

✂ 1. Définition

Une grandeur Y est proportionnelle à une grandeur X
si et seulement si il existe un réel a tel que $Y = aX$

→ 🍀 Exemple :

Dans une station service parisienne, le prix d'un litre d'essence est égal à 2,07 euros.

Le prix P payé par le consommateur est proportionnel au volume V d'essence acheté.

Le prix en euro payé par le consommateur est : $P = 2,07 \times V$

→ 🍀 Contre-exemples :

La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son poids.

Le prix d'une œuvre d'art n'est pas proportionnel à sa taille.

✂ 2. Fonction linéaire et proportionnalité :

→ 🍀 Définition :

Soit a un nombre réel, la fonction f qui au réel x associe le réel $f(x) = ax$ est une fonction linéaire

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \rightarrow f(x) = ax$$

Le réel a est appelé coefficient directeur de la droite représentant la fonction linéaire f

→ 🍀 Fonction linéaire et proportionnalité :

En cycle 3 , on ne parle pas de fonction linéaire mais de situation de proportionnalité .

On ne parle pas de coefficient directeur pour désigner le nombre a ,mais de coefficient de proportionnalité entre la grandeur X et la grandeur Y

X (volume d'essence en litres)	1	10
Y (prix de l'essence en euros)	2,07	20,7

$Y = aX$, dans ce cas le coefficient de proportionnalité $a = 2,07$

→  Modélisation d'une situation de proportionnalité :

Reprenons l'exemple de la station service dans laquelle le prix d'un litre d'essence est égal à 2,07 euros.

Appelons x le volume d'essence acheté en litre et $p(x)$ le prix à payer en euros pour x litres achetés.

x en litres	1	x
$p(x)$ en euros	2,07	$2,07 x$

In fine, étudier cette situation de proportionnalité revient à étudier la fonction linéaire définie par $p(x) = 2,07x$

3. Propriété de linéarité additive

→  Proposition :

Si f est une fonction linéaire

$$\text{Alors } f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

→  Exemple :

Imaginons que nous connaissions déjà le prix de 24 litres d'essence (49,68€) et le prix de 16 litres d'essence (33,12€) et qu'on nous demande de calculer le prix de 40 litres d'essence.

En remarquant que $40 = 24 + 16$ on peut calculer le prix de 40 litres en effectuant l'addition $49,68 + 33,12$ soit 82,8 euros.

x volume en litres	24	16	40	x_1	x_2	$x_1 + x_2$
$f(x)$ le prix en euros	49,68	33,12	49,68 + 33,12	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_1) + f(x_2)$

✂ 3. Propriété de linéarité multiplicative

→ 🍀 Proposition :

Si f est une fonction linéaire

$$\text{Alors } f(\alpha x_1) = \alpha f(x_1)$$

→ 🍀 Exemple :

Imaginons maintenant que nous connaissions déjà le prix de 16 litres d'essence (33,12€) et qu'on nous demande de calculer le prix de 48 litres d'essence.

En remarquant que $48 = 3 \times 16$ on peut alors calculer le prix de 48 litres en effectuant la multiplication $3 \times 33,12\text{€}$ soit 99,36 euros

x volume en litres	16	$3 \times 16 = 48$	x_1	αx_1
$f(x)$ le prix en euros	33,12	$3 \times 33,12 = 99,36$	$f(x_1)$	$f(\alpha x_1)$