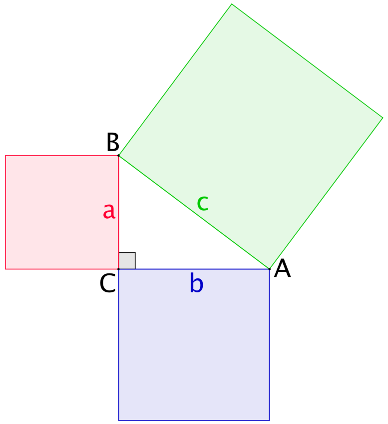
Démonstration du théorème de Pythagore

Il existe de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore : la première qui nous soit parvenue est due à Euclide (Εὐκλείδης, né vers -325 et mort vers -265, auteur des *Éléments*). Elle utilise le fait que l'aire du carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle égale la somme des aires des carrés formés sur les côtés de l'angle droit de ce même triangle.

Sur la figure ci-contre, le théorème de Pythagore s'énonce ainsi dans le triangle ABC rectangle en C :



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

Soit $c^2 = a^2 + b^2$

L'aire c^2 du carré de côté c égale la somme des aires a^2 et b^2 des carrés de côtés a et b.

La démonstration que nous évoquerons ici est celle du puzzle chinois dû à Chou Pei Suan Ching (周髀算經vers 200 av. J.-C.) dont la forme actuelle est attribuée à Robert Simson, mathématicien écossais (1687-1768).

On construit la figure suivante à partir du triangle ABC :

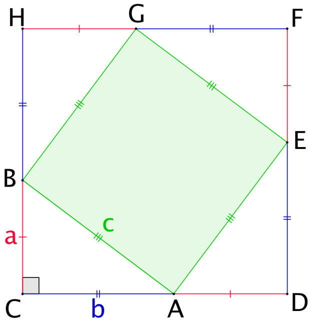


Figure 1

On a construit quatre triangles rectangles semblables au triangle rectangle ABC à l'intérieur d'un grand carré de côté $a + b$.

Les hypoténuses forment un carré, hachuré en vert, de côté c. L'aire du grand carré est donc égale à l'aire hachurée c^2, plus quatre fois l'aire du triangle rectangle.

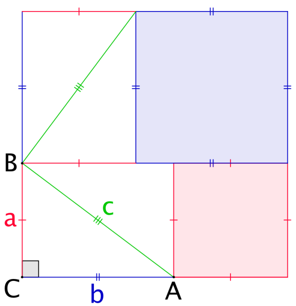


Figure 2

En faisant glisser deux triangles. on obtient à l'intérieur d'un grand carré, de côté $a + b$, deux carrés, de côtés a et b, complétés par quatre triangles rectangles, semblables au triangle ABC, formant deux rectangles de longueur a et de largeur b.

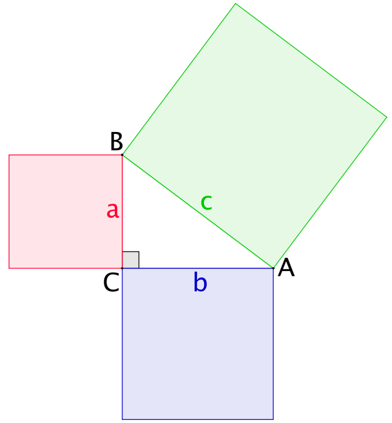
L'aire du grand carré est donc égale à l'aire hachurée $a^2 + b^2$, plus quatre fois l'aire du triangle rectangle.

Les aires hachurées des deux figures sont donc égales et on a $c^2 = a^2 + b^2$.

Démonstration du théorème de Pythagore

Il existe de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore : la première qui nous soit parvenue est due à Euclide (Εὐκλείδης, né vers -325 et mort vers -265, auteur des *Éléments*). Elle utilise le fait que l'aire du carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle égale la somme des aires des carrés formés sur les côtés de l'angle droit de ce même triangle.

Sur la figure ci-contre, le théorème de Pythagore s'énonce ainsi dans le triangle ABC rectangle en C :



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

Soit $c^2 = a^2 + b^2$

L'aire c^2 du carré de côté c égale la somme des aires a^2 et b^2 des carrés de côtés a et b.

La démonstration que nous évoquerons ici est celle du puzzle chinois dû à Chou Pei Suan Ching (周髀算經vers 200 av. J.-C.) dont la forme actuelle est attribuée à Robert Simson, mathématicien écossais (1687-1768).

On construit la figure suivante à partir du triangle ABC :

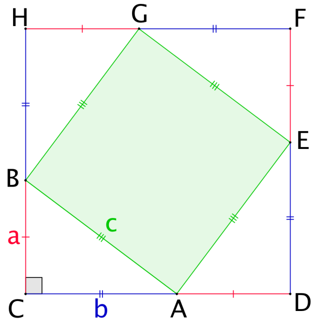


Figure 1

On a construit quatre triangles rectangles semblables au triangle rectangle ABC à l'intérieur d'un grand carré de côté $a + b$.

Les hypoténuses forment un carré, hachuré en vert, de côté c. L'aire du grand carré est donc égale à l'aire hachurée c^2, plus quatre fois l'aire du triangle rectangle.

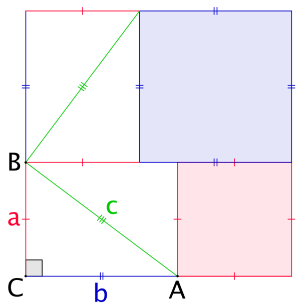


Figure 2

En faisant glisser deux triangles. on obtient à l'intérieur d'un grand carré, de côté $a + b$, deux carrés, de côtés a et b, complétés par quatre triangles rectangles, semblables au triangle ABC, formant deux rectangles de longueur a et de largeur b.

L'aire du grand carré est donc égale à l'aire hachurée $a^2 + b^2$, plus quatre fois l'aire du triangle rectangle.

Les aires hachurées des deux figures sont donc égales et on a $c^2 = a^2 + b^2$.