

*Corrigé de Laurent BEAU
Professeur de Sciences Physiques en Math Spé MP
Lycée Mohamed V. CASABLANCA
beau@techno.net.ma*

*N'hésitez pas à me signaler des erreurs ou à me suggérer des commentaires ou des réponses plus "élégantes".
Merci.*

PARTIE A

Température et pression en différents points

En régime permanent, les débits massiques sont constants au niveau de chaque composant. Par conservation de la matière, le débit massique du fluide au niveau des deux turbines est INCORPORER Equation.3 , celui au niveau du compresseur étant INCORPORER Equation.3 .

*Au niveau de chaque composant, considérons l'évolution d'une masse m de fluide entre l'instant t et l'instant $t+dt$ (cf. figure RENV fig1 \h * FUSIONFORMAT 1): ce système est fermé et la forme algébrique du premier principe s'écrit alors pendant dt :*

INCORPORER Equation.3

où U représente l'énergie interne, INCORPORER Equation.3 respectivement l'énergie cinétique macroscopique et l'énergie potentielle macroscopique, E l'énergie totale, W le travail reçu du milieu extérieur (à l'exception de celui des forces qui dérivent de INCORPORER Equation.3) et Q l'énergie calorifique (ou chaleur) reçue du milieu extérieur.

En notant INCORPORER Equation.3 l'énergie interne massique et la vitesse de la masse INCORPORER Equation.3 (en régime permanent) de fluide entrant dans le composant (resp. sortant du composant) pendant dt et en négligeant la variation d'énergie potentielle, l'énergie du système fermé vaut aux instants t et $t+dt$:

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

En régime permanent : INCORPORER Equation.3 donc :

INCORPORER Equation.3 car INCORPORER Equation.3 car l'écoulement est adiabatique)

Sachant que l'enthalpie massique s'écrit : INCORPORER Equation.3 et en notant INCORPORER Equation.3 le travail massique total reçu par le fluide de l'extérieur, il vient :

*INCORPORER Equation.3 (SEQ équation * FUSIONFORMAT*

II.1. 1)

qui se simplifie si on néglige les variations d'énergie potentielle :

INCORPORER Equation.3 (SEQ équation * FUSIONFORMAT 2)

Le travail massique des forces de pression INCORPORER Equation.3 n'est pas "récupérable" par le composant (compresseur, turbine...) mais correspond au travail reçu par une masse unité de fluide de la part du fluide amont et aval. Seul le terme INCORPORER Equation.3 est utilisable ; il est appelé travail utile.

Le compresseur reçoit la puissance utile :

INCORPORER Equation.3 (INCORPORER Equation.3 pour un gaz parfait)

La turbine et la turbine de puissance reçoivent respectivement les puissances utiles :

INCORPORER Equation.3 et INCORPORER Equation.3

Les signes des trois puissances sont déterminés par leur fonctionnement différent : le compresseur reçoit un travail mécanique de la part de la turbine. La turbine de puissance (comme la turbine) fournit un travail mécanique servant à entraîner le rotor d'un hélicoptère, l'hélice d'un navire, les roues d'une locomotive ou encore un alternateur électrique.

Toute la puissance utile délivrée par la turbine est récupérée par le compresseur. Il vient donc : INCORPORER Equation.3 ou encore INCORPORER Equation.3

La réaction de combustion du kérosène s'écrit :

INCORPORER Equation.3 (INCORPORER Equation.3

Quand le carburant est brûlé sans excès d'air, la richesse φ s'écrit :

INCORPORER Equation.3

La chambre de combustion n'échangeant pas d'énergie calorifique avec l'extérieur, l'énergie thermique délivrée par la combustion de kérosène sert à chauffer les gaz de combustion. On peut donc écrire :

INCORPORER Equation.3 ou encore INCORPORER Equation.3

A.N : $T_3 = 3300 \text{ K}$

Si INCORPORER Equation.3 , alors INCORPORER Equation.3 : excès d'air par rapport au

11.3. Concours Communs Polytechniques 1998 Filière MP
Physique 1

kérosène.

On a alors : INCORPORER Equation.3

A.N : INCORPORER Equation.3

Les détentees dans les deux turbines sont isentropiques. Elles vérifient donc la loi de Laplace :
INCORPORER Equation.3

On en déduit :

INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3 soit INCORPORER Equation.3

Les débits massiques vérifient :

INCORPORER Equation.3

c'est-à-dire INCORPORER Equation.3 et INCORPORER Equation.3

Ces valeurs sont élevées mais correspondent à une puissance de turbine de 5000 kW c'est-à-dire 6800 chevaux-vapeur.

Evaluation des pertes dans le compresseur réel

La variation d'entropie ds d'une unité de masse de gaz parfait se calcule par exemple "le long d'un chemin réversible" :

INCORPORER Equation.3 d'après la loi du gaz parfait : INCORPORER Equation.3

Comme INCORPORER Equation.3 (grandeurs massiques), il vient :

INCORPORER Equation.3 (SEQ équation * FUSIONFORMAT 3)

En fixant la pression p, on obtient en intégrant la relation précédente :

INCORPORER Equation.3

Dans un diagramme INCORPORER Equation.3 , les isobares INCORPORER Equation.3 réversibles sont définies par : INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3 i.e. INCORPORER Equation.3 où INCORPORER Equation.3

Etudions une autre isobare INCORPORER Equation.3 d'équation : INCORPORER Equation.3

Pour une température T fixée, les deux isobares sont distantes de : INCORPORER Equation.3

En intégrant LIENHYPERTEXTE \l "eq3" RENV equ3 \h (3) à T constante, on obtient :

INCORPORER Equation.3

Cette distance est indépendante de T, donc l'isobare INCORPORER Equation.3 se déduit de l'isobare INCORPORER Equation.3 par une translation horizontale de INCORPORER Equation.3 (figure RENV fig2 \h 2).

La compression isentropique INCORPORER Equation.3 est représentée dans le diagramme INCORPORER Equation.3 par un segment vertical ascendant (car INCORPORER Equation.3). La compression réelle est irréversible donc INCORPORER Equation.3 . On voit clairement sur la figure RENV fig3 \h 3 que INCORPORER Equation.3 .

INCORPORER Equation.3 et INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3

En utilisant la loi de Laplace pour la transformation INCORPORER Equation.3 , On trouve :
INCORPORER Equation.3

Le rendement isentropique vaut alors :

INCORPORER Equation.3

A.N : INCORPORER Equation.3

Par définition : INCORPORER Equation.3 et la relation de Mayer : INCORPORER Equation.3
On en déduit :

INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3 car les transformations dans les turbines sont isentropiques.

Le point (2s) se trouve à la verticale de (1).

Une aire dans le diagramme INCORPORER Equation.3 est homogène au produit T.s qui est une énergie.

L'aire sous-tendue par l'isobare INCORPORER Equation.3 est :

INCORPORER Equation.3

On peut remarquer qu'assimiler l'isobare entre (2s) et (2) à un segment de droite, comme le suggère l'énoncé, ne simplifie pas le calcul de l'aire.

On trouve bien que :

INCORPORER Equation.3

11.3. Concours Communs Polytechniques 1998 Filière MP
Physique 1

Cette différence représente le travail mécanique supplémentaire qu'il faut fournir au compresseur du fait de la non réversibilité de la compression.

On peut calculer la puissance supplémentaire qu'il faut fournir à cause de la non-réversibilité de la compression :

INCORPORER Equation.3

Echangeur de chaleur

L'échangeur de chaleur étant parfait (globalement adiabatique et sans travail utile), la puissance calorifique reçue par le gaz sortant du compresseur est égale à la puissance fournie par le gaz sortant de la turbine de puissance :

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

Le mélange est adiabatique et sans travail utile donc le bilan est le même qu'à la question précédente :

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

Comme à la question 1.3.2, on trouve la nouvelle richesse :

INCORPORER Equation.3

L'utilisation de l'échangeur de chaleur a permis de diminuer la richesse donc de faire des économies de carburant.

Adjonction d'une tuyère

L'utilisation de RENV $equ1 \setminus h(1)$ INCORPORER Equation.3 avec INCORPORER Equation.3 conduit à :

INCORPORER Equation.3 soit INCORPORER Equation.3

La variation d'entropie pour cette transformation vaut :

INCORPORER Equation.3

Cette variation n'est pas très importante en comparaison de INCORPORER Equation.3 . La transformation est néanmoins irréversible. Si la transformation était réversible, la température de sortie serait de 842 K (application de la loi de Laplace) et la vitesse de sortie plus importante : 525 m.s⁻¹.

Rendement thermique

INCORPORER Equation.3 représente la puissance consommée dans la chambre de combustion.

Le rendement thermique de la machine s'écrit donc :

INCORPORER Equation.3

Sans échangeur de chaleur : INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

Avec échangeur de chaleur : INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

L'introduction de l'échangeur permet donc de réduire la consommation de carburant donc les coûts de fonctionnement.

FIN DE LA PARTIE A

II.4. Concours Communs Polytechniques 1998 Filière MP
Physique 1

II.2. PARTIE B

Préliminaires

Dans tout le problème, le système étudié sera le cerceau. L'étude se fera dans le référentiel RL. La vitesse de glissement est égale à la vitesse du point I du cerceau puisque dans le référentiel d'étude le plan incliné est immobile :

INCORPORER Equation.3

D'après le théorème de Kœnig, l'énergie cinétique du cerceau s'écrit :

INCORPORER Equation.3

où INCORPORER Equation.3 est l'énergie cinétique du cerceau dans le référentiel barycentrique.

Le théorème du centre de masse s'écrit

en projection sur (Ox) : INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 1)

en projection sur (Oy) : INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 2)

Le théorème du moment cinétique en C (centre de masse) en projection sur (Oz) s'écrit : INCORPORER Equation.3 soit :

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 3)

Ecrivons le théorème de l'énergie cinétique : INCORPORER Equation.3 soit :

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 4)

RENV eq4 \h (4) = RENV eq1 \h (1).v + RENV eq3 \h (3).R_I donc l'équation RENV eq4 \h (4) n'est pas indépendante des équations RENV eq1 \h (1) et RENV eq3 \h (3).

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

Première phase

INCORPORER Equation.3 donc le début du mouvement est un glissement (INCORPORER Equation.3) descendant (v > 0).

V > 0 donc T < 0 et INCORPORER Equation.3 d'après les lois de Coulomb du frottement de glissement.

T vaut alors :

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 5)

En éliminant T entre RENV eq1 \h (1) et RENV eq5 \h (5), on obtient l'accélération de C :

INCORPORER Equation.3

donc la vitesse de C :

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 6)

En éliminant T entre RENV eq3 \h (3). et RENV eq5 \h (5), on obtient : INCORPORER Equation.3 . En intégrant :

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 7)

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 8)

On a posé INCORPORER Equation.3

v s'annule pour l'instant t₁ tel que : INCORPORER Equation.3

On a alors : INCORPORER Equation.3

En intégrant RENV eq6 \h (6), on obtient la distance parcourue par le cerceau à l'instant t :

INCORPORER Equation.3 .

La distance parcourue pendant cette première phase est donc :

INCORPORER Equation.3

Application numérique : T₁ = -0,6 N ; t₁ = 2 s ; R_I 1 = V₁ = 3 m.s⁻¹ ; x₁ = 2 m

Deuxième phase

V₁ > 0 donc il y a toujours glissement à l'instant t₁. Le mouvement pour t > t₁ est un glissement (INCORPORER Equation.3) ascendant (v devient négatif à cause du glissement).

Les lois d'évolution de v, R_I et V sont les mêmes qu'en II.2 car il y a toujours glissement.

Le glissement cesse quand V = 0 soit à l'instant t₂ tel que :

INCORPORER Equation.3

R_I et v sont alors opposées et valent :

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 9)

INCORPORER Equation.3 (SEQ éq * FUSIONFORMAT 10)

Application numérique : t₂ = 3 s ; R_I 2 = -v₂ = 1 m.s⁻¹ ; x₂ = 1,5 m

Troisième phase

Le glissement a cessé à l'instant t₂ avec v₂ < 0. Le mouvement ultérieur sera donc un roulement sans glissement ascendant.

Il n'y a pas glissement donc : INCORPORER Equation.3 .

En éliminant T/m entre RENV eq1 \h (1) et RENV eq3 \h (3), on obtient : INCORPORER Equation.3 soit INCORPORER Equation.3 car INCORPORER Equation.3

Les lois horaires de v et R_I sont donc : INCORPORER Equation.3

11.4. Concours Communs Polytechniques 1998 Filière MP

Physique 1

On en déduit : INCORPORER Equation.3 (on vérifie bien que INCORPORER Equation.3 : condition de non-glissement).

Cette phase se termine quand la vitesse de C s'annule soit à l'instant INCORPORER Equation.3

R s'annule aussi au même instant : INCORPORER Equation.3

En intégrant la loi horaire de $v(t')$, on obtient la position de la roue à l'instant t' :

INCORPORER Equation.3

Au moment où le cerceau s'arrête, sa position est :

INCORPORER Equation.3

Application numérique : $T = -0,15 \text{ N}$; $t' = 2 \text{ s}$; $x' = 0,5 \text{ m}$

Représentation graphique

Au delà de la troisième phase, le cerceau aura un mouvement de roulement sans glissement descendant.

Aspect énergétique

INCORPORER Equation.3

Seule la composante tangentielle T de $\vec{FR}$ travaille. Ce travail est nul lors de la troisième phase car la vitesse de glissement est nulle. Donc :

INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3

Après simplifications : INCORPORER Equation.3

Le travail du poids est simplement :

INCORPORER Equation.3

En utilisant RENV eq9 \h (9) et RENV eq10 \h (10) : INCORPORER Equation.3

Après simplifications (calculs à prendre avec précautions !) :

INCORPORER Equation.3

On vérifie que : INCORPORER Equation.3

INCORPORER Equation.3

Le travail de $\vec{FR}$ est le même qu'à la question précédente : INCORPORER Equation.3

Le travail du poids est INCORPORER Equation.3

On vérifie encore le théorème de l'énergie cinétique : INCORPORER Equation.3

FIN DE LA PARTIE B