

Câu 1 (1.0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Tính diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) .

Câu 2 (1.0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (m là tham số thực). Chứng minh rằng với mọi m , đường thẳng d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại A và B . Xác định m để biểu thức $P = (3k_1 + 1)^2 + (3k_2 + 1)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (1.0 điểm). Cường độ động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ trong đó A là biên độ rung chấn tối đa, A_0 là biên độ chuẩn (hằng số). Một trận động đất ở Xan Phranxixcô có cường độ 8 độ richter, trong cùng năm đó một trận động đất khác ở gần đó đo được cường độ là 6 độ richter. Hỏi trận động đất ở Xan Phranxixcô có biên độ rung chấn tối đa gấp bao nhiêu lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất kia?

Câu 4 (1.0 điểm). Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$ ($x > 0$). Tính $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017)$.

Câu 5 (1.0 điểm). Giải phương trình: $\sin 3x + 2 \cos^2 x = 1$.

Câu 6 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm

C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 7 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a\sqrt{2}$ và tam giác SAB là tam giác cân tại đỉnh S . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 45° , góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAD) .

Câu 8 (1.0 điểm). Trong không gian cho 2^n điểm phân biệt ($n > 4, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong 2^n điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị của n sao cho từ 2^n điểm đã cho tạo ra đúng 505 mặt phẳng phân biệt.

Câu 9 (1.0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: mx + 4y = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I . Tìm m để đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12.

Câu 10 (1.0 điểm). Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn: $2(a^2 + b^2) + ab = (a + b)(ab + 2)$. Tìm

giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)$$

-----**Hết**-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh:.....

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HSG
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2017-2018**

Môn: **TOÁN - THPT**

(Gồm 06 trang)

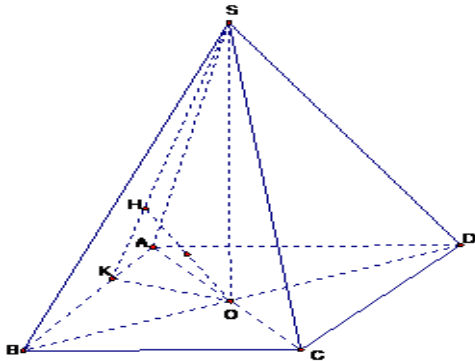
Lưu ý

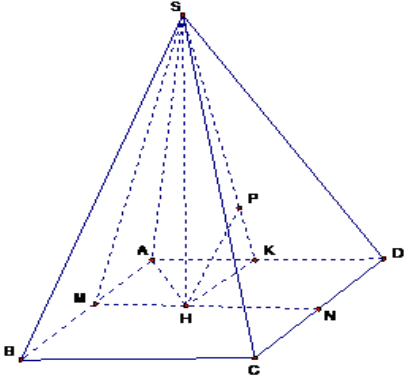
- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Trong lời giải câu 6, 7 nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

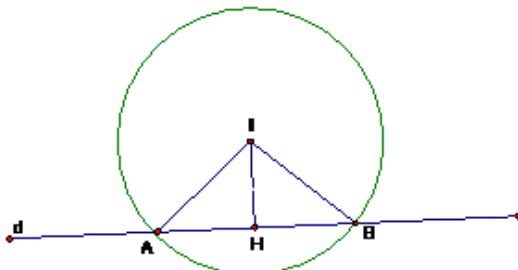
Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	Câu 1 (1.0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C). Tính diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C).	
	Ta có $y' = x^3 - 4x; y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$	0.25
	Suy ra 3 điểm cực trị là $A(-2; -3); B(0; 1); C(2; -3)$	
	Các điểm cực trị tạo thành tam giác ABC cân tại B	0.25
	Gọi H là trung điểm của AC $\Rightarrow H(0; -3)$ và $BH \perp AC$	
Ta có $\overline{BH}(0; -4) \Rightarrow BH = 4$; $\overline{AC}(4; 0) \Rightarrow AC = 4$	0.25	
Vậy diện tích cần tìm: $S = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ (đvdt)	0.25	

2	<p>Câu 2 (1.0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (m là tham số thực). Chứng minh rằng với mọi m, đường thẳng d luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại A và B. Xác định m để biểu thức $P = (3k_1 + 1)^2 + (3k_2 + 1)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.</p>	
	<p>Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của phương trình:</p> $\frac{x+1}{x+2} = -2x + m - 1 \quad (1)$ <p>$(1) \Leftrightarrow x+1 = (-2x+m-1)(x+2)$ (vì $x = -2$ không là nghiệm của pt (1))</p>	0.25
	<p>$\Leftrightarrow 2x^2 + (6-m)x + 3 - 2m = 0 \quad (2).$</p> <p>Ta có $\Delta = (6-m)^2 - 8(3-2m) = m^2 + 4m + 12 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}.$</p> <p>Phương trình (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 2, hay d luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B.</p>	0.25
	<p>Gọi x_1, x_2 là hoành độ của $A, B \Rightarrow x_1, x_2$ là các nghiệm của pt (2). Theo định lý Viét</p> <p>ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-6}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{3-2m}{2} \end{cases}$. Mặt khác ta có $\begin{cases} k_1 = \frac{1}{(x_1+2)^2} \\ k_2 = \frac{1}{(x_2+2)^2} \end{cases}$</p> $\Rightarrow k_1 k_2 = \frac{1}{(x_1+2)^2 (x_2+2)^2} = \frac{1}{(x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 4)^2} = \frac{1}{\left(\frac{3-2m}{2} + m - 6 + 4\right)^2} = 4.$ <p>Khi đó $P = (3k_1 + 1)^2 + (3k_2 + 1)^2 = 9k_1^2 + 9k_2^2 + 2(3k_1 + 3k_2) + 2 \quad (*)$</p>	0.25

	<p>Ta có $k_1, k_2 > 0$. Theo bất đẳng thức Côsi: $9k_1^2 + 9k_2^2 \geq 2\sqrt{81k_1^2k_2^2} = 18k_1k_2 = 72$</p> <p>và $2(3k_1 + 3k_2) \geq 4\sqrt{9k_1k_2} = 12\sqrt{4} = 24$</p> <p>Vậy VT(*) $\geq 72 + 24 + 2 = 98$</p> <p>Dấu bằng xảy ra</p> <p>$\Leftrightarrow k_1 = k_2 \Leftrightarrow x_1 + 2 = -(x_2 + 2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4 \Leftrightarrow \frac{m-6}{2} = -4 \Leftrightarrow m = -2$ (Do $x_1 \neq x_2$)</p> <p>)</p> <p>Vậy: $P_{\min} = 98 \Leftrightarrow m = -2$.</p>	0.25
3	<p>Câu 3 (1.0 điểm). Cường độ động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ trong đó A là biên độ rung chấn tối đa, A_0 là biên độ chuẩn (hằng số). Một trận động đất ở Xan Phranxixcô có cường độ 8 độ richter, trong cùng năm đó một trận động đất khác ở gần đó đo được cường độ là 6 độ richter. Hỏi trận động đất ở Xan Phranxixcô có biên độ rung chấn tối đa gấp bao nhiêu lần biên độ rung chấn tối đa trận động đất kia?</p> <p>Gọi M_1, A_1 lần lượt là cường độ và biên độ của trận động đất ở Xan Phranxixcô</p> <p>Gọi M_2, A_2 lần lượt là cường độ và biên độ của trận động đất còn lại</p> <p>khi đó ta có $M_1 = \log A_1 - \log A_0, M_2 = \log A_2 - \log A_0$</p> <p>Từ đó ta có $\frac{A_1}{A_0} = 10^{M_1}; \frac{A_2}{A_0} = 10^{M_2}$</p> <p>Lập tỉ số $\frac{A_1}{A_2} = \frac{10^{M_1}}{10^{M_2}} = 10^{M_1 - M_2} = 10^2 = 100$</p> <p>$\Rightarrow A_1 = 100.A_2$. Vậy cường độ trận động đất ở Xan Phranxixcô có biên độ gấp 100 lần trận động đất còn lại.</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
4	<p>Câu 4 (1.0 điểm). Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Tính $f(1).f(2).f(3)...f(2017)$</p> <p>Ta có:</p> $\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{x^2(x+1)^2 + (x+1)^2 + x^2}{x^2(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1}{x^2(x+1)^2}}$ $= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \quad (\text{do } x > 0)$ <p>Khi đó ta có $f(1).f(2).f(3)...f(2017) = e^{2017 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2017.2018}}$</p>	0.25 0.25

	$= e^{\frac{2017+1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}}$	0.25
	$= e^{\frac{2018-1}{2018}} = e^{\frac{2017 \cdot 2019}{2018}}$	0.25
5	Câu 5 (1.0 điểm). Giải phương trình: $\sin 3x + 2 \cos^2 x = 1$	
	Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x = -\cos 2x$	0.25
	$\Leftrightarrow \sin 3x = \sin(2x - \frac{\pi}{2})$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbf{Z})$	0.25
		0.25
HS tìm được 1 họ nghiệm đúng thì được 0.25đ		
6	Câu 6 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AC = 2\sqrt{3}a$, $BD = 2a$; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .	
	Ta có diện tích hình thoi $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a^2 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{3}a^2$	0.25
	Theo giả thiết $SO \perp (ABCD)$. Kẻ $OK \perp AB$, $OH \perp SK \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow AB \perp OH \Rightarrow OH \perp (SAB)$	
		0.25
	$d(C, (SAB)) = 2d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	
	Khi đó ta có $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OK^2} = \frac{4}{a^2}$	0.25

	<p>Vậy thể tích khối $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ (đvtt)</p>	0.25
7	<p>Câu 7 (1.0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a\sqrt{2}$ và tam giác SAB là tam giác cân tại đỉnh S. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 45°, góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Tính khoảng cách từ C đến (SAD).</p>	
		0.25
	<p>Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy, M là trung điểm AB ΔSAB cân tại S nên $SM \perp AB$ và kết hợp với $SH \perp (ABCD)$ suy ra $AB \perp (SMH)$.</p> <p>Vậy MH là trung trực của AB, MH cắt CD tại $N \Rightarrow N$ là trung điểm của CD.</p>	
	<p>Nên theo giả thiết ta được:</p> <p>+ $(\angle SA, (ABCD)) = \angle SAH = 45^\circ \Rightarrow SA = SH\sqrt{2}$</p> <p>+ $(\angle (SAB), (ABCD)) = \angle (SM, MH) = \angle SMH = 60^\circ \Rightarrow SM = SH \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$</p>	0.25
	<p>Trong tam giác SAM ta có:</p> $SA^2 = AM^2 + SM^2 \Leftrightarrow 2SH^2 = \frac{4SH^2}{3} + 2a^2 \Leftrightarrow SH = a\sqrt{3}$	0.25
	<p>Từ đó tính được:</p> $d(C, (SAD)) = 2d(H, (SAD)) = 2HP = \frac{2a\sqrt{30}}{5}$	0.25
8	<p>Câu 8 (1.0 điểm). Trong không gian cho 2^n điểm phân biệt $(n > 4, n \in \mathbb{N})$, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong 2^n điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị của n sao cho từ 2^n điểm đã cho tạo ra đúng 505 mặt phẳng phân biệt.</p>	

	Số cách chọn ra 3 điểm từ $2n$ điểm đã cho là C_{2n}^3 suy ra số mặt phẳng được tạo ra là C_{2n}^3 .	0.25
	Do trong $2n$ điểm đã cho có n điểm đồng phẳng nên có C_n^3 mặt phẳng trùng nhau	0.25
	Suy ra số mặt phẳng được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$ Theo bài ra: $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 505$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 504$ $\Leftrightarrow n(n-1)(8n-4-n+2) = 3024 \Leftrightarrow n(n-1)(7n-2) = 3024$ $\Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 3024 = 0 \Leftrightarrow (n-8)(7n^2 + 47n + 378) = 0 \Leftrightarrow n = 8$ Vậy $n = 8$.	0.25
9	Câu 9 (1.0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: mx + 4y = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I . Tìm m để đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12.	
	Đường tròn (C) có tâm $I(1; m)$, bán kính $R = 5$.	
		0.25
	Gọi H là trung điểm của dây cung AB . Ta có IH là đường cao của tam giác IAB . $IH = d(I, d) = \frac{ m + 4m }{\sqrt{m^2 + 16}} = \frac{ 5m }{\sqrt{m^2 + 16}}$ Nhận xét: d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt AB	0.25
	$AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{25 - \frac{(5m)^2}{m^2 + 16}} = \frac{20}{\sqrt{m^2 + 16}}$	0.25

	<p>Diện tích tam giác IAB là $S_{\Delta IAB} = 12 \Leftrightarrow 2S_{\Delta IAH} = 12$</p> $d(I, d).AH = 12 \Leftrightarrow 25 m = 3(m^2 + 16) \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m = \pm \frac{16}{3} \end{cases}$ <p>\Leftrightarrow (thỏa mãn)</p>	0.25												
10	<p>Câu 10 (1.0 điểm). Cho $a, b \in \mathbb{N}$; $a, b > 0$ thỏa mãn: $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$. Tìm GTNN của biểu thức: $T = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)$.</p>													
10	<p>Ta có $a, b > 0$</p> $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$ $\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) + ab = a^2b + ab^2 + 2(a+b)$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = (a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$	0.25												
	<p>Theo BĐT Côsi ta có:</p> $(a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{(a+b)2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 2\right)}$ <p>Suy ra $2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 \geq 2\sqrt{2\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 2\right)} \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{5}{2}$ (do $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 0$)</p> <p>và ta có $T = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) = 4\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right] - 9\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 + 18$</p>	0.25												
	<p>Xét hàm số:</p> $f(t) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18, \quad t \geq \frac{5}{2} \Rightarrow f'(t) = 12t^2 - 18t - 12$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases}$ <p>Ta có bảng biến thiên :</p> <table border="1" data-bbox="446 1803 1129 2087"> <tr> <td>t</td> <td>$-\infty$</td> <td>$5/2$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td></td> <td>$\frac{23}{4}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	t	$-\infty$	$5/2$	$+\infty$	$f'(t)$			+	$f(t)$		$\frac{23}{4}$	$+\infty$	0.25
t	$-\infty$	$5/2$	$+\infty$											
$f'(t)$			+											
$f(t)$		$\frac{23}{4}$	$+\infty$											

$\Rightarrow \min T = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{23}{4} \text{ khi } (a;b) \in \{(1;2), (2;1)\}$ <p><i>HS tìm được 1 trong 2 bộ (1;2), (2;1) thì vẫn cho điểm tối đa</i></p>	0.25
--	------

-----**Hết**-----

ĐỀ CHÍNH THỨC

**MA TRẬN ĐỀ
MÔN: TOÁN - THPT**

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

STT	Chủ đề	Nội dung	Mức độ				Tổng
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao	
1	Ứng dụng đạo hàm	Cực trị		Câu 1 1 đ			Câu 1 1 đ
		Bài toán tương giao				Câu 2 1 đ	Câu 2 1 đ
		Ứng dụng đạo hàm cm bất đẳng thức				Câu 10 1 đ	Câu 10 1 đ
2	Mũ và lôgarit	Hàm số mũ			Câu 5 1 đ		Câu 5 1 đ
		Hàm số logarit			Câu 4 1 đ		Câu 4 1 đ
3	Thể tích khối đa diện	Thể tích khối đa diện		Câu 6 1 đ			Câu 6 1 đ
4	Quan hệ vuông góc	Khoảng cách				Câu 7 1 đ	Câu 7 1 đ
5	Tổ hợp xác suất	Tổ hợp			Câu 8 1 đ		Câu 8 1 đ

6	Lượng giác	Phương trình lượng giác		Câu 5 1 đ			Câu 5 1 đ
7	Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng	Hình tọa độ			Câu 9 1 đ		Câu 9 1 đ
Tổng				3 Câu 3 đ	4 Câu 4 đ	3 Câu 3 đ	10 Câu 10 đ