ÉLASTICITÉ

Exercice 1

Les voyageurs d'affaires et les touristes ont les demandes suivantes pour les billets d'avion entre Berlin et Genève.

	Quantité demandée	
Prix	Voyageurs d'affaires	Touristes
300	2 100	1 000
400	2 000	800
500	1 900	600
600	1 800	400

1. Quelle est l'élasticité-prix de la demande des voyageurs d'affaires quand le prix du billet augmente de 400€ à 500€ ?

2. Quelle est l'élasticité-prix de la demande des touristes quand le prix du billet augmente de 400€ à 500€ ?

3. Pour quelle raison l'élasticité-prix de la demande des voyageurs d'affaires serait-elle différente de celle des touristes ?

Solution

1. L'élasticité-prix de la demande des voyageurs d'affaires quand le prix du billet augmente de 400€ à 500€ est

$$e_{A/p} = \frac{\frac{1\,900-2\,000}{2\,000}}{\frac{500-400}{400}} = -\frac{100}{2\,000} \times \frac{400}{100} = -0,2$$

2. L'élasticité-prix de la demande des touristes quand le prix du billet augmente de 400€ à 500€ est

$$e_{T/p} = \frac{\frac{600-800}{800}}{\frac{500-400}{400}} = -\frac{200}{800} \times \frac{400}{100} = -1$$

3. L'élasticité-prix de la demande des voyageurs d'affaires est **moins élastique** que celle des touristes car les voyageurs d'affaires sont plus captifs : leur travail leur impose de prendre certains vols. Ce n'est pas le cas des touristes qui peuvent changer de destination si les tarifs ne leur conviennent pas.

Exercice 2

La quantité q d'un bien et son prix unitaire p sont liés par la relation

$$p(1 + 2q) = 22$$

1. Calculer q en fonction de p puis p en fonction de q.

2. Déterminer l'élasticité de la demande par rapport au prix, puis, l'élasticité du prix par rapport à la demande.

3. Comparer la première pour $p = 2$ avec la deuxième pour $q = 5$.

Solution

1. On calcule q en fonction de p ($q > 0$ et $p > 0$).

$$p(1 + 2q) = 22 \Leftrightarrow p + 2pq = 22 \Leftrightarrow q = \frac{22-p}{2p} = \frac{11}{p} - \frac{1}{2}$$

On calcule p en fonction de q ($q > 0$ et $p > 0$).

$$p(1 + 2q) = 22 \Leftrightarrow p = \frac{22}{1+2q}$$

2. L'élasticité de la demande par rapport au prix est de

$$e_{q/p}(p) = p\frac{q'}{q} = p\times\left(-\frac{11}{p^2}\right)\times\frac{2p}{22-p} = -\frac{22}{22-p}$$

L'élasticité du prix par rapport à la demande est de

$$e_{p/q}(q) = q\frac{p'}{p} = q \times \left(-\frac{44}{(1+2q)^2}\right) \times \frac{1+2q}{22} = -\frac{2q}{1+2q}$$

3. On compare la première pour $p = 2$ avec la deuxième pour $q = 5$.

$$e_{q/p}(2) = -\frac{22}{22-2} = -1,1$$

$$e_{p/q}(5) = -\frac{2\times5}{1+2\times5} = -\frac{10}{11} = \frac{1}{e_{q/p}(2)}$$

Les élasticités sont **inverses**. On remarquera que, si $q = 5$,

$$p = \frac{22}{1+2q} = \frac{22}{1+2\times5} = \frac{22}{11} = 2$$

Exercice 3

Une famille ayant un revenu mensuel de 5 000€ consacre 1 800€ pour son alimentation. L'élasticité de la dépense alimentaire par rapport au revenu est 0,7.

À combien peut-on estimer la dépense alimentaire si le revenu devient 6 000€ ?

Solution

Soit x la dépense alimentaire si le revenu devient 6 000€.

$$e = \frac{\frac{x-1\,800}{1\,800}}{\frac{6\,000-5\,000}{5\,000}} = 0,7 \Leftrightarrow \frac{x-1\,800}{1\,800} = 0,7\times0,2 \Leftrightarrow x = 1\,800 + 0,14\times1\,800 = 2\,052€$$

La dépense alimentaire si le revenu devient 6 000€ est donc de **2 052€**.

Exercice 4

On considère le comportement d'un consommateur qui exprime une demande de cigarettes. Sa fonction de demande par rapport au prix du paquet de cigarettes s'établit comme suit.

$$X = -4P + 70$$

P désigne le prix du marché du paquet de cigarettes et X nombre de paquets demandés par le consommateur.

1. On constate que le prix du paquet sur le marché est de 5€. À combien de paquets la demande de ce consommateur s'établit-elle ?

2. Pour le prix de 5€, calculer l'élasticité-prix de la demande de cigarettes. Commenter.

3. Le gouvernement souhaite inciter les individus fumeurs à réduire leur consommation de cigarettes. Le gouvernement contribue donc à une hausse du prix du paquet qui passe à 7,50€. En supposant que le comportement de ce consommateur est représentatif de l'ensemble des autres, mesurer l'impact sur la demande de cigarettes. Commenter.

4. En supposant que le gouvernement prélève 50% de taxes sur chaque paquet de cigarettes vendu, la hausse du prix de vente de 5€ à 7,50€ permet-elle d'accroître les recette fiscales ? justifier.

5. Calculer l'élasticité-prix lorsque le prix s'établit à 7,50€. Commenter.

Solution

1. La demande de ce consommateur s'établit à $-4\times5 + 70 = 50$ **paquets**.

2. Pour le prix de 5€, la fonction X étant affine, l'élasticité-prix de la demande de cigarettes vaut

$$e_{X/P} = P\frac{X'}{X} = P\times\frac{-4}{-4P+70} = \frac{-4P}{-4P+70}$$

$$e_{X/P}(5) = \frac{-4\times5}{-4\times5+70} = -\frac{20}{50} = -0,4$$

Si le prix du paquet de cigarettes augmente de 1%, la demande diminue de 0,4%.

3. Pour 7,50€, la demande est de $-4\times7,5 + 70 = 40$ **paquets**.

$$\frac{40}{50} = 0,8$$

La demande a donc baissé de 20%, la consommation a effectivement nettement baissé.

NB : on pouvait utiliser la question 1. Pour chaque pourcent d'augmentation du prix, la demande baisse de 0,4%. En l'occurrence, le prix du paquet a augmenté de 50%, donc la demande baisse de $50\times0,4 = 20\%$.

4. La différence de recette fiscale est donnée par

$0,5\times7,5\times40 - 0,5\times5\times50 = 150 - 125 = 25€$

Les recettes fiscales vont donc être accrues de **25€**.

5. Pour le prix de 7,50€, l'élasticité-prix de la demande de cigarettes vaut

$e_{X/P}(7,5) = \frac{-4\times7,5}{-4\times7,5+70} =- \frac{30}{40} =- 0,75$

Si le prix augmente de 1%, la demande baisse de 0,75%. On constate que **plus le prix du paquet augmente, plus la mesure est incitative** pour réduire la consommation de cigarettes.

Exercice 5

Partie A Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = (x + 8)e^{-0,5x}$$

On note f' sa fonction dérivée et on admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; +\infty[$, on a

$$f'(x) = (-0,5x - 3)e^{-0,5x}$$

Étudier le sens de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

Partie B Applications économiques

La fonction de demande d'un produit informatique est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A. Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines d'euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, à l'unité près, lorsque le prix unitaire est fixé à 200 euros. L'élasticité $e(x)$ de la demande par rapport au prix x est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1% de x. On admet qu'une bonne approximation de $e(x)$ est donnée par

$$e(x) = x\frac{f'(x)}{f(x)}$$

2. Démontrer que

$$e(x) = \frac{-0,5x^2-3x}{x+8}$$

3. Déterminer le signe de $e(x)$ sur $[0; +\infty[$ et interpréter ce résultat.

4. Comment évolue la demande lorsque le prix passe de 800 à 808 euros ?

Solution

Partie A

$f'(x)$ est du signe de $-0,5x - 3$ donc f' est **négative** sur l'intervalle $[0; +\infty[$. On peut alors tracer le tableau de variations de f.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
f	8 ↘	0

Partie B

1. Le nombre d'objets demandés est de **3 679**.

$$f(2) = (2 + 8)e^{-0,5\times2} = 10e^{-1}\approx 3,6788$$

2. On calcule

$e(x) = x\frac{(-0,5x-3)e^{-0,5x}}{(x+8)e^{-0,5x}} = \frac{-x(0,5x+3)}{x+8} = \frac{-0,5x^2-3x}{x+8}$

3. La fonction e, du même signe que f', est **négative** sur $[0; +\infty[$. On en déduit que la demande est **élastique** : plus le prix unitaire est élevé, moins la demande est forte.

4. Lorsque le prix passe de 800 à 808 euros (donc avec une augmentation de 1%), la demande **baisse de 3,5%**.

$$e(8) = \frac{-0,5\times8^2-3\times8}{8+8} = \frac{-32-24}{16} =- 3,5$$