الامتحان الثاني في مادة الرياضيات

المدة:120د القسم:

2رياضي

التمرين الأول(06ن):

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على IN كما يلي : $u_0 = 1$ ، $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

والمتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1) أحسب v_0 ، v_1 .

2) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

3) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$.

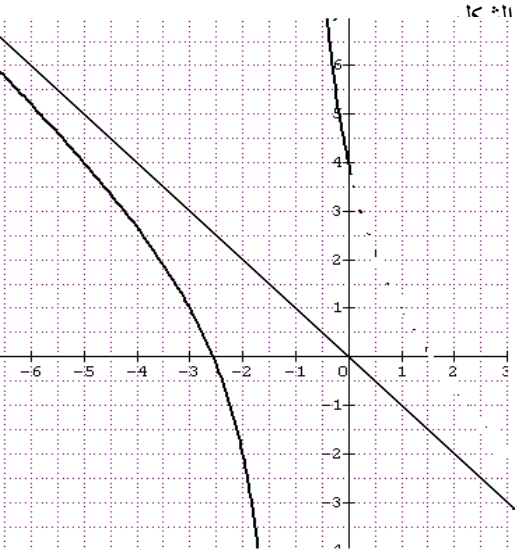
4) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_n - u_0$. ثم استنتج أن: $u_n = 2\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] + 1$.

5) أحسب $\lim(S_n)$ ثم استنتج $\lim(u_n)$.

التمرين الثاني (09ن):

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $I =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; 0]$ بـ: $f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل



1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات الدالة f شكل جدول تغيراتها.

2) g الدالة المعرفة على $[0 ; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$.

2) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيم مقاربا مائلا (Δ) ، عين معادلته.

3) أدرس تغيرات الدالة g .

II) k دالة معرفة على $IR - \{-1\}$ كما يلي: $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $k'_d(0) = \lim_{h \xrightarrow{>} 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، $k'_G(0) = \lim_{h \xrightarrow{<} 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

(إرشاد: $k'_d(0)$ هو العدد المشتق على يمين 0 ، $k'_G(0)$ هو العدد المشتق على يسار 0)

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

3) أرسم (T_1) ، (T_2) و (C_k) .

التمرين الثالث (05ن):

1. أكتب على الشكل $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ حيث: $r > 0$ ، العدد: $z' = -2\cos\frac{\pi}{5} + 2i\sin\frac{\pi}{5}$.

2. حل الجملة التالية: $\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ على المجال $x \in [0;2\pi[$