

المدة : 3 ساعات

يوم الأحد 02 - ديسمبر - 2007

التمرين الأول: (05 نقاط)

(1)- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;2]$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$

- تحقق من أنه من أجل كل x من $[0;2]$ فإن:
 $f'(x) = \frac{x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$
 - ادرس تغيرات الدالة f

- بين أنه من أجل كل $x \in [0;2]$ فإن: $f(x) \in [0;2]$

(2)- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$
 - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $0 \leq u_n \leq 2$
 - ادرس رتبة (u_n)

- استنتج أن (u_n) متقاربة . عين نهايتها

التمرين الثاني: (03 نقاط)

اشترى فلاح سياج طوله 100m وأراد أن يحيط بهذا السياج قطعة أرض مستطيلة الشكل بعديها x و y

(1)- عبر عن $S(x)$ مساحة المستطيل بدلالة x

(2)- ماهى مساحة أكبر مستطيل يمكن احاطته بهذا السياج ؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

مبرهنة: إذا قبلت الدالة U الاشتقاق على مجال I وقبلت الدالة V الاشتقاق على $U(I)$ فإن الدالة $V \circ U$ تقبل

تقبل الاشتقاق على I حيث: $(V \circ U)'(x) = V'[U(x)] \times U'(x)$

(1)- لتكن الدالة $[U(x)]^n$ $h : x \mapsto [U(x)]^n$ و n عدد طبيعي يحقق $n \geq 2$ و U قابلة للاشتقاق على مجال I

باستعمال المبرهنة السابقة برهن على أن الدالة h قابلة للاشتقاق على مجال I ودالتها

المشتقة

هي: $h' : x \mapsto n [U(x)]^{n-1} \times U'(x)$

(2)- دالة عددية معرفة على و قابلة للاشتقاق على $]-\infty; 1[$ حيث: $f(x) = \frac{1}{2} [\ln(1-x)]^2$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

1- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ المعرفة كمايلي: $g(x) = 4 - x - e^x$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها

ج- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.07 \leq \alpha \leq 1.08$

2- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ المعرفة كمايلي: $f(x) = (3 - x)(1 - e^{-x})$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- تحقق من أن: $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$ عين جدول تغيرات الدالة f

ج- (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0$)

برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3 - x$ مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$

د- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

هـ- احسب $f(-1)$ ثم ارسم (Δ) و (C_f)

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (y_n) المعرفة كمايلي:

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = 1 \quad \text{و} \quad y_2 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}^* : y_{n+1} = 2y_n - y_1 + 2 \end{array} \right\}$$

نعتبر المتتالية المعرفة على (x_n) كمايلي:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : x_{n+1} = y_n - y_1 + 1$$

(1) احسب x_1, x_2 و x_3

(2) حدد طبيعة المتتالية (x_n)

(3) اكتب x_n بدلالة n

(4) نضع $S_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$

- بين أن $S_n = y_n - y_1 + 1$

- استنتج عبارة x_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7

(2) عين تبعا لقيم n بواقي قسمة العدد: $2006 + 2006^2 + 2006^3 + \dots + 2006^7$ على 7

(3) ليكن $u_n = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{n-1}$

عين قيم n التي من أجلها يكون u_n قابلا للقسمة على 7

(4) س و ع عدنان طبيعان

عين الثنائيات (s, e) من $\mathbb{Z}^2$ التي تحقق: $4s - 5e = 7$

المسألة: (12 نقاط)

تا دالة عددية للمتغير الحقيقي s حيث: $\frac{2 + \frac{3}{s}}{1 + \frac{2}{s}}$
(ى) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ي)

- I

- (1)- عين الأعداد الحقيقية أ ، ب ، ج بحيث يكون: $\forall s \in \mathbb{R} : \frac{2 + \frac{3}{s}}{1 + \frac{2}{s}} = \frac{1}{s}$
- (2)- أدرس تغيرات الدالة تا
- (3)- بين أن المستقيم (ق) ذو المعادلة $E = s$ مقارب للمنحنى (ى)
- (4)- ادرس وضعية المنحنى (ى) بالنسبة للمستقيم (ق)
- (5)- عين إحداثيي نقطة تقاطع (ى) مع حامل محور الفواصل
- (6)- استنتج حلول المتراجحة تا $0 \leq$
- (7)- ارسم المنحنى (ى)

II - لتكن عا اقتصار الدالة تا على المجال $]0, \infty[$

- (1)- بين أن عا تقبل دالة عكسية عا $^{-1}$ عين مجموعة تعريفها جدول تغيراتها

(2)- اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (ي') في النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$

(3)- ارسم (Δ) و (ي')

III - نعتبر الدالة ها المعرفة كمايلي : $\frac{|2 + \frac{2}{s}|}{1 + \frac{2}{s}}$

- (1)- بين أن عا دالة زوجية
- (2)- استنتج انه يمكن رسم المنحنى الممثل للدالة ها انطلاقا من المنحنى (ي)
- (3)- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي ط عدد إشارة حلول المعادلة :
 $0 = (|s| - 2 + \frac{2}{s})$