

18. Задачи на проценты

МАТЕРИАЛ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

Один процент - это одна сотая часть какого-то числа.

Задачи на проценты можно разделить на три вида:

- 1) Нахождение процентов от числа.
- 2) Нахождение числа по его процентам.
- 3) Нахождение процентного отношения двух чисел.

ЧТОБЫ НАЙТИ ПРОЦЕНТЫ ОТ ЧИСЛА, НАДО:

- 1) перевести % в десятичную дробь (для этого следует разделить количество процентов на 100);
- 2) умножить эту дробь на данное в задаче число.

Пример:

Сплав содержит 15 % меди. Сколько килограммов меди содержится в 500 килограммах сплава?

	кг	%
Сплав	500	100%
Медь	x	15%

Решение:

- 1) $15\% = 0,15$
 - 2) $0,15 \cdot 500 = 75$ (кг) меди содержится в 500 кг сплава
- Ответ: 75 кг.

ЧТОБЫ НАЙТИ ЧИСЛО ПО ЕГО ПРОЦЕНТАМ, НАДО:

- 1) перевести проценты в десятичную дробь (количество процентов делим на 100);
- 2) известное в задаче число разделить на эту дробь.

Пример:

Найти число, 25% которого равны 112.

число	%
x	100%
112	25%

Решение:

- 1) $25\% = 0,25$
 - 2) $112 : 0,25 = 448$
- Ответ: 448

ЧТОБЫ НАЙТИ, СКОЛЬКО ПРОЦЕНТОВ ОДНО ЧИСЛО СОСТАВЛЯЕТ ОТ ДРУГОГО (ИЛИ НАЙТИ ПРОЦЕНТНОЕ ОТНОШЕНИЕ ЧИСЕЛ), НАДО:

- 1) найти частное этих чисел;
- 2) перевести его в проценты (для этого полученное число умножить на 100 %).

Пример:

Из 500 зерен пшеницы взошло 410. Определить процент всхожести семян.

	Зерна	%
Всего посеяли	500	100%
Взошло	410	x

Решение:

1) $410:500=0,82$

2) $0,82=82$ (%) семян взошло

Ответ: 82%

УПРАЖНЕНИЯ

1. а) За контрольную работу по математике 8 % учащихся получили отметку 10 баллов. Если 10 баллов получили 4 ученика, то сколько человек выполняли контрольную работу?

б) В олимпиаде по математике приняли участие 40 учащихся восьмых и девярых классов. Если восьмиклассники составили 45 % всех учащихся, то сколько девятиклассников приняло участие в олимпиаде?

Решение:

а)	учащихся	в %
Всего	x	100%
Получили "10"	4	8%

$x:4=100:8,$

$x=4*100:8=50$ (учащихся)

Ответ: 50 учащихся

2. а) В магазин привезли 280 кг винограда. За день продали 70 % привезенного винограда. Сколько килограммов винограда продали?

б) В классе 25 учеников. На факультатив приходят занимается 40 % учеников. Сколько человек занимается на факультативе?

Решение:

а)	кг	в %
Всего	280	100%
Продали	x	70%

$280:x=100:70,$

$x=280*70:100=196$ (кг)

Ответ: 196 кг

3. а) В трех классах школы 81 ученик. В первом классе учеников на 10 % больше, чем во втором, а в третьем — на 6 человек меньше, чем в первом. Найдите количество учеников в каждом классе.

б) В трех коробках 61 карандаш. В первой на 15 % больше, чем во второй, а в третьей на 4 больше, чем в первой. Найдите количество карандашей в каждой коробке.

Решение:

а) Пусть в 1-м классе x учеников. 10% от числа x равны 0,1x, тогда во 2-м классе x-0,1x учеников, в 3-м - x-6 учеников. Всего учеников 81. Составим уравнение:

$x+x-0,1x+x-6=81,$

$2,9x=87$,
 $x=30$ (учю) - в 1-м классе.
1) $30-6-24$ (уч.) - в 3-м классе.
2) $30-0,1*30=30-3=27$ (уч.) - во 2-м классе.
Ответ: 30; 27; 24 ученика.

4. а) Сумма двух чисел равна 160. Найдите эти числа, если 20 % одного равны 60 % другого.

б) Сумма двух чисел равна 90. Найдите эти числа, если 30% одного равны 60% другого.

Решение:

а) Обозначим одно число x , второе - y . 20% числа x равны $0,2x$, 60% числа y равны $0,6y$.

$$\begin{cases} x + y = 160, \\ 0,2x = 0,6y; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y + y = 160, \\ x = 3y; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 40, \\ x = 120. \end{cases}$$

Ответ: 40; 120.

5. В коробке не хватает 5 % фломастеров. В коробку положили недостающие фломастеры плюс один. Сколько фломастеров в коробке, если положили:

а) 4 фломастера; б) 3 фломастера?

Решение:

а) 1) $4-1=3$ (фл.) - недоставало в коробке.

3 фломастера - 5%

x фломастеров - 100%

2) $x=100*3:5=60$ (фл.) - должно быть в коробке.

3) $60+1=61$ (фл.) - стало в коробке.

Ответ: 61 фломастер.

6. а) Цена товара повысилась от 130 000 р. до 156 500 р. На сколько процентов повысилась цена товара?

б) Цена товара понизилась от 64500 р. до 54000 р. На сколько процентов понизилась цена товара?

Решение:

а) 1) $156500-130000=26500$ (руб.) - повысилась цена товара

130 000 рублей - 100%

26 500 рублей - $x\%$

2) $x=26500*100:130000=20\ 5/13\%$ - повысилась цена товара

Ответ: на 20 5/13%

7. а) Цену изделия снизили на 15 %, а затем новую цену снизили еще на 20 %. После этих двух снижений стоимость изделия оказалась равной 17000 р. Найдите первоначальную стоимость изделия.

б) Цену изделия снизили на 20 %, а затем новую цену снизили еще на 10 %. После этих двух снижений стоимость изделия оказалась равной 23040 р. Найдите первоначальную стоимость.

Решение:

а) Пусть x - первоначальная стоимость изделия.

После первого снижения изделие стало стоить $(100\%-15\%):100*x=0,85x$.

После второго снижения изделие стало стоить $(100\%-20\%):100*0,85x = 0,8*0,85x = 0,68x$ и это равно 17000 рублей.

$$0,68x=17000,$$

$$x=17000:0,68,$$

$$x=25000 \text{ (р.)} - \text{первоначальная стоимость изделия.}$$

Ответ: 25000 рублей.

8. а) Число а равно 50 % от числа б. Это же число равно 20 % от числа с. Найдите числа а, б и с, если известно, что число с на 42 больше числа б.

б) Число а равно 60 % от числа б, а число с равно 120 % от числа б. Найдите числа а, б и с, если известно, что число с на 36 больше числа а.

Решение:

а) По условию $a=0,5b$ и $a=0,2c$, также известно, что $c=b+42$.

Из первых двух равенств получим $0,5b=0,2c$ и $b=0,4c$.

Подставим b в третье равенство: $c=0,4c+42$, $0,6c=42$, $c=42:0,6=70$.

Найдем остальные числа: $a=0,2c=0,2*70=14$; $b=c-42=70-42=28$.

Ответ: 14; 28; 70.

9. а) Сколько меда получится из 5 кг цветочного нектара, если нектар содержит 60 % воды, а полученный мед — 15 % воды?

б) Жирность молока составляет 5 %, а сметаны — 30 %. Какое количество молока необходимо для получения 20 кг сметаны?

Решение:

а) Нектар	5 кг	100%
Вода	х кг	60%

1) $x=5*60:100=3$ (кг) - вода

2) $5-3=2$ (кг) - сухой остаток в нектаре

3) $100-15=85\%$ - составляет сухой остаток меда

Мед	х кг	100%
Сух. остаток	2 кг	85%

4) $x=2*100:85=2 \frac{6}{17}$ (кг) - меда

Ответ: $2 \frac{6}{17}$ кг

10. а) Сколько воды надо добавить к 0,8 л воды, содержащей 25 % соли, чтобы получить 10-процентный раствор этой соли?

б) Сколько воды надо добавить к 0,2 л воды, содержащей 10 % уксусной кислоты, чтобы получить 6-процентный раствор этой кислоты?

Решение:

а) Раствор	0,8 л	100%
Соль	х л	25%

1) $x=0,8*25:100=0,2$ (л) - соли

Соль	0,2 л	10%
Раствор	х л	100%

2) $x=0,2*100:10=2$ (л) - новый раствор

3) $2-0,8=1,2$ (л) - воды добавили

Ответ: 1,2 литра

11. а) В первой емкости было молоко жирностью 2 %, а во второй — 5 %. Сколько надо взять молока из каждой емкости, чтобы получить 15 л молока жирностью 3,5 % ?

б) В первой емкости было молоко, жирность которого составляла 3 %, а во втором — сливки жирностью 20 %. Сколько надо взять молока и сколько сливок, чтобы получить 20 л молока жирностью 6 % ?

Решение:

а) Пусть x - количество 2% молока, y - количество 5% молока.

$x+y=15$ (л) по условию задачи. Следовательно, $x=15-y$.

$$0,02x+0,05y=15 \cdot 0,035,$$

$$0,02(15-y)+0,05y=0,525,$$

$$0,3-0,02y+0,05y=0,525,$$

$$0,03y=0,225,$$

$y=7,5$ (л) - надо взять 5% молока.

1) $15-7,5=7,5$ (л) - надо взять 2% молока.

Ответ: 7,5 л; 7,5 л.

12.а) Из емкости с 15-процентным раствором соли отлили 1 л и долили емкость водой, затем отлили еще 1 л и опять долили водой. В емкости оказался 5-процентный раствор соли. Какова вместимость емкости?

б) В кастрюле 80-процентный раствор сахара. Из нее отлили 15 л раствора и долили кастрюлю водой. Затем из нее отлили еще 15 л и снова долили водой, после чего концентрация сахара в кастрюле составила 10 % . Найдите объем кастрюли.

Решение:

а) Пусть раствор - x л. Соль в первом растворе - y .

Раствор	Соль
x	y
100%	15%

1) $y=x \cdot 15:100=0,15x$ (л) - соли в первом растворе

Вылили 1 л раствора. Найдем, сколько грамм соли содержалось в 1 л раствора:

Раствор	Соль
1 л	y
100%	15%

2) $y=15:100=0,15$ (г) - соли в 1 л раствора, который вылили

3) $0,15x-0,15$ (г) - соли осталось во втором растворе.

После того, как долили 1 л воды:

Раствор	Соль
x	$0,15x-0,15$
100%	$p\%$

4) $p=100 \cdot (0,15x-0,15):x=(15x-15):x(\%)$ - концентрация соли во втором растворе

Вылили 1 л раствора. Найдем, сколько грамм соли содержалось в 1 л раствора:

Раствор	Соль
1 л	y
100%	$(15x-15):x\%$

5) $y=(15x-15):x:100=(15x-15):(100x)$ (г) - соли в 1л второго раствора

6) $(0,15x-0,15)-(0,15-0,15:x)=0,15x-0,3+0,15:x$ (г) - соли в третьем растворе

После того, как долили 1 л воды:

Раствор	Соль
x	$0,15x-0,3+0,15:x$
100%	5%

7) $5x=100(0,15x-0,3+0,15:x),$

$$5x=15x-30+15:x,$$

$$10x-30+15:x=0,$$

$$10x^2-30x+15=0,$$

$$2x^2-6x+3=0,$$

$$D=36-24=12,$$

$$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \approx 2,37; \quad x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \approx 0,63.$$

Второй корень не подходит по условию задачи, т.к. выливали из емкости 1 литр воды.

Ответ: $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В саду 10 % всех деревьев — груши. Какое количество всех деревьев в саду, если груш 3?
2. Швеи шили в день 85 костюмов. В результате технического усовершенствования выпуск продукции в день увеличился до 96 костюмов. На сколько процентов увеличилась производительность труда?
3. Рыбак поймал 22,5 кг рыбы, после вяления масса рыбы уменьшилась до 18,6 кг. Сколько процентов своей массы теряет рыба при вялении?
4. При переработке 12 ц пшеницы получили 8,5 ц муки. Сколько процентов составляют отходы?
5. Цена товара повысилась от 95 000 р. до 110 400 р. На сколько процентов повысилась цена товара?
6. В двух мешках было 96 кг сахара, причем в одном из них сахара было на 12 % меньше, чем во втором. Сколько килограммов сахара было в каждом мешке?
7. При выполнении письменной работы по математике 23 % абитуриентов не решили ни одной задачи, 17 % абитуриентов допустили в решении задач ошибки. Оставшиеся 90 человек решили все задачи верно. Сколько абитуриентов выполняло эту работу?
8. Сторону квадрата увеличили на 25 %. На сколько процентов увеличился его периметр?
9. Из молока, жирность которого 3,5 %, производят творог жирностью 9 %, при этом остается сыворотка жирностью 1 %. Сколько творога получается из 20 кг молока?
10. Имеется два вида бронзы с содержанием меди 8 % и 37 %. Сколько нужно взять каждого из этих сортов бронзы, чтобы получить 90 т бронзы с содержанием меди 20 % ?