

Министерство образования, науки и молодежной политики Нижегородской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Арзамасский коммерческо-технический техникум»

**Методическая разработка олимпиады
по учебной дисциплине Математика**

Разработчик: преподаватель математики Куклин М.В.

Пояснительная записка

Олимпиада по математике проводится в первом полугодии учебного года среди студентов 1 и 2 курсов профессий и специальностей технического и социально-экономического профилей.

Задания олимпиады составлены в соответствии с государственными образовательными стандартами среднего (полного) общего образования по математике и программой учебной дисциплины «Математика».

Целью олимпиады по математике является выявление одаренных студентов, умеющих находить оптимальные и верные решения, способных логически рассуждать и готовых к индивидуальному соревнованию.

Задачи олимпиады:

- проверить наличие у участников необходимого понятийного аппарата и инструментария для решения проблем математики;
- развивать у обучающихся логическое мышление, умения интегрировать знания и применять их для решения нестандартных задач;
- вовлечь студентов в самостоятельную работу по углублению и совершенствованию знаний по математике.
- повысить интерес к изучаемому предмету через решение олимпиадных задач.

Олимпиада состоит из 10 заданий разной степени сложности (от 1 до 10 баллов). Максимальная сумма баллов за всю работу – 20. Победителем и призерами олимпиады признаются студенты, набравшие наибольшее количество баллов.

Продолжительность олимпиады 1 час 30 минут.

Критерии оценивания заданий

Задача 1. За правильный ответ без обоснования-1 балл.

Задача 2. За правильный ответ без обоснования-1 балл, за обоснование 2 балла и полное решение - 3балла.

Задача 3. За правильный ответ без обоснования-3 балла, с обоснованием-4 балла и полное решение 6 баллов.

Задача 4. За правильный ответ без обоснования-3 балла, с обоснованием-5 баллов и полное решение 7 баллов.

Задача 5. За правильный ответ без обоснования-4 балла, за полное решение и ответ -8 баллов.

Задача 6. За правильный ответ без обоснования- 6 баллов, за полное решение -8 баллов.

Задача 7. За правильный ответ без обоснования-2 балла, за обоснование 3балла

Задача 8 . За правильный ответ без обоснования- 3 балла, за обоснование 4 балла

Задача 9 Решено квадратное уравнение 3 балла, использовано условие задачи для уравнения, но допущена вычислительная ошибка – 5 баллов. Полное решение - 10 баллов

Задача10. За правильный ответ без обоснования- 3 балла, за обоснование 6 баллов.

Задача11. За правильный ответ без обоснования-2 балла, за обоснование 3балла и полное решение - 5 баллов.

Задача12. За правильный ответ без обоснования-2 балла, за обоснование 3балла и полное решение - 5 баллов.

Задача13. За правильный ответ без обоснования-4 балла, за обоснование 6баллов и полное решение - 8 баллов.

Задача14. За правильный ответ без обоснования-1 балл, за обоснование 2балла и полное решение - 3 балла.

Критерии оценки:

Ответ без обоснования 1-4 балла.

Решена задача для частного случая - 2-балла.

Составлено уравнение, но не решено –3балла

Составлено уравнение, решено, но допущена вычислительная ошибка – 5 баллов
Полное решение до 10 баллов

Распределение мест

I место – 57- 77 баллов

II место – 56 -40 баллов

III место – 39-35 баллов

Менее 35 баллов участники

Олимпиада по математике

2 курс

Время выполнения заданий – 90 мин

1. Решите уравнение: $x^4 = (4x - 5)^2$
2. Найти производную 3 порядка функции: $y = \ln x^9 \ln x$
3. Первая труба пропускает на 15 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар, объемом 100 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба?
4. Вычеркните в числе 54263027 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. Укажите все такие числа.
5. Найти интеграл методом замены переменной: $\int (x^2 + 1) \sqrt{x^3 + 3x - 7} dx$
6. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ 4x + 3y - 5z = 2 \\ 5x + 4y - 2z = 18 \end{cases}$$
7. Собака была привязана к десятиметровой веревке, а прошла по прямой двести метров. Как ей это удалось?
8. Из реки нужно набрать 3 литра воды. Как это сделать с помощью 9-литрового или 5 литрового ведра?
9. Имеются чашечные весы без гирь и 9 одинаковых по внешнему виду монет. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо сделать взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?
10. Выписаны в ряд числа от 1 до 1997. Играют двое. За один ход можно вычеркнуть любое число и все его делители. Выигрывает тот, кто зачеркивает последнее число. Докажите, что это первый игрок.

Решения.

1. Решение: уравнение приводится к виду $(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0$.
Уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ не имеет корней.
Уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$ имеет корни -5 и 1.

Ответ: -5; 1.

Решение: пусть первая труба пропускает x литров в минуту, тогда вторая труба $(x+15)$ литров в минуту. Получим уравнение $100/x = 100/(x + 15) + 6$;

$$100x + 1500 = 100x + 6x^2 + 90x; x^2 + 15x - 250 = 0, \text{ откуда } x = 10.$$

Ответ: 10.

4. Ответ: 54630 и 42630.

7. Её веревка не была ни к чему привязана

8. берем 9-литровое ведро, набираем воды, переливаем содержимое в 5-литровое ведро. При этом в первом ведре остается 4 литра воды. 5-литровое ведро освобождаем, переливаем туда 4 литра из ведра емкостью 9 литров. Снова заполняем 9-литровое ведро, из него доливаем воду в 5-литровое ведро (1 литр доливаем и оставляем 8 литров воды). Освобождаем 5-литровое ведро, переливаем в него 5 литров воды из 9-литрового ведра. В итоге в 9-литровом ведре останется ровно 3 литра воды.

9. Необходимо 3 взвешивания, а не 4. Так что исправляйте ответ.

Взвешиваем 123 и 456 монеты. Если весы в равновесии, то фальшивка среди 789 и за два взвешивания она находится элементарно.

Если весы отклонились, то взвешиваем более тяжелые монеты, например 456 и эталонные 789 - это второе взвешивание.

- Весы в равновесии, значит фальшивка среди 123 и она легче остальных монет, находим ее за 1 взвешивание - итого три взвешивания.

- Если 456 тяжелее 789, значит фальшивка среди 456 и она тяжелее остальных монет, находим ее за 1 взвешивание - итого три взвешивания.

10. Для доказательства можно не предъявлять выигрывающую стратегию. Пусть на числах от 2 до 1997 у начинающего есть выигрыш, тогда задача решена (1 вычеркнется вместе с любым первым числом). Если же на этих числах начинающий проигрывает, то первым ходом вычеркнем 1 и передадим ход второму игроку.