Тема 1.3 Просторова система сил

План

1. Паралелепіпед сил.
2. Рівновага просторової системи збіжних сил
3. Момент сили відносно осі
4. Загальний випадок дії просторової системи сил на тіло.
5. Рівновага довільної просторової системи сил.
6. Рівновага просторової системи паралельних сил

1. Паралелепіпед сил.
2. Рівновага просторової системи збіжних сил

Систему сил, лінії дії яких лежать у різних площинах, називають ***просторовою системою сил***.

Просторові системи сил, як і плоскі, можна поділити на три види: просторову систему збіжних сил, систему сил, довільно розміщених у просторі, і просторову систему паралельних сил.

Візьмемо силу ***P***, вектор якої довільно розміщений у просторі (рис.1). Виберемо у просторі прямокутну декартову систему координат *xyz*, початок відліку якої (точка ***O***) суміщений з точкою прикладання вектора сили ***P***. Спроектуємо вектор сили ***P*** на площину *xOy*. Опустимо з точки **A** (кінець вектора сили) на вказану площину перпендикуляр, який перетинає її в точці *a*. На площині *xOy* утворено вектор *Oa,* який і є проекцією P_{xy} сили на площину. За модулем ця проекція дорівнюватиме

$$P_{xy} = P\cos\alpha,$$

де α– кут між вектором сили ***P*** та площиною *xOy*.

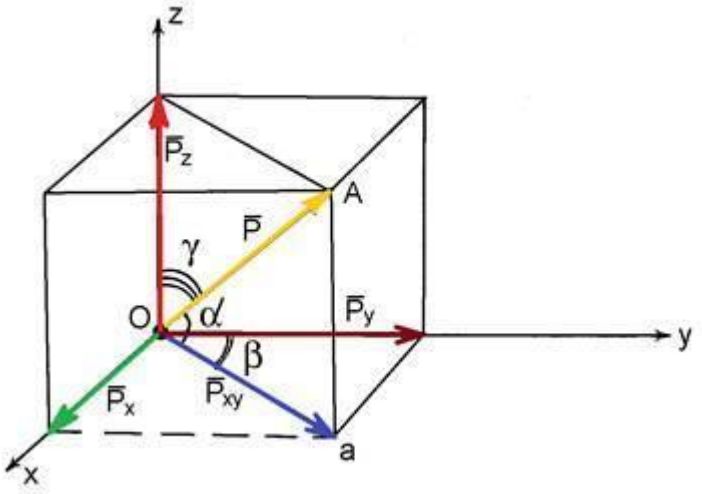

Рис.1

Якщо в площині *xOy* позначити кут β, то є можливість спроектувати силу ***P*** на осі ***x*** та ***y***, опускаючи з точки ***a*** на осі перпендикуляри і за відомим вже правилом отримати проекції вектора P_{xy} на вказані осі:

$$P_x = P_{xy} \cdot \sin\beta = P \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$P_y = P_{xy} \cdot \cos\beta = P \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta$$

У такому випадку крізь вісь **z** та вектор сили ***P*** можна провести площину, тому є можливість спроектувати силу на цю вісь за відомим правилом. Ця проекція дорівнюватиме:

$$P_z = P \cdot \cos\gamma$$

де γ– кут між вектором сили ***P*** та віссю **z**.

Рівнодіюча просторової системи сил, що сходяться в одній точці, прикладена в тій самій точці і рівна за модулем та напрямком діагоналі паралелепіпеда, ребра якого рівні та паралельні заданим силам.

Для рівноваги просторової системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб суми проекцій всіх сил на кожну з трьох координатних осей дорівнювали нулю.

$$\sum F_{kx} = 0 \; ; \quad \sum F_{ky} = 0 \; ; \quad \sum F_{kz} = 0 \; .$$

3. Момент сили відносно осі

Для випадку довільної просторової системи сил необхідно знати поняття про момент сили відносно осі, який характеризує обертальний ефект, що створюється силою, яка намагається повернути тіло навколо даної осі.

Щоб обчислити момент сили F відносно осі **z**, треба спроектувати цю силу на площину I, перпендикулярну до осі, а потім обчислити момент цієї проекції F_1 відносно точки ***O*** – перетину осі **z** з площиною I (рис.2).

Отже, ***моментом сили відносно*** осі *називається взятий із знаком плюс або мінус добуток модуля проекції сили на площину, перпендикулярну до осі, на її плече d_1 відносно точки O перетину осі з площиною*:

$$M_z(F) = \pm F_1 \cdot d_1 \; .$$

Момент сили відносно осі будемо вважати додатним, якщо, дивлячись назустріч осі **z**, можна бачити проекцію сили так, що вона намагається обертати площину I навколо осі **z** проти руху годинникової стрілки. У протилежному випадку момент вважають від'ємним.

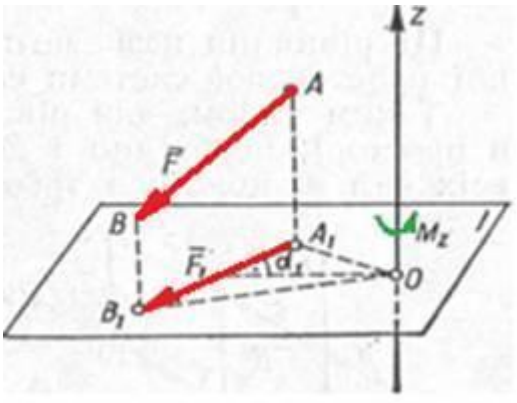

Рис.2

Момент сили відносно осі зображують відрізком, відкладеним на осі **z** від точки **O** в додатному напрямку, якщо $M_z(F) > 0$, і у від'ємному, якщо $M_z(F) < 0$.

Значення моменту сили відносно осі можна також виразити подвоєною площею трикутника A_1OB_1:

$$M_z(F) = \pm 2 \Delta A_1OB_1.$$

Момент сили відносно осі дорівнює нулю у двох випадках:

а) *якщо $F_1 = 0$, тобто лінія дії сили паралельна осі*;

б) *якщо $d_1 = 0$, тобто лінія дії сили перетинає вісь*.

4. Загальний випадок дії просторової системи сил на тіло.
5. Рівновага довільної просторової системи сил.
6. Рівновага просторової системи паралельних сил

Умови рівноваги довільної просторової системи сил.

Для рівноваги тіла, під дією системи сил довільно розміщених у просторі, необхідно, щоб воно не могло переміщатися вздовж кожної з трьох координатних осей.

Для цього треба, щоб:

$$\sum F_{kx} = 0 \; ; \quad \sum F_{ky} = 0 \; ; \quad \sum F_{kz} = 0 \; .$$

Крім того, треба, щоб тіло не мало змоги обертатися навколо кожної з цих трьох осей; тому мають справдитися такі умови:

$$\sum M_x(F_k) = 0 \; ; \quad \sum M_y(F_k) = 0 \; ; \quad \sum M_z(F_k) = 0 \; .$$

Таким чином, *для рівноваги системи сил, довільно розміщених у просторі, необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума проекцій всіх сил на кожну з трьох довільно вибраних координатних осей і алгебраїчна сума моментів всіх сил відносно кожної з цих осей дорівнювала нулю.*

Коли всі сили, що діють на тіло, паралельні у просторі, то можна вибрати координатні осі так, щоб одна із осей (наприклад **z**) була паралельна силам. Тоді проекції кожної з сил на осі **x** і **y** та їх моменти відносно осі **z** дорівнюватимуть нулю і система рівнянь зведеться до трьох умов рівноваги

$$\sum F_{kz} = 0 \; ; \quad \sum M_x(F_k) = 0 \; ; \quad \sum M_y(F_k) = 0 \; .$$

Решта три рівняння являтимуть собою тотожності.

Отже, *для рівноваги просторової системи паралельних сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума проекцій всіх сил на вісь, паралельну силам, і алгебраїчна сума моментів всіх сил відносно кожної з двох осей, що лежать в площині, перпендикулярній до цих паралельних сил, також дорівнювали нулю*.98