

DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS

Matemática B
11.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2024/2025



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Distâncias inacessíveis (Matemática B - 11.º ano)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática B

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/pt-br/foto/grupo-de-pessoas-assistindo-no-laptop-1595385/>

Data:

Lisboa, julho de 2025



Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação

de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TEMA - DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
3	Tarefa 1 Reavivando a memória	Resolução de triângulos retângulos	• Conhecer e aplicar as relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo retângulo. • Formular e resolver problemas geométricos ou da vida real que envolvam triângulos retângulos e o cálculo de medidas dos seus lados e dos seus ângulos. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas. • Conhecer, aplicar e criar modelos presentes no cálculo de Distâncias Inacessíveis, tirando partido da tecnologia.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Organização do trabalho dos alunos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)
3	Tarefa 2 Triângulo das Bermudas	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Estabelecer relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo não retângulo, a partir da sua decomposição em triângulos retângulos. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Raciocínio e lógica matemática • Tarefas e recursos educativos • Organização do trabalho dos alunos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais; avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)

3	Tarefa 3 Trigonometria na Antiguidade	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Conhecer problemas e factos marcantes da História da Trigonometria e analisá-los em confronto com os conhecimentos disponíveis. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Raciocínio e lógica matemática • Tarefas e recursos educativos • História da Matemática	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais; avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)
4	Tarefa 4 Lei dos Senos	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Conhecer e aplicar nos processos de resolução de triângulos não retângulos a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos. • Formular e resolver problemas geométricos ou da vida real que envolvam triângulos não retângulos e o cálculo de medidas dos seus lados e dos seus ângulos. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas. • Conhecer, aplicar e criar modelos presentes no cálculo de Distâncias Inacessíveis, tirando partido da tecnologia.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Raciocínio e lógica matemática • Recurso sistemático à tecnologia • Tarefas e recursos educativos • Organização do trabalho dos alunos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

4	Tarefa 5 Lei dos Cossenos	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Conhecer e aplicar nos processos de resolução de triângulos não retângulos a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos. • Formular e resolver problemas geométricos ou da vida real que envolvam triângulos não retângulos e o cálculo de medidas dos seus lados e dos seus ângulos. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas. • Conhecer, aplicar e criar modelos presentes no cálculo de Distâncias Inacessíveis, tirando partido da tecnologia.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Raciocínio e lógica matemática • Recurso sistemático à tecnologia • Tarefas e recursos educativos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
4	Tarefa 6 Problemas Geométricos e da vida real	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Conhecer e aplicar nos processos de resolução de triângulos não retângulos a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos. • Formular e resolver problemas geométricos ou da vida real que envolvam triângulos não retângulos e o cálculo de medidas dos seus lados e dos seus ângulos. • Utilizar a visualização, a representação e o raciocínio espacial na análise de situações problemáticas da vida real e na resolução de problemas, construindo modelos úteis e adequados com recurso a medições e escalas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Raciocínio e lógica matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F)

3	Tarefa 7 O Quadrante	Resolução de triângulos obliquângulos Determinação de distâncias inacessíveis	• Determinar lados e ângulos em problemas com triângulos retângulos e não retângulos, para calcular todo o tipo de distâncias inacessíveis. • Expressar, oralmente e por escrito, conceitos, raciocínios e ideias matemáticas, interpretando textos de matemática e justificando raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática. • Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados ao cálculo de Distâncias Inacessíveis num problema contextualizado, desenvolvendo competências de representação e comunicação matemática. • Desenvolver hábitos de pesquisa. • Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos. • Conhecer, aplicar e criar modelos presentes no cálculo de Distâncias Inacessíveis, tirando partido da tecnologia.	Trabalho individual ou em pequenos grupos	• Recurso sistemático à tecnologia • Tarefas e recursos educativos • História da Matemática • Práticas enriquecedoras e criatividade • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais; avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) • É confiante, resiliente e persistente, construindo caminho personalizado de aprendizagem de médio e longo prazo, com base nas suas vivências (F) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
---	---	---	--	---	--	--

Tarefa 1

Reavivando a memória

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Nesta tarefa, pretende-se que os alunos recordem conceitos trabalhados ao longo do 3.º ciclo.

Conhecimentos prévios dos alunos: Funções polinomiais. Interpretação de gráficos. Equação reduzida da reta.

Materiais e recursos: Equipamento digital com acesso à internet e calculadora.

Notas e sugestões:

Os alunos podem resolver de forma autónoma esta tarefa, uma vez que os conteúdos abordados já foram trabalhados ao longo do 3.º ciclo do ensino básico.

É importante que, no final do item 2., seja feita uma sistematização dos conteúdos trabalhados relativos às razões trigonométricas de um ângulo agudo.

Nos restantes itens, os alunos terão a oportunidade de aplicar os conceitos revistos em contextos diversificados, com especial enfoque em situações do quotidiano que evidenciem a utilidade prática das razões trigonométricas. Esta abordagem permite não só reforçar a compreensão teórica, mas também desenvolver a capacidade de transferir o conhecimento para a resolução de problemas reais.

O item 4. pode implicar dificuldades acrescidas pela utilização de imagens em perspetiva que distorcem a visualização dos ângulos. Sugere-se que o professor proponha aos alunos que façam a representação da vista de cima.

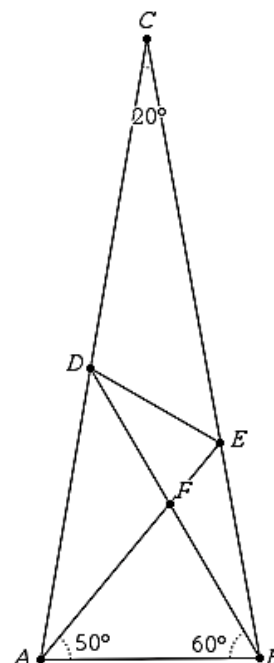
Os resultados obtidos deverão ser analisados e discutidos em grande grupo, envolvendo toda a turma, promovendo assim a partilha de estratégias, a reflexão conjunta e o enriquecimento do processo de aprendizagem.



Tarefa 1

Reavivando a memória

- Na figura encontras um modelo de um triângulo $[ABC]$, isósceles ($\overline{CA} = \overline{CB}$), em que a amplitude do ângulo C é 20° . Sabe-se ainda que as amplitudes dos ângulos BAE e ABD são, respetivamente, 50° e 60° , e ainda que os triângulos $[AED]$ e $[FED]$ são semelhantes.



- Determina as medidas da amplitude dos ângulos internos do triângulo $[AED]$.
 - Utilizando as letras da figura, escreve um par de ângulos suplementares e um par de ângulos complementares.
- Accede à aplicação <https://www.geogebra.org/m/tuxqhqv>.

- Resolve o triângulo $[ABC]$, utilizando as ferramentas disponíveis no software.

Nota: Resolver um triângulo consiste em determinar as medidas dos comprimentos dos três lados e as medidas das amplitudes dos três ângulos internos.

- Ativa o botão com o segmento de reta PQ ($[PQ]$).

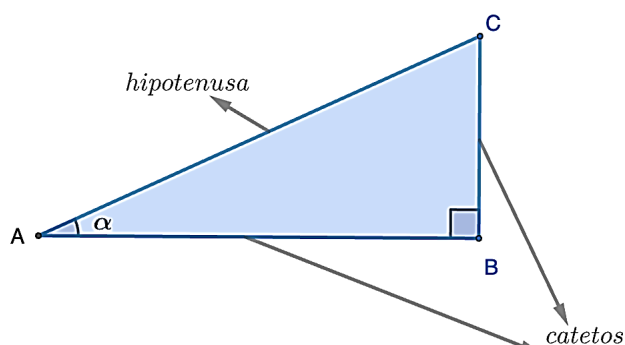
Preenche a tabela seguinte, na qual a primeira linha é relativa ao triângulo $[ABC]$ e as linhas seguintes são relativas ao triângulo $[APQ]$, onde vais considerar, à tua escolha, duas posições diferentes para o ponto P .

Triângulo	Amplitude do ângulo interno do vértice A (θ)	Comprimento do cateto oposto a θ (a)	Comprimento do cateto adjacente a θ (b)	Comprimento da hipotenusa (c)	Razão $\frac{a}{c}$	Razão $\frac{b}{c}$	Razão $\frac{a}{b}$
$\Delta[ABC]$							
$\Delta[APQ]$ (1.ª posição de P)							
$\Delta[APQ]$ (2.ª posição de P)							



- 2.3. Altera a posição de um dos dois vértices A ou B , do triângulo, e verifica se existe alteração nos valores das três últimas colunas. Como se designam as três razões trigonométricas representadas nessas colunas?

A *trigonometria* é um ramo da matemática que estuda as relações entre os ângulos e os comprimentos dos lados dos triângulos. A palavra **trigonometria** decompõe-se em: **trigonon** (triângulo) e **metron** (medir).



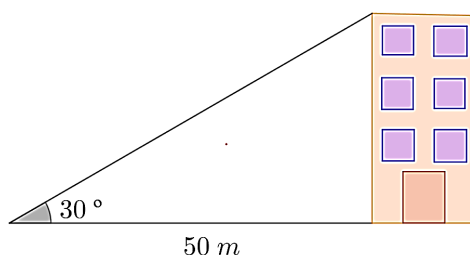
Seja ABC o triângulo retângulo em B e α o ângulo agudo BAC , definem-se as seguintes razões trigonométricas do ângulo α :

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{medida de comprimento do cateto oposto}}{\text{medida de comprimento da hipotenusa}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{medida de comprimento do cateto adjacente}}{\text{medida de comprimento da hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{medida de comprimento do cateto oposto}}{\text{medida de comprimento do cateto adjacente}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

3. Supõe que a Maria está a uma distância de 50 metros de um edifício e que o ângulo de elevação até o topo desse edifício é de 30° .



Determina a altura do edifício, com arredondamento às unidades.



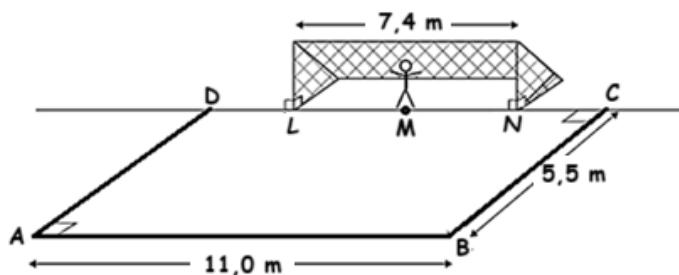
4. Uma baliza de futebol tem 7,4 metros de largura.

Marcou-se uma região retangular

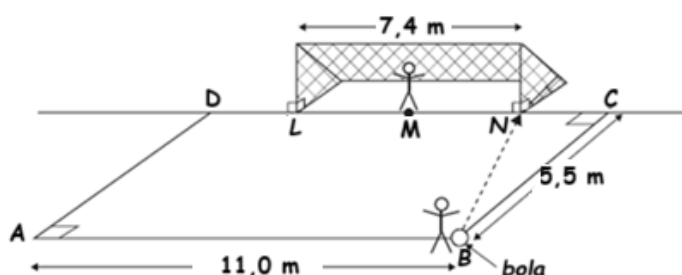
em frente à baliza.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{DC} = 11\text{ m}$;
- $\overline{AD} = \overline{BC} = 5,5\text{ m}$;
- A linha de golo $[LN]$ está contida em $[DC]$;
- M é o ponto médio de $[DC]$ e de $[LN]$.

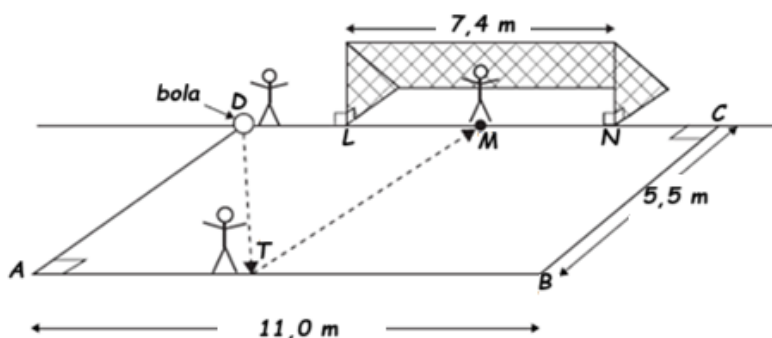


- 4.1. O João pontapeia a bola do ponto B (ver esquema da figura ao lado). A bola desloca-se em linha reta até ao ponto N na base do poste da baliza, situado na linha de golo.



Determina a amplitude do ângulo CBN , o ângulo que o percurso da bola faz com a reta BC . Apresenta o resultado em graus, e o valor da amplitude arredondada às unidades. Nos cálculos intermédios, utiliza 3 casas decimais.

- 4.2. O David pontapeia a bola do ponto D em linha reta até à Teresa (ver esquema da figura ao lado). A Teresa de seguida pontapeia a bola do ponto T em linha reta até ao ponto M , ponto médio da linha de golo. A Teresa encontra-se no ponto T na reta AB .

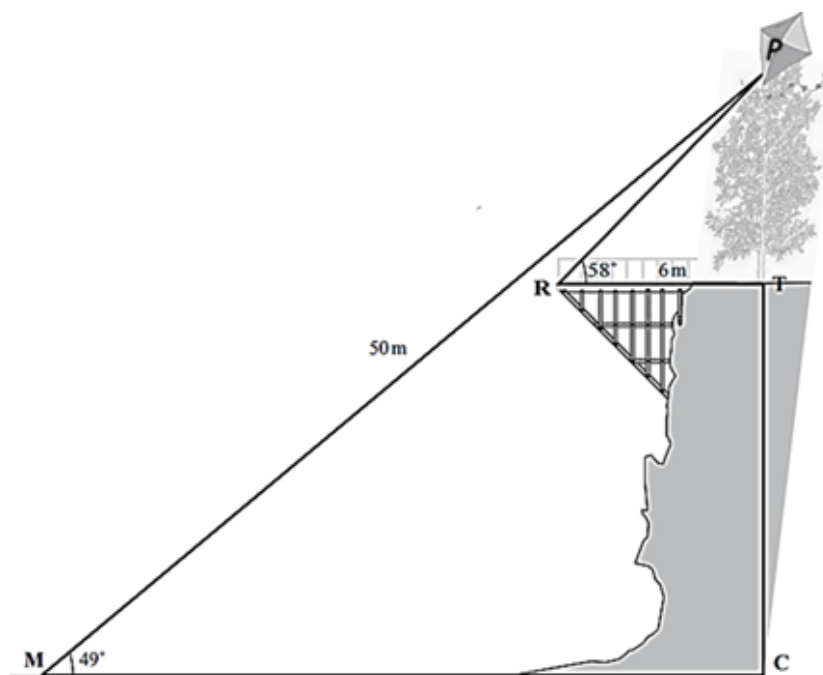


Supõe que a amplitude do ângulo ADT , o ângulo que o percurso da bola faz com a reta AD é 45° .

Determina a distância total percorrida pela bola, em metros, enquanto se desloca de D até M , arredondada às décimas. Nos cálculos intermédios, utiliza 3 casas decimais.



5. A Maria (representada pelo ponto M) está na praia a lançar o seu papagaio, representado pelo ponto P (ver esquema da figura seguinte).



O papagaio ficou preso no topo de uma árvore.

O fio do papagaio está esticado e mede 50 m .

A árvore está no topo de uma falésia.

A Maria, avista o papagaio com um ângulo de elevação de 49° , a partir de um espelho colocado no ponto M .

O Rui (representado pelo ponto R) encontra-se na ponta de um miradouro que está a uma distância de 6 m da parte inferior da árvore.

O Rui e a árvore encontram-se à mesma altura da praia.

O Rui avista o papagaio com um ângulo de elevação de 58° , com a ajuda de um espelho colocado no ponto R .

Determina a altura da falésia, $\overline{CT}$.

Apresenta o resultado, em metros, arredondado às décimas.

Nos cálculos intermédios utiliza duas casas decimais.

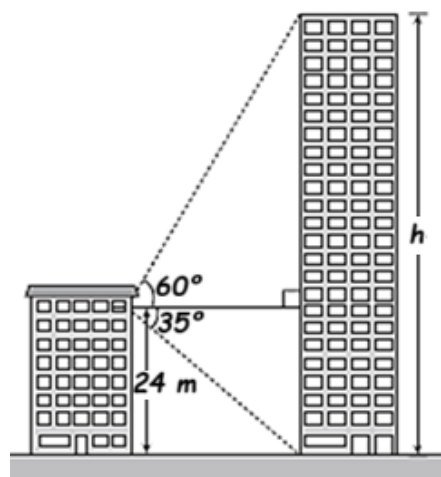
Nota: O desenho *não está à escala*.



6. Da janela de um apartamento, que está a uma altura de 24 m , o ângulo de depressão para o prédio que se encontra em frente é 35° e o ângulo de elevação é 60° , como mostra o esquema da figura ao lado.

Determina a altura, h , do prédio que se encontra em frente. Apresenta o resultado aproximado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza duas casas decimais.



Tarefa 2

Triângulo das Bermudas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é resolver triângulos não retângulos recorrendo à sua decomposição em triângulos retângulos.

Conhecimentos prévios dos alunos: Cálculo de perímetros e de áreas e razões trigonométricas de um ângulo agudo.

Materiais e recursos: Calculadora.

Notas e sugestões:

Os alunos deverão organizar-se em pequenos grupos para resolver as situações propostas na tarefa, de modo a proporcionar o trabalho colaborativo e o desenvolvimento de competências de comunicação matemática.

No item 1.2., é previsível que alguns alunos encontrem dificuldades em decompor o triângulo apresentado em triângulos retângulos. O professor deverá estar atento a essa dificuldade e, se necessário, orientar os alunos nessa decomposição.

No item 3., poderão ocorrer dificuldades com a organização/estruturação do trabalho. A discussão em grande grupo poderá revelar múltiplas abordagens à situação apresentada. O professor poderá explorar essas diferentes estratégias, promovendo um momento de debate e reflexão sobre os métodos utilizados, incentivando a argumentação e a escolha fundamentada da estratégia mais adequada.

No item 4., alguns alunos poderão ter dificuldades na interpretação do enunciado, particularmente no que diz respeito às direções seguidas pelos pilotos. O professor deverá apoiar os alunos na leitura do esquema apresentado e no estabelecimento da correspondência entre o referencial e as informações fornecidas.

O professor deverá ainda incentivar uma análise crítica dos resultados obtidos pelos alunos, motivando-os a registar de forma rigorosa os passos seguidos, os cálculos efetuados e as conclusões alcançadas.



Com esta tarefa pretende-se promover a autonomia dos alunos e a aplicação prática dos conceitos matemáticos, com um forte enquadramento em contextos do mundo real.

A compreensão de que uma altura de um triângulo é sempre perpendicular em relação à base correspondente, bem como as situações em que uma altura divide a base em dois segmentos de reta com o mesmo comprimento são dificuldades habituais a que o professor deve estar atento.



Tarefa 2

Triângulo das Bermudas

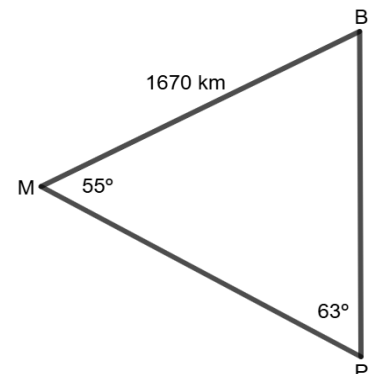
1. O Triângulo das Bermudas é uma região do oceano Atlântico em forma de triângulo situada entre as cidades de Miami (Estados Unidos), San Juan (Porto Rico) e as Ilhas Bermudas. Essa extensa área ficou famosa depois da ocorrência de inúmeros incidentes com embarcações e aeronaves, muitas das quais desapareceram sem deixar vestígios. As circunstâncias misteriosas desses eventos originaram lendas e explicações paranormais que reforçaram o mito do suposto perigo de navegar pelas águas do Triângulo das Bermudas.



- 1.1. Considera o seguinte esquema onde as cidades de Miami (M), Bermuda (B) e Porto Rico (P) representam os vértices do triângulo $[BMP]$.

Sabe-se, ainda, que:

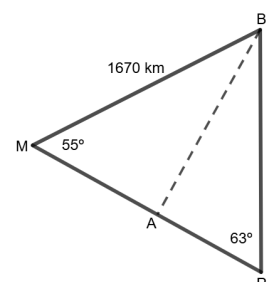
- $\overline{MB} = 1\,670\text{ km}$
- $\hat{BMP} = 55^\circ$
- $\hat{BPM} = 63^\circ$



Nota: a figura não está desenhada à escala.

- 1.1.1. Determina a distância entre Miami e Porto Rico. Apresenta o resultado arredondado às unidades. Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

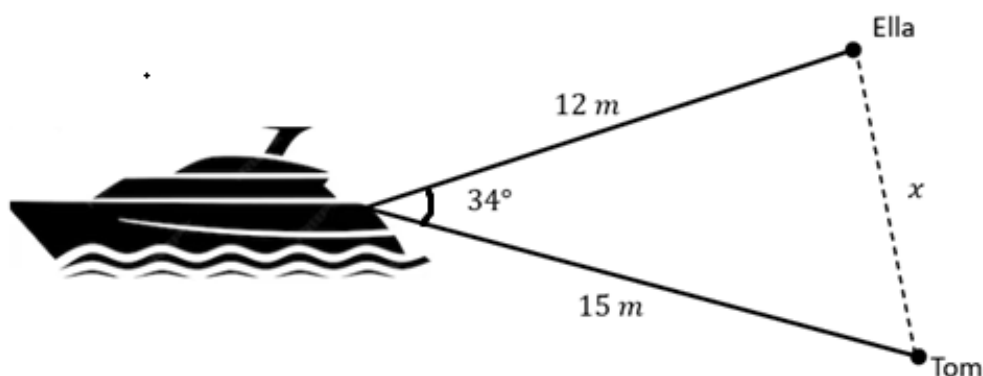
Sugestão: Começa por considerar $[AB]$ perpendicular ao lado $[MP]$ do triângulo $[BMP]$, como mostra a figura ao lado. A seguir determina as medidas de $[MA]$, $[AB]$ e $[AP]$.



1.1.2. Determina a área do Triângulo das Bermudas, apresentando o resultado final arredondado às unidades. Se em cálculos intermédios procederes a arredondamentos, utiliza três casas decimais.

1.2. A Ella e o Tom gostam de praticar esqui aquático perto do Triângulo das Bermudas.

De acordo com os dados apresentados no esquema seguinte, determina a distância x entre os dois esquiadores. Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.



2. Os braços de um compasso medem 11cm. Quando fazem um ângulo de 20° , qual é, em centímetros, o perímetro da circunferência que é desenhada com o compasso?

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Justifica a tua resposta.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

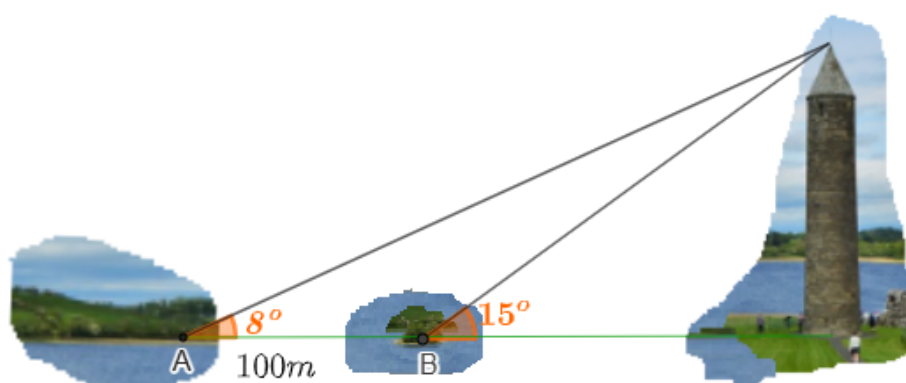


3. A Ilha Devenish, situada no Lago Mask, na Irlanda do Norte, é conhecida pela sua torre com o formato cilíndrico encimada por um cone, como mostra a imagem ao lado.



O João, numa viagem, avista a torre da margem do lago e pretende determinar a sua altura.

Para isso, colocou-se em frente à torre (ponto A da figura seguinte), mediu o ângulo que formava com a horizontal em direção ao topo da torre e obteve 8° . Seguidamente, apanhou um barco e remou até uma pequena ilha que se encontra alinhada com a posição inicial do João e com a torre, percorrendo 100 metros (Ponto B da figura seguinte). Voltou a medir o ângulo que formava com a horizontal em direção ao topo da torre e obteve agora 15° .



Determina a altura da torre.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



4. O João e o Tiago, pilotos de Moto 4, estão a participar numa prova de orientação no deserto. Um dos seus desafios seria chegar a um oásis, partindo de uma determinada cidade. O oásis encontra-se a 150 km da referida cidade.



Ao traçar a sua rota, estabeleceram que deveriam seguir na direção $N 54^\circ E$, como mostra o esquema da figura seguinte. Depois de percorrer os 150 km, ao contrário do que esperavam, não encontraram o oásis.

Refizeram os cálculos e concluíram que se haviam enganado na determinação da direção percebendo que deveriam ter seguido a direção $N 50^\circ E$.

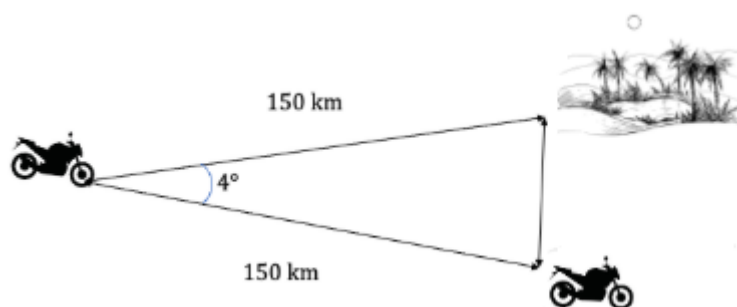
O esquema ao lado apresenta a posição dos dois pilotos,

relativamente ao oásis, no fim de terem percorrido os 150 km.

A que distância estavam os dois pilotos do oásis quando se aperceberam do erro?

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



Tarefa 3

Trigonometria na Antiguidade

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Nesta tarefa exploram-se aplicações práticas das razões trigonométricas em problemas de geometria, nomeadamente na determinação de alturas e distâncias inacessíveis. São abordadas situações históricas, como os métodos de Liu Hui e Eratóstenes para estimar a altura de uma ilha e o raio da Terra, bem como o impacto de alterações geométricas na estrutura da pirâmide de Snefru.

Conhecimentos prévios dos alunos: Sinal e monotonia de uma função. Construção de tabelas de variação de sinal e de monotonia.

Materiais e recursos: Calculadora.

Notas e sugestões:

É recomendada a organização dos alunos em pequenos grupos, para favorecer a discussão e a construção conjunta de estratégias de resolução. Os contextos históricos e culturais apresentados despertaram o interesse dos alunos e permitiram uma abordagem interdisciplinar, cruzando matemática com história e geografia. O professor deve promover momentos de partilha das diferentes estratégias utilizadas pelos grupos, incentivando o pensamento crítico e a comunicação matemática.

Apesar dos itens apresentados seguirem uma estrutura muito orientada, é possível que alguns alunos sintam dificuldades em trabalhar com expressões de cariz mais abstrato, inerentes à linguagem matemática.

A leitura e análise de esquemas geométricos pode não ser imediata, exigindo do professor um maior apoio nessa leitura.

É importante também que o professor incentive os alunos a registarem todos os passos das suas resoluções, valorizando não apenas o resultado final, mas sobretudo o processo de resolução e a argumentação matemática.

É esperado que os alunos possam ter dificuldades acrescidas na exploração desta tarefa, devido à informação de contextualização extensa existente em cada item, e ao recurso a linguagem e terminologia pouco usuais.



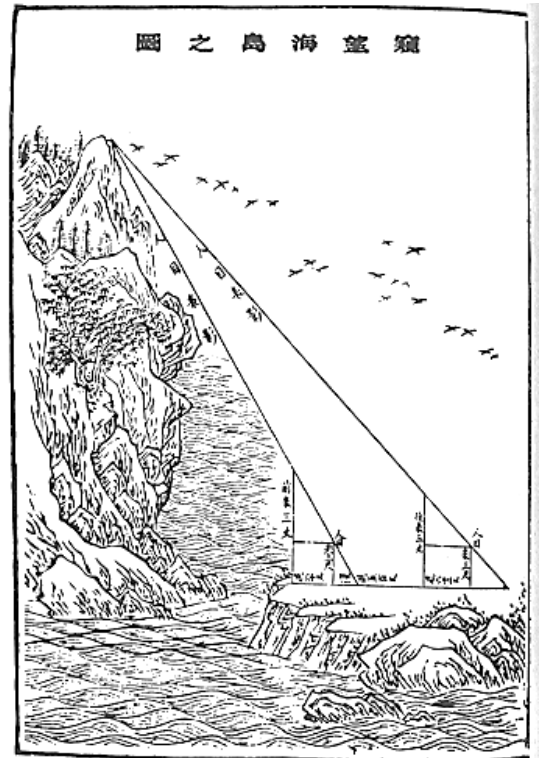
Tarefa 3

Trigonometria na Antiguidade

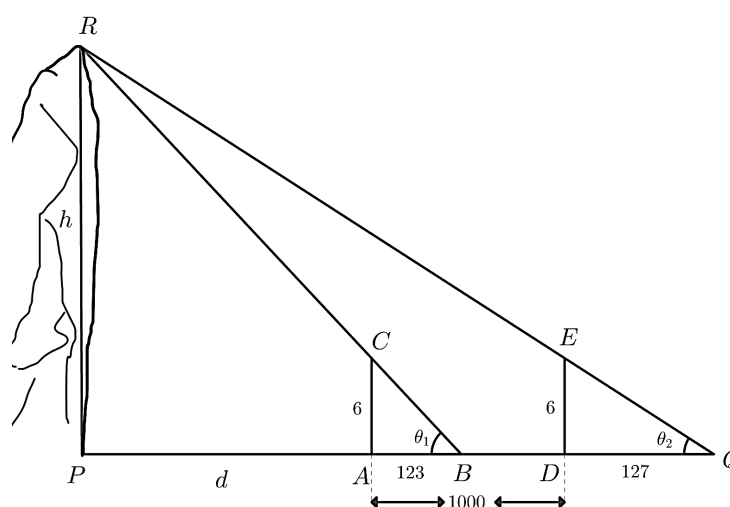
Parte I

1. No seu Manual de Aritmético da ilha do Mar, Liu Hui, matemático chinês (séc. XIII), propõe um problema onde pede a determinação da altura de uma ilha, fornecendo as informações seguintes:

- coloca duas estacas ambas com comprimento igual, a $6 bu^1$, sendo a distância entre elas igual a $1000 bu$, ficando as duas estacas alinhadas com a ilha;
- afasta-te $123 bu$ da primeira estaca (a que está mais próxima da ilha) e observa o pico ao nível do chão. O pico parece coincidir com a parte de cima da estaca;
- afasta-te, agora, $127 bu$ da segunda estaca e observa, novamente, o pico ao nível do chão. Também daqui o pico parece coincidir com a parte de cima da estaca.



A figura seguinte apresenta um esquema que resume o procedimento proposto por Liu Hui para responder à questão inicial (altura da ilha).



¹ bu é uma unidade de medida de comprimento chinesa e corresponde a, aproximadamente, $1,66$ metros



Com base no esquema da figura anterior, determina a altura da ilha, h , e a que distância, d , está da primeira estaca?

Sugestão: Para responder a esta questão deves começar por percorrer as seguintes etapas:

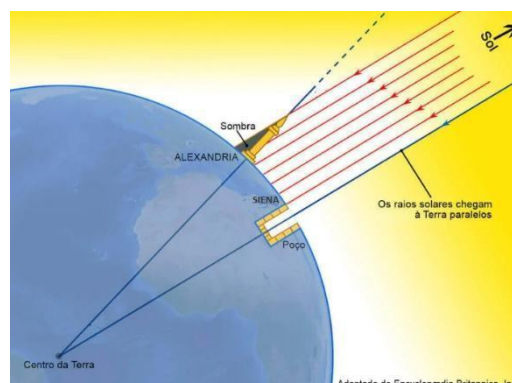
- Identificar as razões $\frac{RP}{PB}$ e $\frac{RP}{PQ}$, razões trigonométricas dos ângulos θ_1 e θ_2 , respetivamente, e completar as igualdades:

$$\frac{RP}{PB} = \dots \quad \text{e} \quad \frac{RP}{PQ} = \dots$$

- Escrever PB e PQ em função de d , RP em função de h e, substituindo nas igualdades anteriores, obtém duas equações nas incógnitas h e d ;
- Determinar os valores de h e d para responderes ao problema colocado por Liu Hui.

Parte II

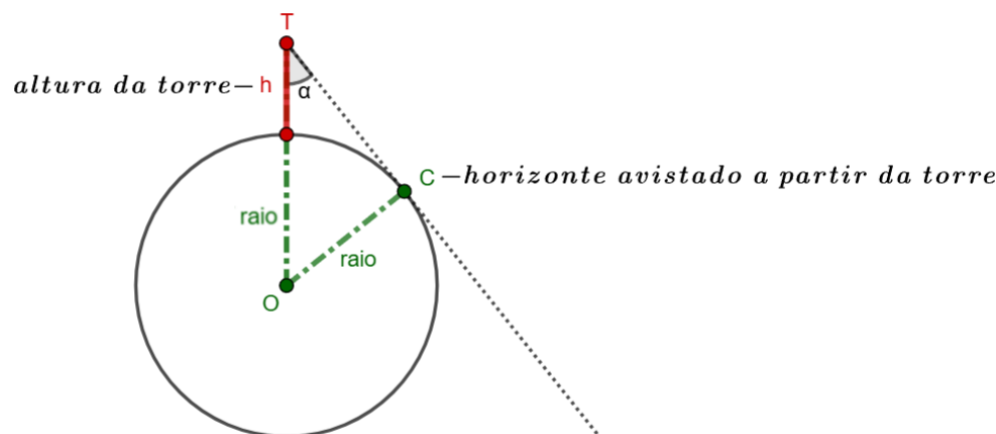
1. Na Tarefa 3 do tema Geometria Sintética, trabalhaste como Eratóstenes de Cirene (atual Líbia) determinou o raio da Terra, mesmo sem saber se esta era plana ou não. Atenção que ele considerou que os raios solares eram paralelos entre si, o que na realidade não se verifica.



Mais tarde, ainda na Grécia, começaram a utilizar outros conceitos associados às razões trigonométricas e calcularam o raio da Terra de outra forma. Assim, sobe-se a uma torre, da qual se conhece a altura, e mede-se o ângulo que esta faz com a linha do horizonte.



A figura seguinte, que não está feita à escala, esquematiza este procedimento:



1.1. Mostra que:

$$r = \frac{h \times \operatorname{sen} \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha}$$

em que r representa a medida do raio da Terra.

Sugestão: Para responder a esta questão deves começar por percorrer as seguintes etapas:

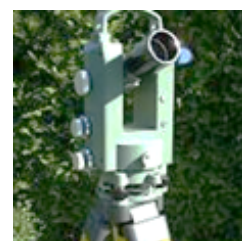
- Justificar que o triângulo $[TOC]$ é retângulo;
- Mostrar que a expressão do seno do ângulo é igual a $\operatorname{sen} \alpha = \frac{r}{r+h}$;
- Resolver a equação anterior em ordem a r .

1.2. Eratóstenes (276 – 195 a.C.), por volta do ano 230 a.C., calculou, por um processo diferente e de grande simplicidade, o raio da Terra (ver tarefa 3 da Geometria Sintética).

Admite que o valor calculado por Eratóstenes foi de 6316 km.

A Beatriz calculou o raio da Terra pelo método semelhante ao descrito acima utilizando um teodolito (ver figura ao lado) a partir do cume da ilha do Pico e obteve, $\beta = 1,5564^\circ$.

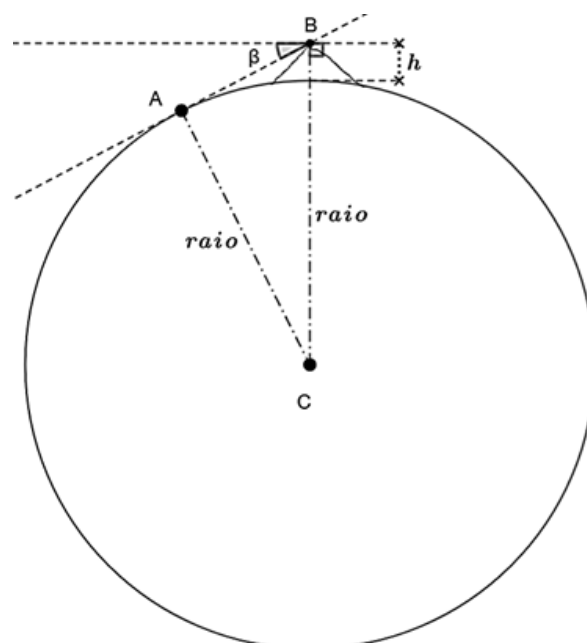
Sabe-se que a altitude do Pico é 2,35 km.



A figura ao lado apresenta, de forma esquemática, o procedimento utilizado pela Beatriz para determinar o valor do raio da Terra.

Considera-se:

- h é a altitude da montanha do Pico, em quilómetros;
- β é a amplitude, em graus, do ângulo de depressão do horizonte;
- A é o horizonte avistado a partir do teodolito.



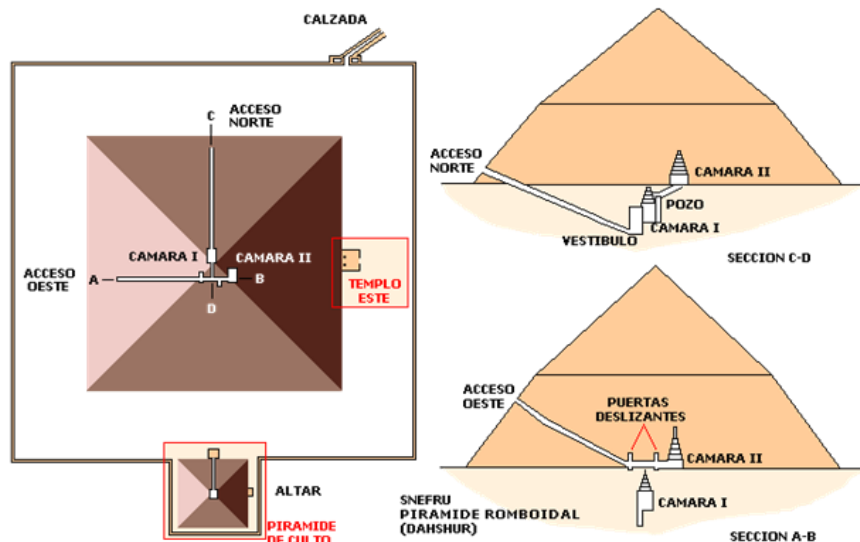
Determina a diferença entre os valores obtidos pelos dois métodos. Apresenta o resultado arredondado às unidades .

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

(Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 2009, 1.ª fase)

2. A pirâmide de Snefru ou pirâmide curvada, situada no Egito, é uma pirâmide com uma forma irregular. Durante a sua construção o ângulo de inclinação teve que ser reduzido. Não sabemos ao certo o motivo da alteração da inclinação durante a construção, poderá ter sido para concluir mais rapidamente ou porque os arquitetos repararam que as câmaras não iriam aguentar o peso. Na figura seguinte está representado um perfil da pirâmide onde podemos verificar a alteração na inclinação.

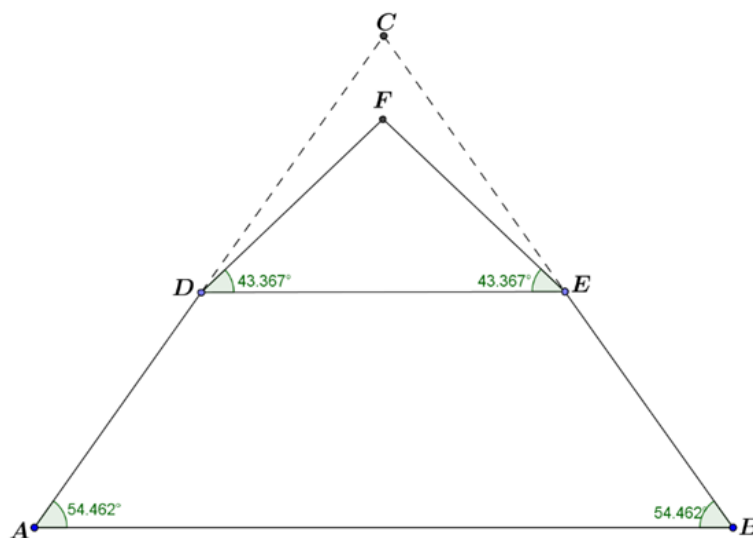




A figura ao lado, apresenta um esquema da pirâmide de Snefru. A representação não está feita à escala.

Sabe-se que:

- $[DE] // [AB]$;
- $\overline{DE} = 92,5 \text{ m}$;
- $\hat{ABC} = \hat{BAC} = 54,462^\circ$;
- $\hat{DEF} = \hat{EDF} = 43,367^\circ$.



Ao reduzir o ângulo de inclinação houve uma redução da altura.

Determina a diferença entre a altura inicial projetada e a altura final.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.



Tarefa 4

Lei dos Senos

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa propõe a exploração, com o apoio do GeoGebra, da relação entre os quocientes dos senos dos ângulos internos de um triângulo e os comprimentos dos lados opostos, conduzindo os alunos à formulação da Lei dos Senos. A compreensão e aplicação desta lei será essencial na segunda parte da tarefa, em contextos de resolução de problemas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Razões trigonométricas.

Materiais e recursos: Equipamento digital com acesso à internet e calculadora.

Notas e sugestões:

A tarefa pode ser realizada a pares.

Na 1.^a parte, é fundamental que o professor oriente os alunos na utilização das ferramentas do GeoGebra e incentive a manipulação dinâmica das figuras para observar a invariabilidade dos quocientes entre senos dos ângulos internos e os comprimentos dos lados opostos em qualquer triângulo. No item 8. o professor deverá incentivar os alunos a testar diferentes triângulos, incluindo triângulos retângulos e obtusângulos, para verificar a validade da conjectura.

Relembra-se a possibilidade do professor criar uma tarefa no Geogebra Classroom, para facilitar o acompanhamento, no seu computador, do trabalho desenvolvido pelos alunos, monitorizando as suas construções a partir da aplicação

<https://www.geogebra.org/m/mh5nms3a>.

Note-se que, se os alunos não seguirem corretamente as instruções podem ter dificuldades, ou mesmo ser-lhes impossível, tirar as relações pretendidas.

Na 2.^a parte, a tarefa promove a aplicação da Lei dos Senos em situações reais, com diferentes níveis de complexidade.

No item 1., sugere-se que a resolução seja feita por decomposição do triângulo em triângulos retângulos e pela aplicação da Lei dos Senos. O professor pode, assim, promover momentos de discussão coletiva, incentivando os alunos a escolherem estratégias adequadas, justificarem os seus raciocínios e validarem os resultados.



O item 4. é um pouco mais exigente pois requer interpretação espacial, podendo ser necessário a ajuda do professor.

Os alunos poderão manifestar dificuldades em escrever corretamente a Lei dos Senos no contexto apresentado (identificar o ângulo e o lado oposto correspondente) bem como na resolução de equações envolvendo as razões trigonométricas.



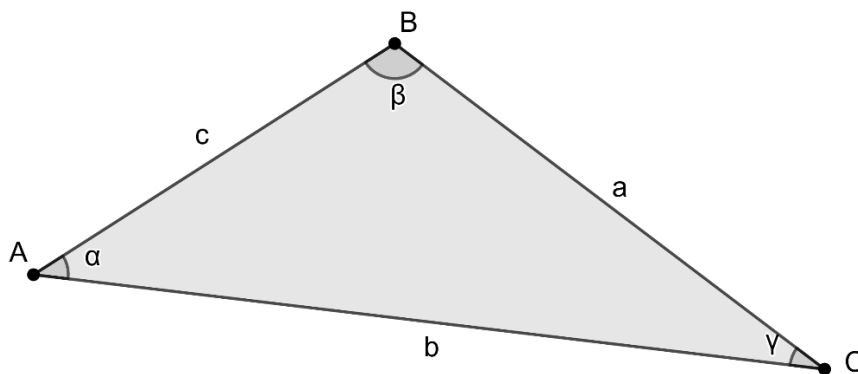
Tarefa 4

Lei dos Senos

Parte I

Constrói no Geogebra um triângulo $[ABC]$ qualquer.

- Mede os ângulos internos do triângulo, designando a amplitude dos ângulos CAB , ABC e BCA , por α , β e γ , respetivamente.
- Mede, também, os comprimentos dos lados do triângulo, designando por a o comprimento do lado oposto ao vértice A , por b o comprimento do lado oposto ao vértice B e por c o comprimento do lado oposto ao vértice C , conforme a figura.



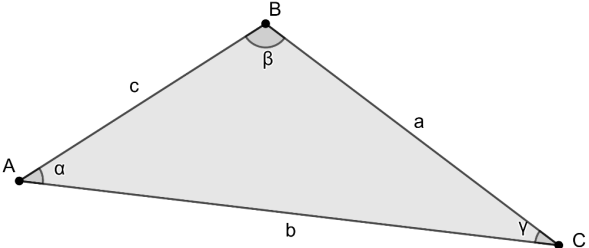
1. Preenche a primeira linha da tabela seguinte com os valores que obtiveste:

Triângulo	a	b	c	$\text{sen } \alpha$	$\text{sen } \beta$	$\text{sen } \gamma$	$\frac{\text{sen } \alpha}{a}$	$\frac{\text{sen } \beta}{b}$	$\frac{\text{sen } \gamma}{c}$
1									
2									
3									

2. Arrasta, no Geogebra, um dos vértices para outra posição e, com os novos valores obtidos, completa a 2.ª linha. Repete o procedimento para completar a 3.ª linha.
3. O que observas nas três últimas colunas da tabela?
4. Estabelece uma relação entre os comprimentos dos lados do triângulo e as amplitudes dos seus ângulos internos.



5. Verifica se a relação que obtiveste no item anterior é válida para outros triângulos.
6. A relação que estabeleceste chama-se Lei dos Senos. Escreve-a na caixa abaixo:

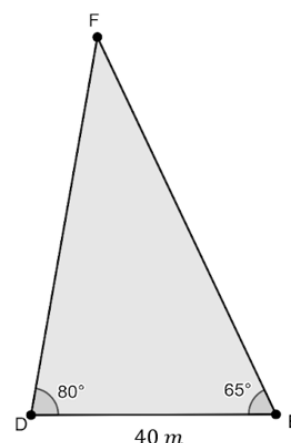
Lei dos Senos Dado um triângulo $[ABC]$ tem-se: _____ = _____ = _____	
--	--

Parte II

1. Na mata do Bussaco pretende-se construir um parque de merendas triangular, como mostra o esquema da figura ao lado.

- 1.1. Sem usares a lei dos senos, determina o número de metros de vedação que é necessário comprar. Apresenta os valores com arredondamentos às décimas.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



- 1.2. Resolve o mesmo problema, usando a lei dos senos. Apresenta os valores com arredondamentos às décimas. Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

Sugestão: Percorre as seguintes etapas:

- Justificar que o valor da amplitude do ângulo Interno do triângulo $[DFE]$ é 35° .
- Escrever as igualdades $\frac{\text{sen } 80}{EF} = \frac{\text{sen } 35}{40}$ e $\frac{\text{sen } 65}{DF} = \frac{\text{sen } 35}{40}$
- Determinar as medidas $\overline{EF}$ e $\overline{DF}$, a partir das igualdades anteriores.

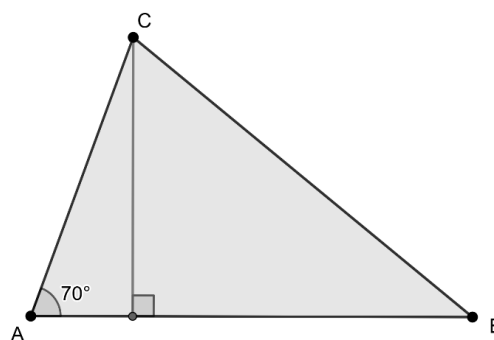


2. Um agricultor pretende semear trigo num campo triangular $[ABC]$ em que o ângulo CAB tem de amplitude 70° , os lados $[AB]$ e $[AC]$ medem 12 m e $7,5\text{ m}$, respetivamente, como mostra o esquema da figura ao lado.

Determina a área do campo triangular.

Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



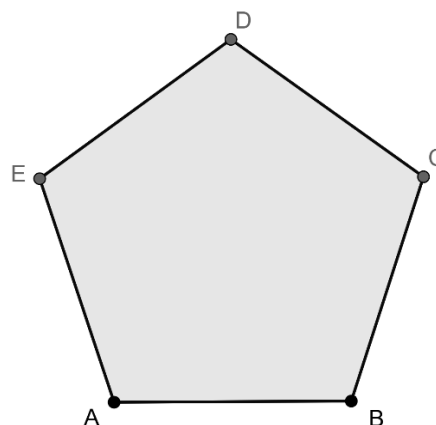
3. Na figura ao lado, está representado um canteiro, com a forma de um pentágono regular $[ABCDE]$, que tem 30 m de perímetro.

Pretende-se reservar a parte formada pelo triângulo $[BDE]$ para plantar margaridas.

Determina o perímetro desta região.

Apresenta o valor, em metros, arredondado às décimas.

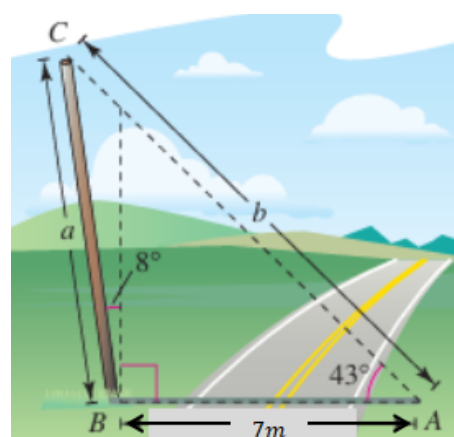
Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



4. Um poste está inclinado em direção ao sol fazendo um ângulo de 8° com a vertical, como se pode verificar na figura ao lado. A sombra do poste tem um comprimento aproximado de 7 m . Sabe-se também que o ângulo de elevação da ponta da sombra até ao topo do poste é de 43° . Determina o comprimento do poste.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



TAREFA 5

Lei dos Cossenos

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa propõe a exploração, com o apoio do GeoGebra, da relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo qualquer e o cosseno de um dos ângulos internos do triângulo, conduzindo os alunos à formulação da Lei dos Cossenos. A compreensão e aplicação desta lei será essencial nas segunda e terceira partes da tarefa, em contextos de resolução de problemas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Razões trigonométricas.

Materiais e recursos: Equipamento digital com acesso à internet e calculadora.

Notas e sugestões:

É recomendada a organização dos alunos em pequenos grupos, para favorecer a discussão e a construção conjunta de estratégias de resolução.

Na parte I, o professor deve orientar os alunos na utilização das ferramentas do GeoGebra, incentivando a manipulação dinâmica do triângulo. Esta abordagem permite explorar a relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo qualquer e o cosseno de um dos ângulos do triângulo, conduzindo à identificação da Lei dos Cossenos. No item correspondente à generalização, o professor deve incentivar os alunos a testarem diferentes tipos de triângulos — incluindo triângulos acutângulos, obtusângulos e retângulos — de modo a confirmar a validade da conjectura formulada e compreender as condições em que esta lei se aplica.

Relembra-se a possibilidade do professor criar uma tarefa no Geogebra Classroom, para facilitar o acompanhamento, no seu computador, mais facilmente o trabalho desenvolvido pelos alunos, monitorizando as suas construções a partir da aplicação <https://www.geogebra.org/m/enbarcyv>.

Note-se que, se os alunos não seguirem as instruções corretamente podem ter dificuldades, ou mesmo ser-lhes impossível, tirar as conclusões pretendidas.

Na parte II, a tarefa desafia os alunos a aplicar a Lei dos Cossenos em contextos reais, com diferentes níveis de complexidade.

A parte III da tarefa tem um grau de dificuldade ligeiramente superior, podendo ser necessário mais apoio por parte do professor. Esta 3.ª parte, considerada de



aprofundamento, deverá ser trabalhada pelo professor, adequando-a ao contexto da sua turma.

Ao longo de toda a tarefa, o professor poderá promover momentos de discussão coletiva, incentivando os alunos a selecionar estratégias adequadas, justificar as suas estratégias e validar os resultados através da verificação de plausibilidade dos dados.



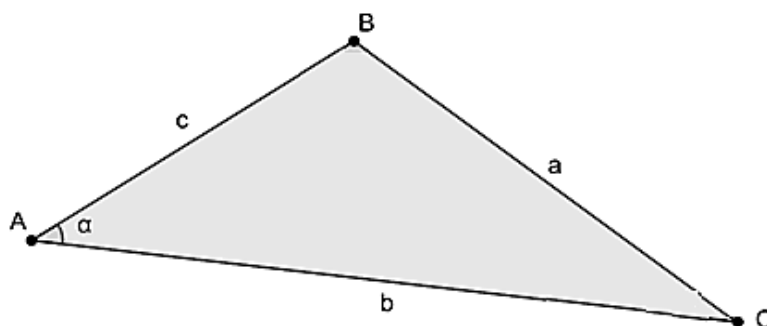
TAREFA 5

Lei dos Cossenos

Parte I

Constrói na aplicativa do Geogebra um triângulo $[ABC]$ qualquer.

- Mede o ângulo interno do triângulo CAB , designando a sua amplitude por α .
- Mede, também, os comprimentos dos lados do triângulo, designando por a o comprimento do lado oposto ao vértice A , por b o comprimento do lado oposto ao vértice B e por c o comprimento do lado oposto ao vértice C , conforme a figura.



1. Com os valores obtidos, completa a 1.ª linha da tabela seguinte.

Triângulo	a	b	c	α	$b^2 + c^2 - 2bc \times \cos\alpha$	a^2
1						
2						
3						

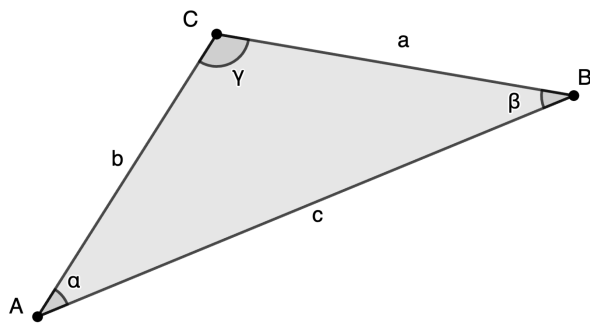
Arrasta, no Geogebra, um dos vértices para outra posição e, com os novos valores obtidos, completa a 2.ª linha. Repete o procedimento para completar a 3.ª linha.

2. Observa as duas últimas colunas e escreve uma expressão que traduza a relação observada.



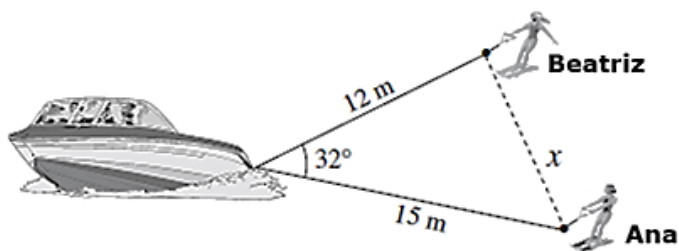
3. A relação que estabeleceste chama-se Lei dos Cossenos.

Escreve-a na caixa abaixo:

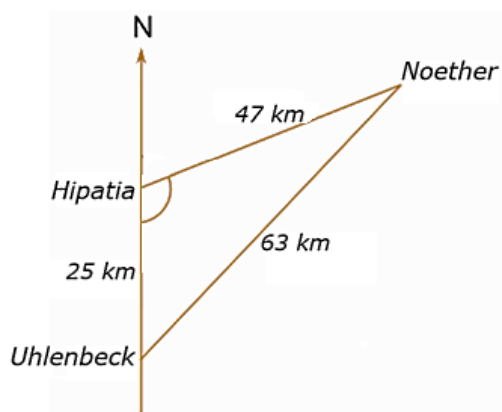
Lei dos cossenos Dado um triângulo [ABC] tem-se: $a^2 = ___ + ___ - ______$ $b^2 = ___ + ___ - ______$ $c^2 = ___ + ___ - ______$	
--	--

Parte II

1. Na figura seguinte estão representados um barco e duas esquiadoras de água. Determina a distância (x) entre a Ana e a Beatriz de acordo com os dados da figura. Apresenta o resultado arredondado às unidades.



2. Considera as cidades Hipatia, Uhlenbeck e Noether cujas distâncias entre elas estão representadas no esquema ao lado. Estas cidades estão ligadas por estradas, em linhas retas. Determina as amplitudes, em graus, dos ângulos formados por estas estradas.



3. Na figura ao lado está uma paleta com mosaicos com a forma de um paralelogramo. As suas diagonais medem 8 e 6 centímetros e o menor ângulo por elas formado tem amplitude, em graus, igual a 55° .

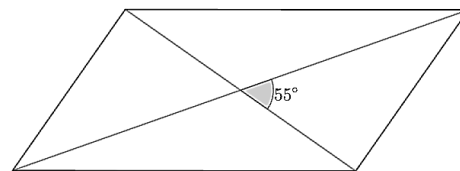


Determina o perímetro do mosaico.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

Nota: Recorda que as diagonais de um paralelogramo se bisseitam.

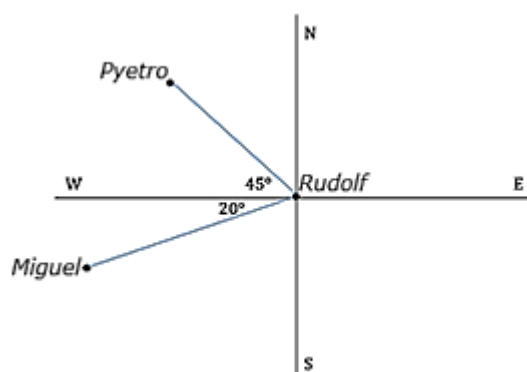


4. O Rudolf está numa torre de vigia florestal. Do ponto onde se encontra consegue avistar o Miguel que se encontra a 730 metros de distância e a 20° sudeste. Também avista o Pyetro que se encontra a 525 metros de distância e a 45° nordeste.

Utiliza a lei dos cossenos para determinar qual é a distância entre o Miguel e o Pyetro.

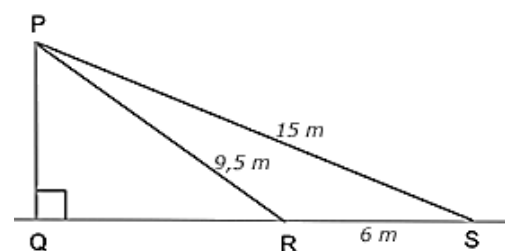
Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



Parte III

1. (Aprofundamento) Um poste ($[PQ]$) está colocado na vertical e preso por duas cordas ($[RP]$ e $[SP]$). De acordo com uma planta parcialmente danificada conhecem-se as medidas assinaladas no esquema da figura ao lado.



- 1.1. Determina a amplitude do ângulo de elevação de P a partir de R (ângulo $\widehat{PRQ}$).

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

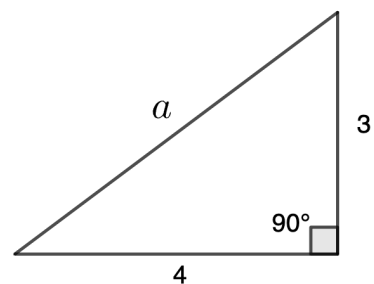
Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

- 1.2. Calcula a altura do poste ($\overline{PQ}$).

Apresenta o resultado arredondado às décimas.



2. (Aprofundamento) Usa a lei dos cossenos para determinar o comprimento, a , da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 3 e 4. Justifica que, neste caso, a lei dos cossenos é equivalente ao teorema de Pitágoras.



TAREFA 6

Problemas Geométricos e da vida real

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa permite relacionar os conteúdos das tarefas anteriores. Os alunos encontrarão um conjunto de situações problemáticas que lhes permitirão aplicar e consolidar os conhecimentos adquiridos.

Conhecimentos prévios dos alunos: Razões trigonométricas, Lei dos Senos e Lei dos Cossenos.

Materiais e recursos: Calculadora.

Notas e sugestões:

Recomenda-se que a tarefa seja realizada em pequenos grupos, uma vez que se pretende promover o trabalho colaborativo, o debate de ideias e a partilha de diferentes estratégias de resolução. Dado que a tarefa envolve exercícios com aplicação à vida real, nomeadamente sobre a medição de distâncias inacessíveis, este trabalho em equipa torna-se ainda mais enriquecedor. As conclusões deverão ser apresentadas e debatidas em grande grupo no final da atividade. No entanto, caso surjam muitas dificuldades ao longo da tarefa, recomenda-se que a discussão seja feita no final de cada item, de forma a esclarecer dúvidas e consolidar aprendizagens.

No item 7.2., uma vez que o grau de dificuldade é ligeiramente superior ao dos itens anteriores, verificou-se uma maior necessidade de um apoio mais direto por parte do docente, sobretudo ao nível da interpretação do enunciado.

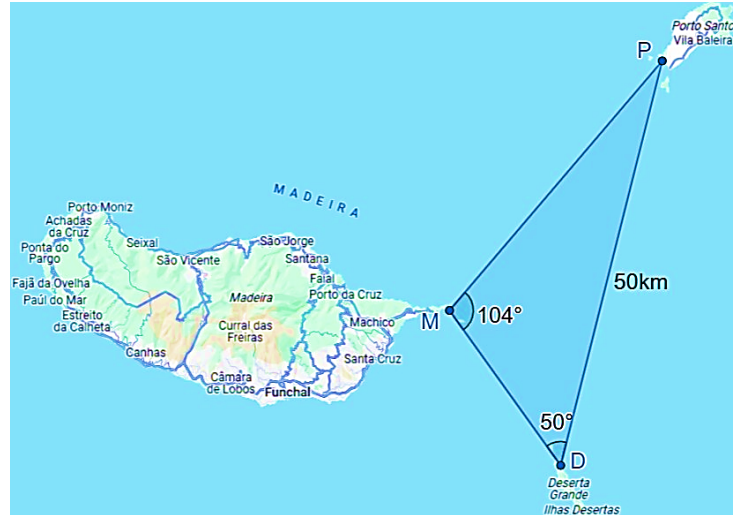


TAREFA 6

Problemas Geométricos em contexto real

1. As ilhas da Madeira (M), Porto Santo (P) e Deserta Grande (D) fazem parte do arquipélago da Madeira.

Sabe-se que os valores aproximados dos ângulos MDP e PMD são, respetivamente, 50° e 104° , e que a distância entre as ilhas Deserta Grande e Porto Santo é de aproximadamente 50 km , como mostra a figura ao lado. Calcula a distância, em quilómetros, entre a ilha da Madeira e a ilha Deserta Grande.



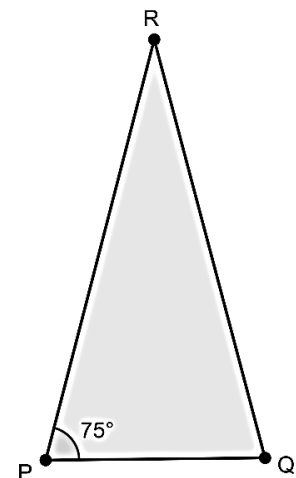
Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.

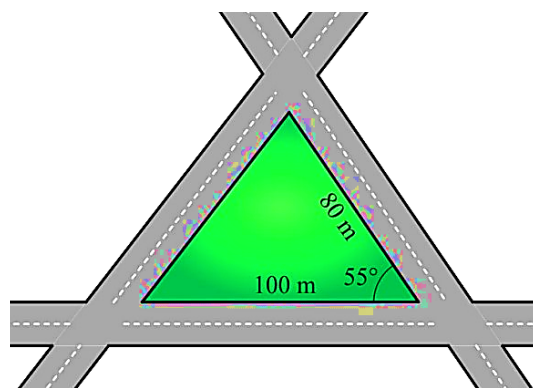
2. Na figura ao lado, está representado o triângulo acutângulo $[PQR]$, em que a amplitude do ângulo RPQ é 75° e o comprimento do lado $[QR]$ é o dobro do comprimento do $[PQ]$.

Determina a amplitude dos outros dois ângulos internos do triângulo, com arredondamentos às centésimas.

Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



3. Na aldeia de Perdizes Roubadas existe um jardim limitado por três estradas, com a forma de um triângulo, como mostra a figura ao lado. Sabe-se que dois lados do triângulo definem entre si um ângulo de 55° , e que um deles mede aproximadamente 100 metros e o outro 80 metros.



O Presidente da Junta de Freguesia pretende colocar uma rede para cercar o jardim.

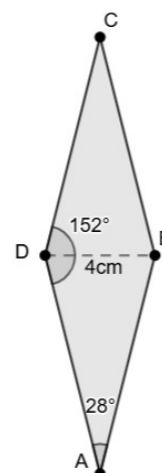
Determina o comprimento total de rede que será necessária.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

4. Considera o losango $[ABCD]$ representado na figura ao lado.

Sabe-se que:

- as amplitudes dos ângulos internos são 28° ou 152° ;
- a diagonal menor, $[BD]$, mede 4 cm.

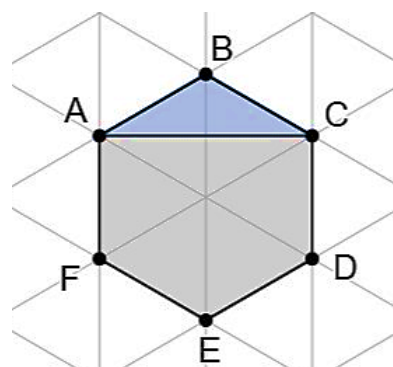


Calcula a medida da diagonal maior, $[AC]$, do losango.

Apresenta o resultado em centímetros arredondado às décimas.

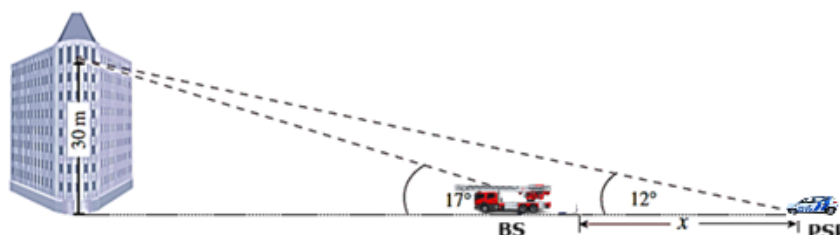
5. Considera o hexágono regular $[ABCDEF]$, representado na figura ao lado, cujos lados medem 5 unidades.

- 5.1. Formula um problema envolvendo o hexágono da figura que possa ser resolvido com recurso à Lei dos Senos ou à Lei dos Cossenos.
- 5.2. Apresenta a resolução do problema formulado.
- 5.3. Identifica outra forma de resolver o problema.

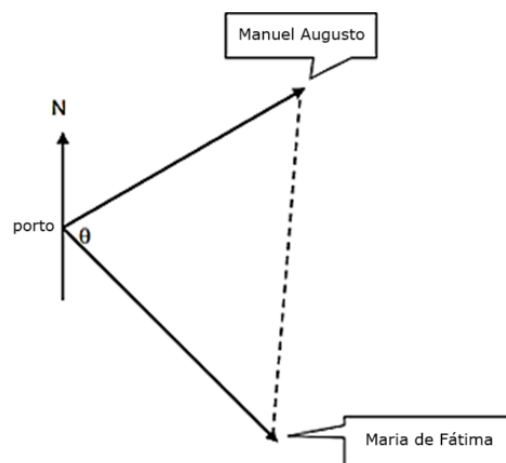


6. A Ester perdeu a chave do consultório e não tem mais nenhuma disponível. Para conseguir entrar teve de contactar os bombeiros sapadores (BS) e, consequentemente, a polícia (PSP). Enquanto estava à espera, foi para o restaurante do último piso do edifício, de onde conseguia ver a aproximação dos meios de socorro.

De acordo com os dados da figura seguinte, determina o valor de x , a distância entre o carro dos bombeiros com auto escada magirus e o carro da polícia, arredondada às unidades.



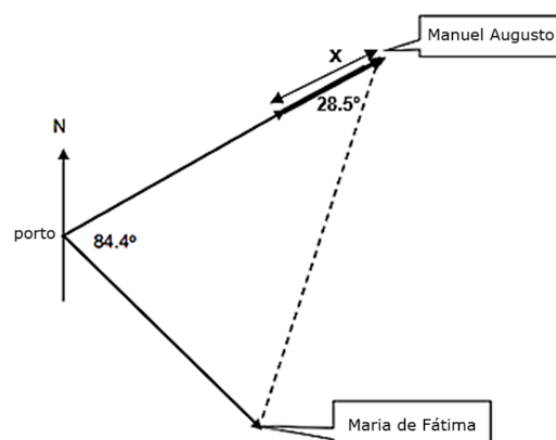
7. Dois barcos saem de um porto ao mesmo tempo, navegando durante duas horas. O esquema ao lado representa a viagem feita pelos dois barcos. O barco Manuel Augusto percorreu 26 km na direção Nordeste e o Maria de Fátima 23 km na direção sudeste, ficando a uma distância um do outro de 33 km .



- 7.1. Mostra que $\theta = 84,4^\circ$.

Nos cálculos intermédios utiliza valores exatos.

- 7.2. Após as duas horas, o barco Maria de Fátima permaneceu no mesmo local e o Manuel Augusto mudou o local de pesca, avançando mais $x \text{ km}$ na mesma direção, enquanto o barco Maria de Fátima permaneceu sempre no mesmo local. O esquema ao lado representa o que sucedeu após duas horas de estarem os dois barcos parados.



Determina o valor de x .

Apresenta o resultado arredondado às

unidades. Nos cálculos intermédios utiliza três casas decimais.



TAREFA 7

O quadrante

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa foi planeada com o intuito de permitir aos alunos analisarem uma situação por eles criada e determinarem uma distância utilizando recursos selecionados por si.

É uma tarefa que poderá ser realizada em qualquer momento após os alunos terem trabalhado a trigonometria do triângulo retângulo.

Os alunos podem recorrer a uma tecnologia antiga - quadrante - usada pelos navegadores desde o século XV.

Conhecimentos prévios dos alunos: Trigonometria do triângulo retângulo

Materiais e recursos: Fita métrica, quadrante (ver material de construção em anexo) e/ou telemóvel com aplicações para medir ângulos e distâncias. Calculadora.

Notas e sugestões:

Esta tarefa poderá ser resolvida individualmente e servir como instrumento de avaliação.

A tarefa começa com a resolução de uma situação com o intuito de recordar conceitos necessários à resolução da parte prática.

No trabalho prático, os alunos deverão, autonomamente, aplicar à situação problemática que escolheram os conceitos matemáticos necessários.



TAREFA 7

O Quadrante

1. A grua

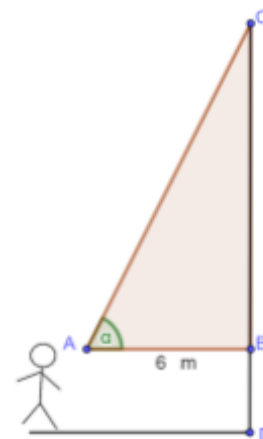
Na escola do Diogo instalaram uma grua no início das obras de remodelação.



Como o Diogo tinha feito um quadrante na aula de matemática, decidiu aplicá-lo ali mesmo, pois a grua era tão alta que não conseguia imaginar quanto mediria a sua altura.

Depois de medir o ângulo α com o quadrante, fez um esboço da situação, como mostra a figura ao lado, para facilitar os seus cálculos, em que:

- A medida de AB é 6 m , distância a que o Diogo se encontrava da grua quando mediu o ângulo.
- $\alpha = 80,3^\circ$.
- O segmento $[DC]$ representa a altura da grua.
- A altura do Diogo é $1,60\text{ m}$.



Quais os cálculos que o Diogo tem que fazer para saber o valor da medida da altura da grua?



2. Trabalho prático

Usando um quadrante (1) ou uma aplicação de telemóvel para medir ângulos(2), uma fita métrica e os teus conhecimentos de trigonometria, determina a altura de um objeto inacessível, por exemplo, o mastro da tua escola, a altura de um edifício alto, a altura de uma árvore do jardim ou outro objeto cuja altura seja difícil de determinar.

Nota: Faz um esboço dos dados que recolheste.

- (1) O quadrante é um instrumento que permite medir a amplitude do ângulo formado pela horizontal e uma linha visual. Constrói um quadrante usando a folha anexa.
- (2) Existem várias aplicações de telemóvel disponíveis para medir ângulos, por exemplo:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.stfactory.anglemeter>



Folha anexa - Quadrante

Instruções para a construção de um quadrante

Material necessário:

- Um quadrado em cartolina (20 cm de lado).
 - “Quadrante” – folha anexa.
 - Uma palhinha de refresco.
 - Um fio.
 - Uma agulha de coser.
 - Uma argola em metal ou outro objeto que dê para ser preso pelo fio e que exerça algum peso.
 - Uma tesoura.
- I. Recorta o quadrante e cola-o na cartolina. Recorta as quatro bolinhas pretas marcadas nas abas do quadrante.
 - II. Dobra as abas do quadrante e introduz uma palhinha de refresco pelos orifícios.
 - III. Com uma agulha faz passar um fio pela bolinha que está marcada no quadrante. Ata as duas pontas do fio, pendurando um peso no fio de modo que este fique esticado.

A imagem seguinte apresenta um exemplo de um quadrante, construído pelos alunos.

