

Тема 1.2.2: Кінематика найпростіших рухів твердого тіла

1. Поступальний рух твердого тіла.
2. Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі, рівняння руху.
3. Кутова швидкість і кутове прискорення.
4. Рівномірне та рівнозмінне обертання. Лінійні швидкості та прискорення точок тіла, яке обертається навколо нерухомої осі.

1. Поступальний рух твердого тіла

Рух тіла, під час якого будь-яка пряма, проведена у тілі, залишається паралельною сама собі, називають поступальним.

Поступальний рух не слід плутати з прямолінійним. За поступального руху траєкторії точок тіла можуть бути будь-якими кривими лініями. Приклади: рух кузова автомобіля на прямій горизонтальній ділянці шляху; рух поршня стаціонарного двигуна внутрішнього згорання; клавіша соломотряса (траєкторії – кола, радіуси яких дорівнюють радіусу корб).

Якщо взяти в тілі, що рухається поступально, відрізок AB , то він, переміщаючись разом з тілом, займе положення A_1B_1 (рис. 1). Замінивши дуги AA_1 і BB_1 хордами, дістанемо чотирикутник ABB_1A_1 у якому дві протилежні сторони AB і A_1B_1 за умовою рівні і паралельні.

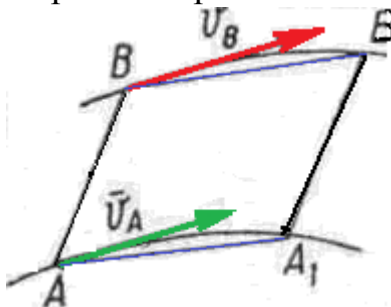


Рис. 1

У такому випадку цей чотирикутник має бути паралелограмом. Але тоді хорда AA_1 дорівнює і паралельна хорді BB_1 .

На основі цього можна дійти висновку, що у поступальному русі усі точки твердого тіла мають однакові траєкторії, швидкості і прискорення.

Отже, для вивчення поступального руху твердого тіла досить вивчити рух однієї його точки.

2. Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої осі, рівняння руху

Обертальним називається такий рух твердого тіла, за якого будь-які дві точки, що належать тілу (або незмінно з ним зв'язані), залишаються за весь час руху нерухомими.

Пряму, що проходить через ці дві нерухомі точки, називають віссю обертання.

Обертальний рух у техніці – явище дуже поширене. Переважна більшість механізмів і машин мають ланки, які рухаються обертально, наприклад вали, зубчасті колеса, корби тощо. Поняття обертального руху може стосуватися лише тіла, але не точки; так, наприклад, рух точки за колом – не обертальний рух, а криволінійний.

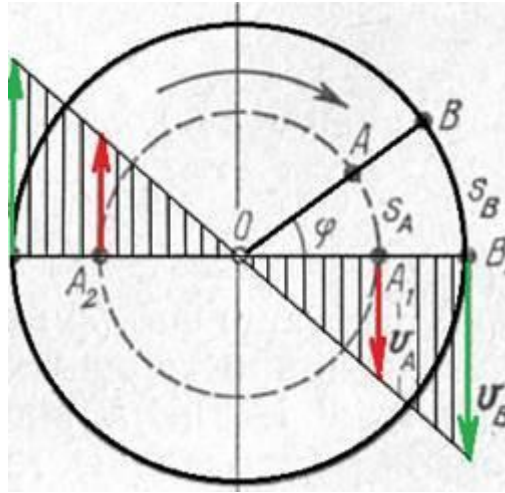


Рис.2

За обертального руху всі точки тіла, що не лежать на осі обертання, описують кола, центри яких знаходяться на осі обертання, а радіуси дорівнюють відстанням від цих точок до осі обертання.

Розглянемо диск, який обертається навколо осі, перпендикулярної до рис.2. Точка О – слід цієї осі. Очевидно, що траєкторії точок обертального тіла є кола різних радіусів, розміщені в площинах, перпендикулярних до осі обертання, з центрами, що лежать на цій осі.

Нехай за час t диск повернувся на кут φ . При цьому точка А пройшла шлях S_A , а точка В – шлях S_B . Оскільки точки, що містяться на різних відстанях від осі обертання, за той самий проміжок часу проходять різні шляхи, то вони мають різні швидкості і прискорення.

Отже, під час обертального руху тіла його точки, що містяться на різних відстанях від осі обертання, мають неоднакові траєкторії, швидкості і прискорення.

Звідси виходить, що лінійне переміщення (шлях), лінійна швидкість і прискорення не можуть характеризувати обертальний рух тіла загалом. Обертальний рух тіла можна характеризувати кутом φ , на який воно повертається за певний проміжок часу. Цей кут називають кутовим переміщенням тіла. Кутове переміщення виражають у радіанах (рад) або обертах (об); в останньому випадку кутове переміщення позначають N . Щоб встановити залежність між кутом φ і N , складемо пропорцію:

$$1 \text{ об} - 2\pi \text{ рад},$$

$$N \text{ об} - \varphi \text{ рад},$$

Звідки:

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot N,$$

де: N – кількість обертів тіла.

Кут φ за обертання тіла змінюється залежно від часу, тому закон обертального руху в загальному вигляді можна записати так:

$$\varphi = f(t).$$

З рис. 2 бачимо, що шлях будь-якої точки обертового тіла:

$$S = r \cdot \varphi,$$

Де r – відстань точки від осі обертання.

3. Кутова швидкість та кутове прискорення

Швидкість будь-якої точки тіла визначають так:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r \cdot \frac{d\varphi}{dt},$$

(r винесли за знак похідної, оскільки для цієї точки твердого тіла ця величина стала).

Вираз $\frac{d\varphi}{dt}$ позначимо ω і назовемо кутовою швидкістю.

Кутова швидкість – це кінематична міра руху обертового тіла, яка характеризує швидкість його кутового переміщення.

Кутова швидкість дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \text{ (рад/с)}.$$

Формулу для визначення швидкості будь-якої точки обертового тіла записують так:

$$V = \omega \cdot r.$$

У техніці швидкість обертання часто вимірюють в обертах за хвилину, N – частота обертання.

Залежність між кутовою швидкістю і частотою обертання.

Запишемо пропорцію ω рад – 1 с, $2\pi n$ рад – 60 с.

З пропорції знайдемо

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1 \cdot n \text{ (рад/с)}.$$

Величина, що характеризує швидкість зміни кутової швидкості залежно від часу, називається кутовим прискоренням тіла.

Кутове прискорення дорівнює першій похідній кутової швидкості або другій похідній кутового переміщення за часом

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (\text{рад/с}^2).$$

Нормальне прискорення точки дорівнює:

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Дотичне прискорення будь-якої точки нерівномірного руху обертового тіла:

$$a_t = \varepsilon \cdot r$$

4.Рівномірне та рівнозмінне обертання. Лінійні швидкості та прискорення точок тіла, яке обертається навколо нерухомої осі

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі зі сталою кутовою швидкістю, то такий рух називають **рівномірним**.

Формули рівномірного обертального руху: $\omega = const$, $\varphi = \omega \cdot t$

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі зі сталим кутовим прискоренням, то такий рух називають **рівнозмінним**.

Формули рівнозмінного обертального руху:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = const, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Формула для визначення швидкості будь-якої точки обертового тіла:

$$V = \omega \cdot r$$

Повне прискорення точки дорівнює:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Нормальне прискорення точки дорівнює:

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Дотичне прискорення будь-якої точки нерівномірного руху обертового тіла:

$$a_t = \varepsilon \cdot r$$