

Основні поняття стереометрії: точка, пряма і площина.

Уявлення про точки та прямі маємо з курсу планіметрії. Нагадаємо, що точка позначаються великими латинськими літерами, наприклад, точки $A, B, C, \dots$; прямі позначаються малими латинськими буквами, наприклад, прямі $a, b, c, \dots$, або двома великими буквами, наприклад, прямі $AB, BC, CD, \dots$ матеріальними моделями площини є, наприклад, поверхня стола, поверхня віконного скла, поверхня плити тощо. У геометрії площину мислять необмеженою, ідеально рівною і гладкою. Зображують площину у вигляді паралелограма (рис.1) або у вигляді довільної області (рис.2). Позначають площини грецькими буквами, наприклад, $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

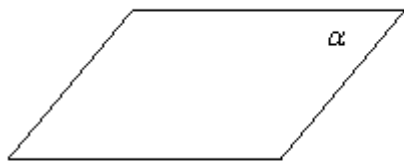


Рис.1

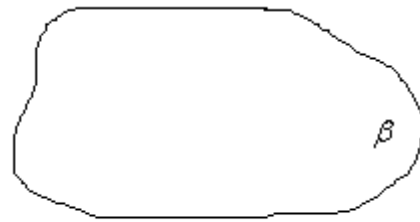


Рис.2

Як і будь-яка геометрична фігура, площина складається з точок. Якщо точка A лежить у площині α , то говорять, що площина α проходить через точку A , і записують: $A \in \alpha$. Якщо точка A не лежить у площині α , то говорять, що площина α не проходить через точку A , і записують: $A \notin \alpha$.

Якщо кожна точка прямої a лежить у площині α , то говорять, що пряма a лежить у площині α , або площина α проходить через пряму a , і записують: $a \subset \alpha$. Запис $a \not\subset \alpha$ означає, що пряма a не лежить у площині α .

Завдання.

Побудуйте та запишіть за допомогою символів:

- 1) площину α і точку A , що лежить у ній;
- 1) площину α і точку B , що не лежить у ній;
- 2) площину β , яка проходить через пряму a ;
- 3) площину γ та пряму a , яка не лежить у площині γ ;
- 4) дві площини α і β , які проходять через пряму c .

1. Аксиоми стереометрії.

Як і в планіметрії, властивості основних фігур у стереометрії виражаються аксіомами.

Аксиома C_1 : *яка б не була площина, існують точки, які їй належать і точки, які цій площині не належать.*

Завдання 1.

Користуючись зображенням рис.3 вкажіть, які точки:

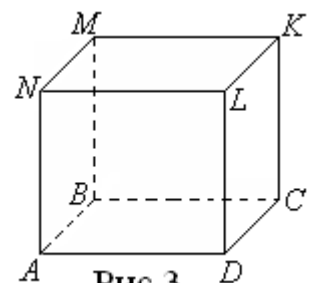


Рис.3

- 1) не належать передній грані;
- 2) належать верхній грані;
- 3) належать грані $ABCD$;
- 4) не належать грані $NMBA$.

Аксіома C_2 : якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.

Завдання 2.

Користуючись рис.3, вкажіть:

- 1) спільні точки верхньої і передньої граней;
- 2) пряму перетину площин задньої і нижньої граней;
- 3) спільні точки площин граней $ABMN$ і $NMKL$.

Аксіома C_3 : якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Завдання 3.

Користуючись рис.3, вкажіть, яку площину визначають прямі:

- а) AB і AD ; б) BC і MC ; в) DC і KC .

2. Наслідки аксіом стереометрії.

Теорема про існування площини, яка проходить через дану пряму і точку.

Через пряму і точку, яка не належить їй, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Завдання 4.

Користуючись зображенням рис.3, вкажіть якій площині належать:

- 1) пряма AB і точка D ;
- 2) пряма BM і точка K ;
- 3) пряма AC і точка K .

Теорема про належність площині прямої, дві точки якої належать площині.

Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.

Завдання 5.

Користуючись зображенням рис.3, вкажіть площини, яким належать прямі:

1. MN ;
2. DK ;

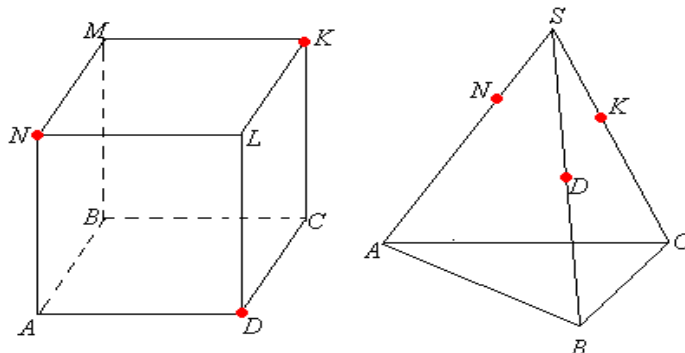
3. AC .

Теорема про існування площини, яка проходить через три дані точки.

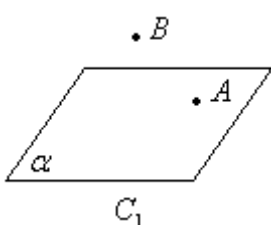
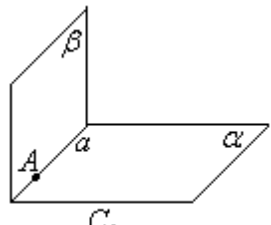
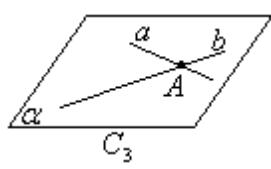
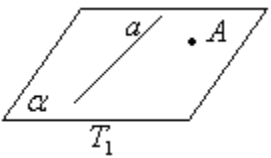
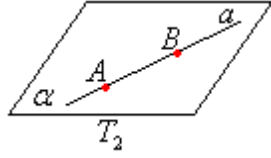
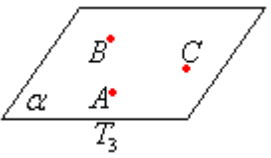
Через три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Завдання 6.

Зобразіть площину, яка проходить через точки N , K та D .



3. Закріплення та осмислення знань.

Аксиоми стереометрії		
 C_1	 C_2	 C_3
Наслідки аксіом стереометрії		
 T_1	 T_2	 T_3

4. Розв'язування вправ.

1. Доведіть, що вершини паралелограма $ABCD$ лежать в одній площині.
2. Чи можуть дві площини мати тільки одну спільну точку?
3. Чи можуть три площини мати тільки одну спільну точку?

4. Через точку проведено три різні прямі, які не лежать в одній площині. Скільки різних площин можна провести через ці прямі, беручи їх попарно?
5. Доведіть, що через пряму можна провести дві різні площини.

ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРИ.

Прямі у просторі.

Як відомо з курсу планіметрії, для двох прямих на площині можливі лише два випадки їх взаємного розміщення: або вони перетинаються, або вони паралельні.

Дві прямі, які не лежать в одній площині, називають мимобіжними.

У планіметрії ці фігури, які ми розглядали, розміщувались на одній площині. У стереометрії можна ж розглядати нескінченно багато площин. У зв'язку з цим означення паралельних прямих потребує уточнення.

Дві прямі в просторі називають паралельними, якщо вони лежать в одній площині і не перетинаються.

Паралельність прямих a і b позначають так само, як і в планіметрії: $a \parallel b$.

Отже, у просторі можливі три випадки взаємного розміщення двох прямих:

1) прямі лежать в одній площині і мають спільну точку – прямі, що перетинаються .

2) прямі лежать в одній площині і не мають спільних точок – паралельні прямі.

3) прямі не лежать в одній площині – мимобіжні прямі.

Відео урок <https://www.youtube.com/watch?v=rrjCi0FDrwI>