

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$
với $x > 0, x \neq 4$.

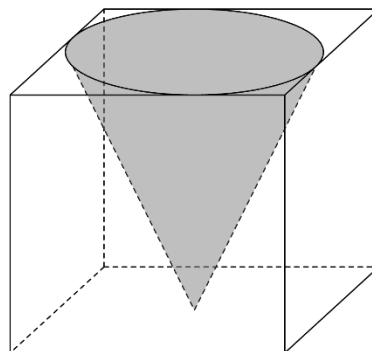
- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.

Bài II (2,5 điểm)

a) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình: Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30 km. Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài

hơn con đường cũ 6 km. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3 km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

b) Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh 1 m chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài.



Bài III (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-1} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \sqrt{y-1} = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x + 2m^2$ và parabol $(P): y = x^2$.

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .

b) Tìm m để $\frac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)} = -1$.

Bài IV (3,0 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O) . Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D . Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với BD, AB .

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID \cdot IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC . Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng

Bài V (0,5 điểm)

Với $x, y \geq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 + \frac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}}.$$

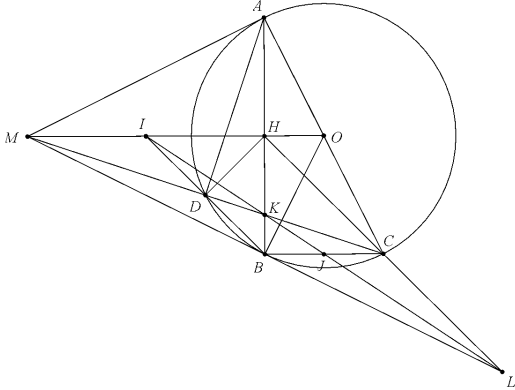
□ HẾT □

ĐÁP ÁN BIỂU ĐIỂM

Bài		Đáp án	Điểm
I (2,0đ)	a (0.5đ)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$. Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{9-7}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$. Vậy $x = 9$ thì $A = \frac{2}{3}$.	0.5
	b (1đ)	$B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$ $B = \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2x-3}{(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{3\sqrt{x}-6-x-2\sqrt{x}+2x-3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $B = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $B = \frac{(\sqrt{x}-2)\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.	1
	c (0.5đ)	c) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên. Ta có: $P = A.B$ $P = \frac{x-7}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ $P = \frac{x-7}{\sqrt{x}+2}$ $P = \frac{x-4-3}{\sqrt{x}+2}$	0,5

		$P = \sqrt{x} - 2 - \frac{3}{\sqrt{x} + 2}$ + Xét $x = 7 \Rightarrow P = 0 \in \mathbb{Z}$. Vậy $x = 7$ thỏa mãn. + Xét $x \neq 7$, $x \in \mathbb{Z}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỷ $\Rightarrow \sqrt{x} + 2$ là số vô tỷ. Mà $x - 7$ là số nguyên khác 0 $\Rightarrow P$ là số vô tỷ. + Xét $x \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x} - 2 \in \mathbb{Z}$. Do đó $P \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{3}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \in \mathbb{U}$ (3). Mà $\sqrt{x} + 2 \geq 2$ $\Rightarrow \sqrt{x} + 2 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn) Vậy $x = 7$; $x = 1$ là giá trị cần tìm.	
II(2.5đ)	a) 2đ	a) Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h) ($x > 0$)	0.25
		Thời gian lúc đi là $\frac{30}{x}$ (giờ) Quãng đường lúc về là $30 + 6 = 36$ (km) Vận tốc lúc về là $x + 3$ (km/h) Thời gian lúc về là $\frac{36}{x + 3}$ (giờ)	0,5
		$\frac{30}{x} - \frac{36}{x + 3} = \frac{1}{3}$	0,25
		$x = 9$ hoặc $x = -30$	0,5
		Kết luận	0,25

	b) 0.5đ	Thể tích lượng nước trong khối hộp bị tràn ra ngoài là thể tích của khối nón. $V = \frac{1}{3} \pi . R^2 . h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{1}{2} \right)^2 . 1 = \frac{\pi}{12} (\text{m}^3)$ Vậy lượng nước bị trào ra có thể tích $\frac{\pi}{12} (\text{m}^3)$	0.5
III (2đ)	1 (1đ)	Điều kiện: $x \geq -1, y \geq 1$. Đặt $\sqrt{x+1} = a (a \geq 0); \sqrt{y-1} = b (b \geq 0)$. Ta có hệ phương trình:	0,25
		$\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 4a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 14 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 4 \\ y-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
		KTĐK và KL (x; y)	0,25
	2 (1đ)	$\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (-2m^2) = 1 + 2m^2 > 0 \quad \forall m$	0,25
		$\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m \Rightarrow$ đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.	0,25
		Do phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$ nên theo hệ thức Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2; \quad x_1 x_2 = -2m^2$	0,25
		Mà $\frac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)} = -1 \quad (x_1 \neq m; x_2 \neq m)$ $\Rightarrow -(x_1 - m)(x_2 - m) = 2m + 4$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - m x_1 - m x_2 + m^2 = -2m - 4$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) + m^2 = -2m - 4$	0,25

		$\Rightarrow -2m^2 - 2m + m^2 = -2m - 4 \Leftrightarrow m^2 = 4$ $\Leftrightarrow m = \pm 2$ Thử lại, với $m = \pm 2$ phương trình (*) có hai nghiệm là $x_1 = -2$; $x_2 = 4$ Mà $x_1 \neq m$; $x_2 \neq m$, nên $m = 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	
IV (3đ)			0.25
a (0.75đ)		MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow MA \perp OA, MB \perp OB \Rightarrow \angle MAO = \angle MBO = 90^\circ$ $\Rightarrow MAOB$ nội tiếp đường tròn đường kính MO $\Rightarrow M, A, O, B$ cùng thuộc một đường tròn.	0.75
b (1đ)		Ta có $MA = MB$ (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O)) $OA = OB$ $\Rightarrow OM$ là trung trực của AB $\Rightarrow OM \perp AB$ tại H B thuộc đường tròn đường kính $AC \Rightarrow$ $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow BC \perp AB$	1

		$\Rightarrow MO \parallel BC$ $\Rightarrow \widehat{MD} = \widehat{BCD} \text{ (2 góc so le trong)}$ Lại có $\widehat{MBI} = \widehat{BCD}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BD}$ của (O)) $\Rightarrow \widehat{MD} = \widehat{BM} = \widehat{BCD}$ Xét $\triangle IMD$ và $\triangle IBM$ có $\widehat{MIB} \text{ chung}$ $\widehat{MD} = \widehat{BM}$ $\Rightarrow \triangle IMD = \triangle IBM \text{ (g.g)} \Rightarrow IM^2 = ID \cdot IB$	
c (1đ)		Có $\widehat{ADC} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ADM} = 90^\circ$ Mà $\widehat{AHM} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{AHM} = 90^\circ$ $\Rightarrow \text{Tứ giác } AHDM \text{ là tứ giác nội tiếp}$ $\Rightarrow \widehat{HID} = \widehat{MAD}$ Mà $\widehat{MAD} = \widehat{ABD}$ $\Rightarrow \widehat{BH} = \widehat{HID}$ Mà có $\widehat{HIB}$ chung $\Rightarrow \triangle IHD \text{ đồng dạng } \triangle IBH \Rightarrow IH^2 = ID \cdot IB$ Mà $IM^2 = ID \cdot IB$ $\Rightarrow IM = IH$ Gọi J là giao điểm của IL, BC Xét $\triangle MKI$ có $IM \parallel CJ \Rightarrow \frac{JC}{IM} = \frac{KJ}{KI}$ Xét $\triangle IKH$ có $BJ \parallel IH \Rightarrow \frac{BJ}{IH} = \frac{KJ}{KI}$ $\Rightarrow JC = JB$	

		Hay J là trung điểm của BC Xét $\triangle ILH$ có $CJ \parallel LH$ $\Rightarrow \frac{LC}{LH} = \frac{CJ}{HI} = \frac{2CI}{2HJ} = \frac{CB}{MH}$ Lại có $\angle MHL = \angle BCL$ (đồng vị) $\Rightarrow \triangle MHL \text{ đồng dạng } \triangle BCL \text{ (c.g.c)}$ $\Rightarrow \angle HLB = \angle HLM$ Vậy M, B, C thẳng hàng.	
V		Ta có $\sqrt{(x+1)(y+1)} \leq \frac{x+y+2}{2} \Rightarrow \frac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}} \geq \frac{32}{x+y+2}$ $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$ Khi đó $2P \geq (x+y)^2 + \frac{64}{x+y+2}$	0.25
		Ta có $\sqrt{(x+1)(y+1)} \leq \frac{x+y+2}{2} \Rightarrow \frac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}} \geq \frac{32}{x+y+2}$ $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$ Khi đó $2P \geq (x+y)^2 + \frac{64}{x+y+2}$ Lại có $(x+y)^2 + 4 \geq 4(x+y) \Rightarrow (x+y)^2 + 12 \geq 4(x+y+2)$ $\Rightarrow 2P + 12 \geq 4(x+y+2) + \frac{64}{x+y+2} \geq 2\sqrt{4(x+y+2) \cdot \frac{64}{x+y+2}}$ $\Rightarrow 2P \geq 20 \Rightarrow P \geq 10 \Rightarrow P_{\min} = 10$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 1$.	0.25

BGH DUYỆT

TTCM DUYỆT

GV RA ĐỀ

Kiều Thị Hải

Trương Thị Mai Hằng

Nguyễn Thị Thu

□ HẾT □