

Câu 19. [2D3-1.2-2] (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x} (\cos x - \sin x)$?

- A. $y = 2^{\sin x + \cos x} + C$ B. $y = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2}$ C. $y = \ln 2 \cdot 2^{\sin x + \cos x}$ D. $y = -\frac{2^{\sin x + \cos x}}{\ln 2} + C$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I = \int 2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x} (\cos x - \sin x) dx = \int 2^{\sin x + \cos x} (\cos x - \sin x) dx$

Đặt: $t = \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (\cos x - \sin x) dx$

$\Rightarrow I = \int 2^t dt = \frac{2^t}{\ln 2} + C = \frac{2^{\sin x + \cos x}}{\ln 2} + C = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2} + C$

Vậy hàm số đã cho có 1 nguyên hàm là hàm số: $y = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2}$

Câu 20. [2D3-1.2-2] (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x+1}$?

- A. $F(x) = \frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$ B. $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C$
 C. $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$ D. $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $I = \int \sqrt[3]{x+1} dx$

Đặt: $t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1 \Rightarrow 3t^2 dt = dx$

$\Rightarrow I = \int t \cdot 3t^2 dt = \int 3t^3 dt = \frac{3}{4}t^4 + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$

Vậy $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$

Câu 23. [2D3-1.2-2] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm họ nguyên hàm của

hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

- A. $x + \frac{1}{x-1} + C$ B. $1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C$ C. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$ D. $x^2 + \ln|x-1| + C$

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x - 1}$

$\Rightarrow \int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$

Câu 7. [2D3-1.2-2] (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho bốn mệnh đề sau:

$$(I): \int \cos^2 x \cdot dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C$$

$$(II): \int \frac{2x+1}{x^2+x+2018} dx = \ln(x^2+x+2018) + C$$

$$(III): \int 3^x (2^x + 3^{-x}) dx = \frac{6^x}{\ln 6} + x + C$$

$$(IV): \int 3^x dx = 3^x \cdot \ln 3 + C$$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C.

$$(I): \int \cos^2 x \cdot dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \cdot dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$$

$$(II): \int \frac{2x+1}{x^2+x+2018} dx = \int \frac{1}{x^2+x+2018} d(x^2+x+2018) = \ln(x^2+x+2018) + C$$

$$(III): \int 3^x (2^x + 3^{-x}) dx = \int (6^x + 1) dx = \frac{6^x}{\ln 6} + x + C$$

$$(IV): \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$$

Vậy các mệnh đề (I), (IV) sai.

Câu 30: [2D3-1.2-2] (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm họ nguyên

hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

A. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C$

B.

$\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$

Do đó, ta có $\int f(x) dx = \int x^2 e^{x^3+1} dx = \int e^t \cdot \frac{1}{3} dt = \frac{1}{3} e^t + C = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$

Vậy $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$

Câu 23: [2D3-1.2-2] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$

Bằng cách đặt: $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$ B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$ C. $I = \int u^5 du$ D. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$

Lời giải

Chọn A.

$$u = 4x^4 - 3 \Rightarrow du = 16x^3 dx \Rightarrow \frac{1}{16} du = x^3 dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{16} \int u^5 du$$

Câu 13: [2D3-1.2-2] (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Khi tính nguyên hàm

$\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

- A. $\int 2u(u^2 - 4) du$ B. $\int (u^2 - 4) du$ C. $\int 2(u^2 - 4) du$ D. $\int (u^2 - 3) du$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x+1}, u \geq 0 \text{ nên } u^2 = x+1 \Rightarrow \begin{cases} dx = 2u du \\ x = u^2 - 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{u^2-1-3}{u} \cdot 2u du = \int 2(u^2-4) du$$

Câu 32: [2D3-1.2-2] (THPT Lương Văn Chánh Phú Yên năm 2017-2018) Cho $F(x)$ là một

nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2e^x + 3}$ thỏa mãn $F(0) = 10$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = \frac{1}{3} (x - \ln(2e^x + 3)) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$ B. $F(x) = \frac{1}{3} (x + 10 - \ln(2e^x + 3))$
 C. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln \left(e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 + \ln 5 - \ln 2$ D. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln \left(e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 - \frac{\ln 5 - \ln 2}{3}$

Lời giải

Chọn A.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{2e^x + 3} dx = \int \frac{e^x}{(2e^x + 3)e^x} dx$$

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Suy ra

$$F(x) = \int \frac{1}{(2t+3)t} dt = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{t}{2t+3} \right| + C = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{e^x}{2e^x + 3} \right) + C = \frac{1}{3} (x - \ln(2e^x + 3)) + C$$

$$\text{Vì } F(0) = 10 \text{ nên } 10 = \frac{1}{3} (0 - \ln 5) + C \Leftrightarrow C = 10 + \frac{\ln 5}{3}$$

Vậy $F(x) = \frac{1}{3}(x - \ln(2e^x + 3)) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$.

Câu 11. [2D3-1.2-2] (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tìm $\int \frac{6x+2}{3x-1} dx$.

A. $F(x) = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$

B. $F(x) = 2x + 4 \ln|3x-1| + C$

C. $F(x) = \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$

D. $F(x) = 2x + 4 \ln(3x-1) + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\int \frac{6x+2}{3x-1} dx = \int \left(2 + \frac{4}{3x-1} \right) dx = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$$

Câu 20. [2D3-1.2-2] (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Họ nguyên hàm của hàm số

$f(x) = x^2 \sqrt{4+x^3}$ là

A. $\frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C$

B. $2\sqrt{4+x^3} + C$

C. $\frac{1}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C$

D. $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int x^2 \sqrt{4+x^3} dx &= \frac{1}{3} \int \sqrt{4+x^3} d(4+x^3) \rightarrow \frac{1}{3} \int (4+x^3)^{\frac{1}{2}} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (4+x^3)^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C \end{aligned}$$

Chú ý: Trong lời giải viết dấu “ \rightarrow ” thay cho dấu “ $=$ ” vì $\sqrt{4+x^3} \neq (4+x^3)^{\frac{1}{2}}$ nhưng ta mượn tạm công thức nguyên hàm của $(4+x^3)^{\frac{1}{2}}$ để tính nguyên hàm của $\sqrt{4+x^3}$.

Câu 1. [2D3-1.2-2] (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Họ nguyên

hàm $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{8} \cdot \sqrt[3]{(x^2+1)} + C$.

B. $\frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(x^2+1)} + C$.

C. $\frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.

D. $\frac{1}{8} \cdot \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int x \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int (x^2+1)^{\frac{1}{3}} d(x^2+1) = \frac{3}{8} (x^2+1)^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} \sqrt[3]{(x^2+1)^4} + C$$

Câu 6. [2D3-1.2-2] (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Biết $F(x)$ là một

nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$ B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$ C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$ D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin^3 x \cos x dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C$$

$$F(0) = \pi \Rightarrow \frac{\sin^4 \pi}{4} + C = \pi \Leftrightarrow C = \pi \Rightarrow F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} + \pi$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin^4 \frac{\pi}{2}}{4} = \frac{1}{4} + \pi$$

Câu 20: [2D3-1.2-2] (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Tìm họ nguyên hàm

của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x \sqrt{2x+3} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$

D. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+3} + C$

Lời giải

Chọn B.

Xét $I = \int (\sqrt{2x+3}) dx$

Đặt $\sqrt{2x+3} = t \Leftrightarrow t^2 = 2x+3 \Leftrightarrow 2t dt = 2 dx$

$$I = \int t \cdot t dt = \int t^2 dt = \frac{1}{3} t^3 + C = \frac{1}{3} (\sqrt{2x+3})^3 + C \Leftrightarrow \int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x+3) \sqrt{2x+3} + C$$

Câu 21: [2D3-1.2-2] (CHUYÊN ĐH VINH-2018) Cho biết $F(x) = \frac{1}{3} x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên

hàm của $f(x) = \frac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$

A. $x \sin x - \cos x + C$ B. $\frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

C. $x \sin x + \cos x + C$ D. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $F'(x) = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{(x^2+1)^2}{x^2}$. Suy ra $a=1$.

Khi đó $\int g(x) dx = \int x \cos x dx = \int x d \sin x = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$

Câu 32: [2D3-1.2-2] (LƯƠNG VĂN CHÁNH PHÚ YÊN-2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm

của hàm số $f(x) = \frac{1}{2e^x + 3}$ thỏa mãn $F(0) = 10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln(2e^x + 3) \right) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$

B. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x + 10 - \ln(2e^x + 3) \right)$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln \left(e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 + \ln 5 - \ln 2$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln \left(e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + 10 - \frac{\ln 5 - \ln 2}{3}$

Lời giải

Chọn A.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{2e^x + 3} dx = \int \frac{e^{-x}}{(2e^x + 3)e^x} dx$$

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Suy ra

$$F(x) = \int \frac{1}{(2t+3)t} dt = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{t}{2t+3} \right| + C = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{e^x}{2e^x + 3} \right) + C = \frac{1}{3} \left(x - \ln(2e^x + 3) \right) + C$$

Vì $F(0) = 10$ nên $10 = \frac{1}{3} (0 - \ln 5) + C \Leftrightarrow C = 10 + \frac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{3} \left(x - \ln(2e^x + 3) \right) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$.

Câu 15: [2D3-1.2-2] (SỞ GD-ĐT HÀ NỘI -2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \sqrt{4+x^3}$ là

A. $\frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C$

B. $2\sqrt{4+x^3} + C$

C. $\frac{1}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C$

D. $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int x^2 \sqrt{4+x^3} dx &= \frac{1}{3} \int \sqrt{4+x^3} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \int (4+x^3)^{\frac{1}{2}} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (4+x^3)^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C \end{aligned}$$

Câu 15: [2D3-1.2-2] (THPT Lê Xoay - L3 - 2018) Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2 < f(5) < 3$

B. $1 < f(5) < 2$

C. $4 < f(5) < 5$

D. $3 < f(5) < 4$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1} &\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \\ &\Leftrightarrow \int \frac{d(f(x))}{f(x)} = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C \Leftrightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } f(1) = 1 \text{ nên } e^{\frac{4}{3} + C} = 1 \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3}. \text{ Suy ra } f(5) = e^{\frac{4}{3}} \approx 3,794.$$