مديرية التربية لولاية برج بوعريريج
الشعبة : تقني رياضي

ثانوية كيال عراس ـ تكستار
دورة : مارس 2020

اختبارالفصل الثاني في مادة: الرياضيات
المدة: 3 سا

اختر أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04نقاط)

(u_n) متتالية معرّفة بـ : $u_0 = e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$.

1) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$.

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة ؟ .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) - 2$.

*) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

*) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ u_n بدلالة n . ماهي نهاية كل من المتتاليتين (v_n) وَ (u_n) ؟ .

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n ، حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$

التمرين الثاني:(05نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات منهم : 3 حمراء و 3 خضراء و كريتين بيضاوين ، جميع الكريات متماثلة ولا نميز بينها باللمس

1) نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بدون إرجاع من الصندوق

نعتبر الحادثتين : " A " الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل

" B " الحصول على كريتين من نفس اللون

ـ بين أن $P(A) = \frac{13}{28}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$.

2) نضيف إلى الصندوق n كرية بيضاء ، نعتبر الحدث C الحصول على كريتين بيضاوين

ـ بين أن $P(C) = \frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} P(C)$ وماذا تستنتج ؟.

3) نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد من الصندوق (وضعية الصندوق الأولى)

وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) اعط قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

ب) احسب أمله الرياضياتي. ثم احسب التباين والانحراف المعياري

التمرين الثالث : (04نقاط)

1) أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2023^{16n+2}-2\times 2019^{8n+1}-11\equiv 0[10]$

3) عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10<n\leq 25$

4) ليكن العدد A مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9

أ) عيّن x و y

ب) أكتب A في النظام العشري

جـ) أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الرابع : (07نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $0,56<\alpha<0,57$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-1+(x-1)\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) بين أن: $f(\alpha)=1-\alpha-\frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ : $f(\alpha)$

ب) (γ) هو المنحني الممثل للدالة " ln "في المعلم السابق ، احسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ثم ادس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (γ)

جـ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $f(2)$ و $f(e)$ ثم انشئ (T) ، (γ) و (C_f)

ـ انتهى الموضوع الأول ـ

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04.5نقاط)

(u_n) متتالية معرّفة بـ : $u_0=4e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=2\sqrt{u_n}$.

1) أ)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>4$.

ب)أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟ .

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(u_n)-2\ln 2$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n . احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

4)نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

$S_n=6\left(1-e^{-2020\ln 2}\right)$ أ)عين العدد الطبيعي n الذي يحقق

ب)عبر بدلالة n عن المجموع T_n حيث : $T_n=v_0^2+v_1^2+\cdots+v_n^2$.

التمرين الثاني : (04نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات منها 3بيضاء تحمل ارقام 1، 1، α واربعة حمراءتحمل الارقام :1، 1، 2، 2α وثلاثة سوداءتحمل الارقام: 2 ، $1+\alpha$، 1 ، كل الكرات متماثلة عند اللمس،(α عدد طبيعي فردي)نسحب عشوائيا كريتان دفعة واحدة

I) احسب احتمال الحادثتين : « A » الحصول على كرتين من نفس اللون.

« B » الحصول على كرتين مجموع الرقمين الظاهرين عليهما زوجيا.

« C » الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا

II) فيما يلي نأخذ : $\alpha = 1$.

1) احسب $P(D)$ احتمال سحب كريتان تحملان نفس الرقم .

2) ليكن المتغيرالعشوائي X الذي يرفق بكل سحبة كريتين مجموع الرقمين الظاهرين.

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$.

أقلب الصفحة

التمرين الثالث : (04.5نقاط)

1)نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $11x - 5y = 2$

أ) اثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y \equiv 4[11]$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E) .

2)ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضـع : $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب) عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون: $PGCD(a;b) = 2$.

ج) استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$.

أ) بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب) استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الرابع : (07نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1 + (x+2)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,5 < \alpha < -0,4$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x) = e^x - \ln(x+2)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;i,j)$

1) احسب نهايات الدالة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها . ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ)اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x+2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند مبدأ المعلم.

4) انشئ (C_f) و (Δ) .تعطى $f(\alpha) \simeq 0,2$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x

حيث: $e^x + \ln\left(\dfrac{m+2}{x+2}\right) = e^m$.

بالتوفيق في شهادة البكالوريا