Câu 19. **[2D3-1.2-2] (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y=2^{\sin x}.2^{\cos x}\left(\cos x-\sin x\right)$?

A. $y=2^{\sin x+\cos x}+C$. **B.** $y=\dfrac{2^{\sin x}.2^{\cos x}}{\ln 2}$. **C.** $y=\ln 2.2^{\sin x+\cos x}$. **D.** $y=-\dfrac{2^{\sin x+\cos x}}{\ln 2}+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I=\int 2^{\sin x}.2^{\cos x}\left(\cos x-\sin x\right)\mathrm{d}x=\int 2^{\sin x+\cos x}\left(\cos x-\sin x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sin x+\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(\cos x-\sin x\right)\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\int 2^t\mathrm{d}t=\dfrac{2^t}{\ln 2}+C=\dfrac{2^{\sin x+\cos x}}{\ln 2}+C=\dfrac{2^{\sin x}.2^{\cos x}}{\ln 2}+C$.

Vậy hàm số đã cho có 1 nguyên hàm là hàm số: $y=\dfrac{2^{\sin x}.2^{\cos x}}{\ln 2}$.

Câu 20. **[2D3-1.2-2] (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Hàm số $F\left(x\right)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x+1}$?

A. $F\left(x\right)=\dfrac{3}{8}\left(x+1\right)^{\frac{4}{3}}+C$. **B.** $F\left(x\right)=\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{\left(x+1\right)^4}+C$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{3}{4}\left(x+1\right)\sqrt[3]{x+1}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{3}{4}\sqrt[4]{\left(x+1\right)^3}+C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $I=\int\sqrt[3]{x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sqrt[3]{x+1}\Rightarrow t^3=x+1\Rightarrow 3t^2\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\int t.3t^2\mathrm{d}t=\int 3t^3\mathrm{d}t=\dfrac{3}{4}t^4+C=\dfrac{3}{4}\sqrt[3]{\left(x+1\right)^4}+C=\dfrac{3}{4}\left(x+1\right)\sqrt[3]{x+1}+C$.

Vậy $F\left(x\right)=\dfrac{3}{4}\left(x+1\right)\sqrt[3]{x+1}+C$.

Câu 23. **[2D3-1.2-2] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

A. $x+\dfrac{1}{x-1}+C$. **B.** $1+\dfrac{1}{\left(x-1\right)^2}+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}+\ln\left|x-1\right|+C$. **D.** $x^2+\ln\left|x-1\right|+C$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}=x+\dfrac{1}{x-1}$

$\Rightarrow\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\ln\left|x-1\right|+C$.

Câu 7. **[2D3-1.2-2]** **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho bốn mệnh đề sau:

(I): $\int \cos^2 x.\mathrm{d}x = \dfrac{\cos^3 x}{3} + C$

(II): $\int \dfrac{2x+1}{x^2+x+2018}\mathrm{d}x = \ln\left(x^2+x+2018\right) + C$.

(III): $\int 3^x\left(2^x + 3^{-x}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{6^x}{\ln 6} + x + C$.

(IV): $\int 3^x \mathrm{d}x = 3^x.\ln 3 + C$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

(I): $\int \cos^2 x.\mathrm{d}x = \int \dfrac{1+\cos 2x}{2}.\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{1}{2}\sin 2x\right) + C$.

(II): $\int \dfrac{2x+1}{x^2+x+2018}\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x^2+x+2018}\mathrm{d}\left(x^2+x+2018\right) = \ln\left(x^2+x+2018\right) + C$.

(III): $\int 3^x\left(2^x + 3^{-x}\right)\mathrm{d}x = \int\left(6^x + 1\right)\mathrm{d}x = \dfrac{6^x}{\ln 6} + x + C$.

(IV): $\int 3^x \mathrm{d}x = \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$.

Vậy các mệnh đề $(I), (IV)$ sai.

Câu 30: **[2D3-1.2-2]** **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{x^3+1} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 3e^{x^3+1} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}e^{x^3+1} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3}e^{x^3+1} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = x^3 + 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 3x^2\mathrm{d}x$

Do đó, ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int x^2 e^{x^3+1}\mathrm{d}x = \int e^t.\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t = \dfrac{1}{3}e^t + C = \dfrac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Vậy $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 23: **[2D3-1.2-2] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Xét $I=\int x^3\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x$.

Bằng cách đặt: $u=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$. **B.** $I=\frac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int u^5\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn A.

$u=4x^4-3\Rightarrow \mathrm{d}u=16x^3\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{1}{16}\mathrm{d}u=x^3\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$.

Câu 13: **[2D3-1.2-2] (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2u\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **B.** $\int\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **C.** $\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **D.** $\int\left(u^2-3\right)\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $u=\sqrt{x+1}$, $u\ge 0$ nên $u^2=x+1\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=2u\mathrm{d}u\\ x=u^2-1\end{cases}$.

Khi đó $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{u^2-1-3}{u}.2u\mathrm{d}u=\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Câu 32: **[2D3-1.2-2] (THPT Lương Văn Chánh Phú Yên năm 2017-2018)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2\mathrm{e}^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10-\frac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2\mathrm{e}^x+3}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{e}^x}{\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Suy ra

$F(x)=\int\frac{1}{(2t+3)t}\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{t}{2t+3}\right|+C=\frac{1}{3}\ln\left(\frac{\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x+3}\right)+C=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+C$.

Vì $F(0)=10$ nên $10=\frac{1}{3}(0-\ln 5)+C\Leftrightarrow C=10+\frac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^{x}+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Câu 11. **[2D3-1.2-2] (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Tìm $\int\frac{6x+2}{3x-1}\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=2x+\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$. **B.** $F(x)=2x+4\ln|3x-1|+C$.

C. $F(x)=\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$. **D.** $F(x)=2x+4\ln(3x-1)+C$.

Lời giải

Chọn A.

$\int\frac{6x+2}{3x-1}\mathrm{d}x=\int\left(2+\frac{4}{3x-1}\right)\mathrm{d}x=2x+\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$.

Câu 20. **[2D3-1.2-2] (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{2}\sqrt{4+x^{3}}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^{3}\right)^{3}}+C$. **B.** $2\sqrt{4+x^{3}}+C$. **C.** $\frac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^{3}\right)^{3}}+C$. **D.** $2\sqrt{\left(4+x^{3}\right)^{3}}+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int x^{2}\sqrt{4+x^{3}}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\sqrt{4+x^{3}}\mathrm{d}\left(4+x^{3}\right)\rightarrow\frac{1}{3}\int\left(4+x^{3}\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}\left(4+x^{3}\right)=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}\left(4+x^{3}\right)^{\frac{3}{2}}+C$

$=\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^{3}\right)^{3}}+C$.

Chú ý: Trong lời giải viết dấu " $\rightarrow$ " thay cho dấu " = " vì $\sqrt{4+x^{3}}\neq\left(4+x^{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ nhưng ta mượn tạm công thức nguyên hàm của $\left(4+x^{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ để tính nguyên hàm của $\sqrt{4+x^{3}}$.

Câu 1. **[2D3-1.2-2] (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Họ nguyên hàm $\int x.\sqrt[3]{x^{2}+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^{2}+1)}+C.$ **B.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^{2}+1)}+C.$ **C.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^{2}+1)^{4}}+C.$ **D.** $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^{2}+1)^{4}}+C.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int x.\sqrt[3]{x^{2}+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(x^{2}+1\right)^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}\left(x^{2}+1\right)=\frac{3}{8}\left(x^{2}+1\right)^{\frac{4}{3}}+C=\frac{3}{8}\sqrt[3]{\left(x^{2}+1\right)^{4}}+C$.

Câu 6. **[2D3-1.2-2] (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^{3}x.\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\pi$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}+\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$.

$$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin^3 x\cos x\mathrm{d}x=\int t^3\mathrm{d}t=\frac{t^4}{4}+C=\frac{\sin^4 x}{4}+C.$$

$$F(0)=\pi \Rightarrow \frac{\sin^4\pi}{4}+C=\pi \Leftrightarrow C=\pi \Rightarrow F(x)=\frac{\sin^4 x}{4}+\pi.$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sin^4\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{1}{4}+\pi.$$

Câu 20: [2D3-1.2-2] (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x+3}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{2x+3}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+3}+C$.

Lời giải

Chọn B.

Xét $I=\int\left(\sqrt{2x+3}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\sqrt{2x+3}=t \Leftrightarrow t^2=2x+3 \Leftrightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

$$I=\int t.t\mathrm{d}t=\int \mathrm{t}^2\,\mathrm{d}t=\frac{1}{3}t^3+C=\frac{1}{3}\left(\sqrt{2x+3}\right)^3+C \Leftrightarrow \int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C.$$

Câu 21: [2D3-1.2-2] (CHUYÊN ĐH VINH-2018) Cho biết $F(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{\left(x^2+a\right)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x-\cos x+C$. **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

C. $x\sin x+\cos x+C$. **D.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $F'(x)=x^2+2+\frac{1}{x^2}=\frac{\left(x^2+1\right)^2}{x^2}$. Suy ra $a=1$.

Khi đó $\int g(x)\mathrm{d}x=\int x\cos x\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}\sin x=x.\sin x-\int\sin x\mathrm{d}x=x.\sin x+\cos x+C$.

Câu 32: **[2D3-1.2-2] (LƯƠNG VĂN CHÁNH PHÚ YÊN-2018)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2\mathrm{e}^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2\mathrm{e}^x+3}\mathrm{d}x=\int\dfrac{\mathrm{e}^x}{\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Suy ra

$F(x)=\int\dfrac{1}{(2t+3)t}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{t}{2t+3}\right|+C=\dfrac{1}{3}\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x+3}\right)+C=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+C$.

Vì $F(0)=10$ nên $10=\dfrac{1}{3}(0-\ln 5)+C\Leftrightarrow C=10+\dfrac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$.

Câu 15: **[2D3-1.2-2] (SỞ GD-ĐT HÀ NỘI -2018)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $\dfrac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **B.** $2\sqrt{4+x^3}+C$. **C.** $\dfrac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **D.** $2\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int x^2\sqrt{4+x^3}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\int\sqrt{4+x^3}\mathrm{d}\left(4+x^3\right)=\dfrac{1}{3}\int\left(4+x^3\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}\left(4+x^3\right)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}\left(4+x^3\right)^{\frac{3}{2}}+C$

$=\dfrac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Câu 15: **[2D3-1.2-2] (THPT Lê Xoay - L3 - 2018)** Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1$, $f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2<f(5)<3$. **B.** $1<f(5)<2$. **C.** $4<f(5)<5$. **D.** $3<f(5)<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x=\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int \frac{\mathrm{d}(f(x))}{f(x)}=\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x \Leftrightarrow \ln f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C \Leftrightarrow f(x)=e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C}$

Mà $f(1)=1$ nên $e^{\frac{4}{3}+C}=1 \Leftrightarrow C=-\frac{4}{3}$. Suy ra $f(5)=e^{\frac{4}{3}}\approx 3,794$.