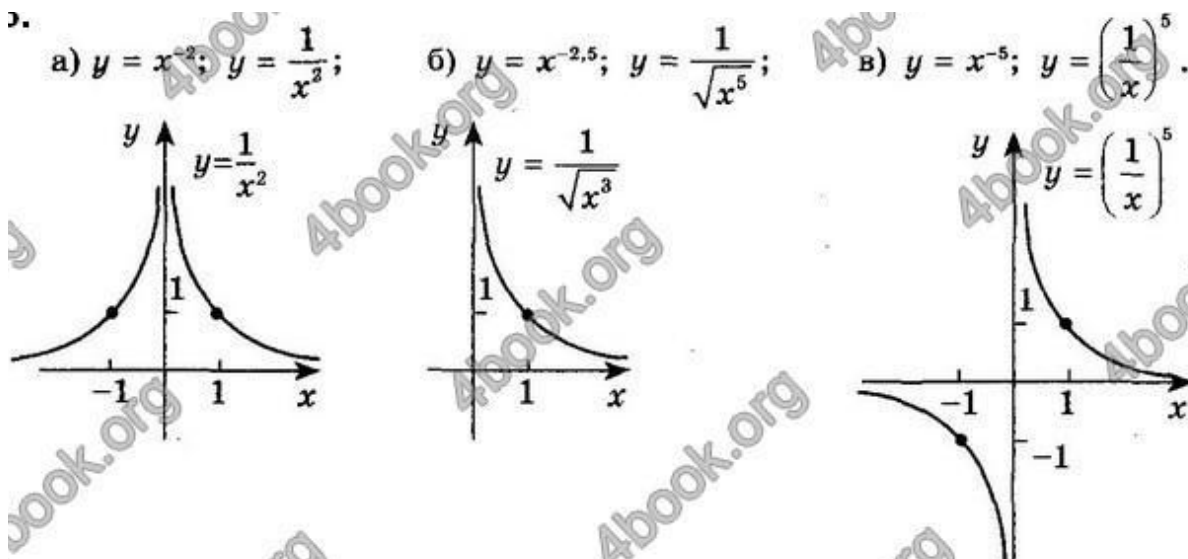
б) $[-2; 0]$



№191 Знайдіть значення функції $f(x)$ у точці x_0 , якщо

- а) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$; $x_0 = 4$; $f(4) = 4^{\frac{1}{2}} = 2$;
 б) $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$; $x_0 = 4$; $f(4) = 4^{\frac{3}{2}} = 8$;
 в) $f(x) = x^{\frac{5}{3}}$; $x_0 = 8$; $f(8) = 8^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{8^5} = 8\sqrt[3]{64} = 8 \cdot 4 = 32$;
 г) $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$; $x_0 = 16$; $f(16) = 16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$.

№193 Побудуйте схематично графік функції



№200 Знайдіть найбільше і найменше значення функції $y = x^{\frac{3}{2}}$ і $y = x^{\frac{-3}{2}}$

$y = x^{\frac{3}{2}}$, $x \in [1; 9]$; $\max_{[1; 9]} y(x) = y(9) = 27$, $\min_{[1; 9]} y(x) = y(1) = 1$;
 $y = x^{\frac{-3}{2}}$, $x \in [1; 9]$; $\max_{[1; 9]} y(x) = y(1) = 1$, $\min_{[1; 9]} y(x) = y(9) = \frac{1}{27}$;

Домашнє завдання: Розділ 1, §5 (Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підручник для 10 кл. Г. П. Бевз, В. Г. Бевз – К. Видавничий дім «Освіта», 2018), ст. 40- 43, опрацюйте матеріал підручника з вказаних сторінок та оформіть короткий конспект в зошит з алгебри

№ 177 Дано функцію $y = x^3$ на проміжку $[-2; 1]$. Побудуйте її графік. Чи є дана функція парною або непарною?

№190 При якому значенні α графік функції $y = x^\alpha$ проходить через точку $K(-2; \frac{1}{4})$?