

Câu 47. [2D4-4.2-3] (SỞ GD-ĐT KIÊN GIANG -2018) Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b^2 - 4ac < 0$). Đặt $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = \frac{c}{2a}$.

B. $P = \frac{c}{a}$.

C. $P = \frac{2c}{a}$.

D. $P = \frac{4c}{a}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ nên

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

Do đó $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$ và $z_1 - z_2 = \frac{i\sqrt{4ac - b^2}}{a}$

Suy ra $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{a^2} = \frac{4c}{a}$.

Câu 44: [2D4-4.2-3] (CHUYÊN VĨNH PHÚC-LẦN 5-2018) Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = w + 3i$; $z_2 = w + 9i$; $z_3 = 2w - 4$, trong đó w là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$.

A. $P = 36$.

B. $P = 208$.

C. $P = 136$.

D. $P = 84$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $w = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $z_1 + z_2 + z_3 = -a \Rightarrow 4w + 4 + 12i = -a \Leftrightarrow (4x + 4 + a) + (12 + 4y)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4 + a = 0 \\ 12 + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4 = -a \\ y = -3 \end{cases}$$

Từ đó $w = x - 3i \Rightarrow z_1 = x$; $z_2 = x + 6i$; $z_3 = 2x - 4 - 6i$.

Vì phương trình bậc ba $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có một nghiệm thực nên hai nghiệm phức còn lại phải là hai số phức liên hợp, suy ra $x = 2x - 4 \Leftrightarrow x = 4$.

Như vậy $z_1 = 4$; $z_2 = 4 + 6i$; $z_3 = 4 - 6i$.

Do đó

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = -a \\ z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = -b \\ z_1 z_2 z_3 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 = -a \\ 84 = -b \\ 208 = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 84 \\ c = -208 \end{cases}$$

Vậy $P = |a + b + c| = |-12 + 84 + (-208)| = 136$.

Câu 36: [2D4-4.2-3] (ĐẶNG THỪA HÚC NGHỆ AN-2018) Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình $iz^3 - 2z^2 + (1-i)z + i = 0$. Biết z_1 là số thuần ảo. Đặt $P = |z_2 - z_3|$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $4 < P < 5$.

B. $2 < P < 3$.

C. $3 < P < 4$.

D. $1 < P < 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$iz^3 - 2z^2 + (1-i)z + i = 0 \Leftrightarrow (z+i)(iz^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -i \\ iz^2 - z + 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Vì z_1 là số thuần ảo nên z_2, z_3 là nghiệm của phương trình (1).

Ta có: $(z_2 - z_3)^2 = (z_2 + z_3)^2 - 4z_2z_3 = -1 + 4i$

$$\Rightarrow |(z_2 - z_3)^2| = |-1 + 4i| = \sqrt{17} \Rightarrow P = |z_2 - z_3| = \sqrt[4]{17}$$