Introducción

Actividades

1. ¿Conoces cómo pueden cargarse nuestros teléfonos móviles en una base sin cable?

Respuesta abierta. Dentro del cargador se genera un campo magnético variable cuando pasa por un bobinado interior una corriente eléctrica alterna. Este campo magnético variable crea, en un bobinado interno del teléfono móvil, una corriente eléctrica alterna que, rectificada y transformada debidamente, se emplea en recargar la batería interna del teléfono.

2. ¿Cómo funciona una cocina de inducción y cómo llega la energía desde el enchufe a los alimentos?

Respuesta abierta. La cocina, mediante un proceso de inducción magnética, agita los dominios magnéticos de un material ferromagnético, como puede ser el hierro, y esta agitación provoca, por frotamiento de unas partículas con otras, que se eleve la temperatura. Una descripción suficientemente rigurosa se encuentra en https://bit.ly/3BdDfAE.

3. ¿Cómo se puede comprobar que en una zona determinada hay un campo magnético variable?

Respuesta abierta. La forma más sencilla sería formar un circuito con forma de espira con un cable metálico y un microamperímetro como únicos componentes. Si hubiese un campo magnético variable se tendría que detectar el paso de corriente por el microamperímetro.

Para asegurarnos de que es así, se debería situar el circuito siguiendo tres ejes ortogonales.

Actividades

1. El plano de una espira circular de 20 cm de diámetro está situado perpendicularmente a un campo magnético de 2 × 10^{-3} T de inducción. ¿Cuánto vale el flujo magnético que atraviesa el plano de la espira?

El flujo magnético viene dado por $\Phi = B \cdot S$, ya que, en este caso, $\alpha = 0$.

$$\Phi = B \cdot S = B\,\pi\,r^2 = 2 \times 10^{-3}\ \text{T} \times \pi \times (0{,}10\ \text{m})^2 \approx 6{,}3 \times 10^{-5}\ \text{Wb}.$$

2. Calcula el flujo de un campo magnético de 5 T a través de una espira cuadrada, de 1 m de lado, cuyo vector superficie:

***a)* Sea perpendicular al campo magnético.**

$\Phi = B\,S \cos \alpha = 5\ \text{T} \times (1\ \text{m})^2 \cos 90^\circ = 0$.

***b)* Sea paralelo al campo magnético.**

$\Phi = B\,S \cos \alpha = 5\ \text{T} \times (1\ \text{m})^2 \cos 0^\circ = 5\ \text{Wb}$.

***c)* Forme un ángulo de 30º con el campo magnético.**

$\Phi = B\,S \cos \alpha = 5\ \text{T} \times (1\ \text{m})^2 \cos 30^\circ \approx 4{,}3\ \text{Wb}$.

3. Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones:

***a)* Define el flujo magnético. ¿Cuál es su unidad SI?**

Teoría. La unidad del flujo magnético es el weber (Wb). Una unidad antigua de flujo, obsoleta y no permitida en el SI, es el máxwell (Mx).

***b)* Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme de inducción magnética $\vec{B}$. ¿Para qué orientación de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo? ¿Para qué orientación el flujo es cero?**

De la expresión $\Phi = B\,S \cos \alpha$ podemos deducir que el valor máximo del flujo se alcanza cuando $|\cos \alpha| = 1$, lo que sucede cuando los vectores campo magnético y superficie de la espira son paralelos, esto es, cuando el plano de la espira sea perpendicular al campo magnético.

Será nulo cuando el plano de la espira sea paralelo al campo magnético (lo que implica que el vector superficie de la espira es perpendicular al campo).

4. Comprueba, utilizando las ecuaciones dimensionales, que la unidad de flujo magnético cumple la siguiente relación con las unidades fundamentales: $1\ \text{Wb} = 1\ \dfrac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2\ \text{A}}$, siendo A el símbolo de amperio.

Hallamos la ecuación dimensional de $\Phi = B\ S \cos \alpha$, para lo que previamente obtenemos la ecuación dimensional de B de la ley de Lorenz ($F = q\ v\ B$).

$$\dim(\phi) = \dim(B) \times \dim(S) = \frac{\dim(F)}{\dim(Q) \times \dim(v)} \times \dim(l)^2 = \frac{\dim(m) \times \dim(a)}{\dim(I) \times \dim(t) \times \dfrac{\dim(l)}{\dim(t)}} \times \text{L}^2$$

$$\dim(\Phi) = \frac{\text{M} \times \dfrac{\dim(l)}{[\dim(t)]^2}}{\text{I} \times \text{T} \times \dfrac{\text{L}}{\text{T}}} \times \text{L}^2 = \frac{\text{M} \times \dfrac{\text{L}}{\text{T}^2}}{\text{I} \times \text{L}} \times \text{L}^2 = \text{M} \times \text{L}^2 \times \text{I}^{-1} \times \text{T}^{-2}.$$

De acuerdo con esta ecuación, la unidad de flujo magnético en el SI, el weber (Wb), se puede expresar como kg m^2 A^{-1} s^{-2}.

5. ¿De qué factores depende la fem inducida en un alambre que se desplaza en un campo magnético? ¿Cómo debe ser el desplazamiento para que no exista fem inducida en el alambre?

La fuerza electromotriz inducida en un alambre que se desplaza en un campo magnético cortando las líneas de fuerza viene definida por la expresión matemática $\varepsilon = \text{B}\ \ell\ \text{v} \text{ sen } \alpha$. Por tanto, depende:

- De la longitud del alambre contenida en el campo magnético.
- Del valor del campo.
- De la velocidad con que se desplaza el cable.
- Del ángulo que forma la dirección del campo.

No hay inducción si el cable se mueve paralelo al campo magnético. En este caso, el ángulo que aparece en la expresión sería 0º y su seno sería nulo.

6. La espira de la Figura 5.9 tiene un radio de 5 cm. Inicialmente está sometida a un campo magnético de 0,2 T debido al imán cuyo eje es perpendicular al plano de la espira.

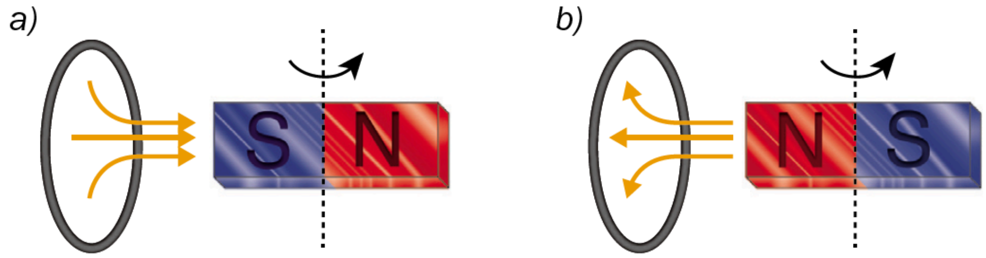

Fig. 5.9.

a) Explica el sentido de la corriente inducida mientras gira hasta la posición final.

Inicialmente el flujo es máximo. En la cara de la espira que está enfrente del imán aparece un polo norte (N). De acuerdo con la ley de Lenz la corriente en la espira gira en sentido contrario a las agujas del reloj. La corriente disminuye y se anula cuando el eje del imán es paralelo al plano de la espira. El imán ha girado 90°. A partir de este instante la corriente cambia de sentido y aumenta de intensidad hasta la posición final.

En ese instante la corriente en la espira es opuesta a la que tenía inicialmente.

b) Calcula el valor de la fem media inducida si el giro anterior se realiza en una décima de segundo.

Aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = \frac{\left(B_f - B_0\right) \pi R^2}{\Delta t} = \frac{\left[0{,}2 \text{ T} - \left(-0{,}2 \text{ T}\right)\right] \times \pi \times \left(0{,}05 \text{ m}\right)^2}{0{,}1 \text{ s}} \approx 3{,}1 \times 10^{-2} \text{ V.}$$

7. Por un hilo vertical indefinido circula una corriente eléctrica de intensidad *I*. Si dos espiras se mueven, una con velocidad paralela al hilo y otra con velocidad perpendicular, respectivamente, ¿se inducirá corriente eléctrica en alguna de ellas? Razona la respuesta.

Suponemos que, en ambos casos, el plano de la espira se mueve respecto al conductor.

a) Si la espira se mueve en el plano O*xy* perpendicular al conductor (eje O*z*) no se origina corriente en la espira porque el campo magnético originado por la corriente del hilo es paralelo al plano O*xy*. Por tanto, no hay variación de flujo.

b) Si la espira se mueve en el plano O*yz* paralelo al eje del conductor, el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, por lo que el flujo es máximo y va variando con el desplazamiento de la espira. En este caso hay corriente inducida en la espira.

8. Responde a las siguientes cuestiones:

***a)* Enuncia y comenta la ley de Faraday sobre la inducción electromagnética con la ayuda de la descripción de algún experimento sencillo. Comenta además alguna de sus aplicaciones.**

Ley de Faraday: la corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz (fem) inducida que es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo inductor y al número de espiras del inducido.

Respuesta abierta. El experimento que se realiza en la parte final de este bloque de conocimientos puede servir de ejemplo. La aplicación fundamental es la generación de corriente eléctrica en las centrales que usan generadores eléctricos de tipo turbina.

***b)* Una espira circular gira en un campo magnético uniforme. Razona si se induce fem en la espira si:**

- **El campo magnético es paralelo al eje de rotación.**
- **El campo magnético es perpendicular.**

Existe fuerza electromotriz inducida en el caso de que el campo magnético sea perpendicular a la espira.

9. ¿Por qué existen motores de corriente continua y no generadores de corriente continua?

Respuesta abierta. De todas formas, para generar corriente necesitamos que, previamente, se haya generado un campo magnético variable lo que plantea una enorme dificultad (puesto que habría que utilizar transformadores de corriente continua en corriente alterna o continua pulsante). En el caso de un motor no es necesario, ya que una corriente continua puede crear un movimiento de rotación sin necesidad de que se modifique la corriente.

10. Establece un paralelismo entre las centrales térmicas y las nucleares.

Esta actividad es abierta. El paralelismo que se pide es establecer analogías y diferencias entre las dos centrales.

11. ¿Qué ventajas e inconvenientes, ecológicamente hablando, tiene una central hidroeléctrica?

Las centrales hidroeléctricas, frente al medio ambiente, presentan muchas ventajas:

- Usan recursos naturales que son renovables.
- No contaminan el agua que utilizan.
- Regulan el caudal de los ríos, evitando inundaciones y estiajes.

Los inconvenientes que tienen son, entre otros:

- Modifican el paisaje debido al movimiento de grandes masas de tierra en la construcción de presas, canales, tuberías, etc.
- El efecto estético de los grandes muros de contención.
- La modificación del hábitat de las especies autóctonas cambiando las posibilidades de supervivencia (en unos casos aumentándolas y en otros disminuyéndolas) de las especies del entorno.
- Los daños ocasionados en el entorno en caso de rotura.

Ciencia, tecnología y sociedad

Cuestiones

1. ¿Qué diferencias hay entre un acelerador lineal y un acelerador circular de partículas?

Un acelerador lineal emplea campos eléctricos. Un acelerador angular emplea campos eléctricos y campos magnéticos combinados.

En un acelerador lineal las partículas se desplazan siguiendo una trayectoria rectilínea. En un acelerador angular la trayectoria es una línea curva.

2. ¿Dónde está ubicado el colisionador más potente del mundo?

Actualmente es el Gran Colisionador de Hadrones (LHC). Pertenece al CERN (Consejo Europeo de Investigación Nuclear) y está ubicado en las cercanías de Ginebra (Suiza).

3. Cita alguna aplicación de los aceleradores lineales.

Respuesta abierta. Por ejemplo, una de las aplicaciones más útiles en medicina es la radioterapia.

4. ¿En qué se diferencia un colisionador de un acelerador normal?

Un colisionador acelera partículas y las dirige, en sentido contrario, para que colisionen entre sí. De esta forma se consigue incrementar la energía presente en el impacto.

5. Cuando un electrón es acelerado: *a)* gana energía; *b)* pierde energía; *c)* gana y pierde energía. Indica en tu cuaderno la respuesta correcta y razónala.

a) Gana energía si se acelera linealmente. El electrón aumenta la velocidad y, por tanto, su energía cinética hasta alcanzar velocidades próximas a la velocidad de la luz.

c) Gana y pierde energía si la aceleración se hace con un acelerador angular. Las partículas eléctricas que se mueven a alta velocidad según una trayectoria curva emiten energía electromagnética: es lo que se conoce como radiación sincrotrón.

Actividades finales

Inducción electromagnética. Leyes de Faraday y de Lenz

1. Resuelve las siguientes actividades:

***a)* Enuncia las leyes que rigen el fenómeno de la inducción electromagnética.**

Teoría. Respuesta abierta en la que deben incluir, al menos, la ley de Faraday-Lenz.

Ley de Faraday: la corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz (fem) inducida que es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo inductor y al número de espiras del inducido. *Ley de Lenz*: la corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina.

***b)* El flujo magnético que atraviesa una espira varía con el tiempo de acuerdo con la expresión: $\Phi = 10\,t^3 - 4\,t^2 + t$ (SI). Deduce el valor de la fem inducida en t = 2 s.**

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(10\,t^3 - 4\,t^2 + t)}{dt} = -(30\,t^2 - 8\,t + 1)\ (\mathrm{SI})$$

$$\varepsilon_{(t=2\,\mathrm{s})} = -(30 \times 2^2 - 8 \times 2 + 1)\ (\mathrm{SI}) = 105\ \mathrm{V}.$$

2. Una bobina cuadrada y plana de 25 cm² de superficie, construida con 5 espiras, está en el plano O*xy*.

***a)* Enuncia la ley de Faraday–Lenz.**

Ley de Faraday-Lenz: la corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz (fem) inducida que es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo inductor y al número de espiras del inducido. La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera tienden a oponerse al cambio de flujo que la origina.

***b)* Calcula la fem inducida si se modifica un campo magnético en dirección al eje O*z*, pasando de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.**

Como los dos vectores, campo magnético y superficie de la espira, son paralelos, la fem inducida tiene el valor:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = N\frac{(B_0 - B_f)\,S\cos\alpha}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = 5\text{ espiras} \times \frac{[0{,}2\text{ T} - 0{,}5\text{ T}] \times 25\text{ cm}^2 \times \left(\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right)^2}{0{,}1\text{ s}} = -3{,}75 \times 10^{-2}\text{ V.}$$

***c)* Calcula la fem media inducida si el campo permanece constante, *B* = 0,5 T, y la bobina gira hasta colocarse en el plano O*xz* en 0,1 s.**

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = -N\frac{B\,S\,\Delta\cos\alpha}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = -5\text{ espiras} \times \frac{0{,}5\text{ T} \times 25\text{ cm}^2 \times \left(\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right)^2 \times (1-0)}{0{,}1\text{ s}} = -6{,}25 \times 10^{-2}\text{ V.}$$

3. El plano de una espira coincide con el plano O*xy.* Calcula el flujo a través de ella si el campo magnético vale $\vec{\boldsymbol{B}} = 0{,}2\,\vec{\boldsymbol{u}}_x + 0{,}01\,\vec{\boldsymbol{u}}_y$ T.

Si el plano de la espira coincide con el plano O*xy*, el vector superficie se puede expresar como $\vec{\boldsymbol{S}} = S\,\vec{\boldsymbol{u}}_z$ y el flujo será:

$$\phi = \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \vec{\boldsymbol{S}} = (0{,}2\,\vec{\boldsymbol{u}}_x + 0{,}01\,\vec{\boldsymbol{u}}_y) \cdot S\,\vec{\boldsymbol{u}}_z = 0{,}2 \times 0 + 0{,}01 \times 0 + 0 \times S = 0$$

4. Dibuja el sentido de la corriente inducida en las bobinas de la Figura 5.23.

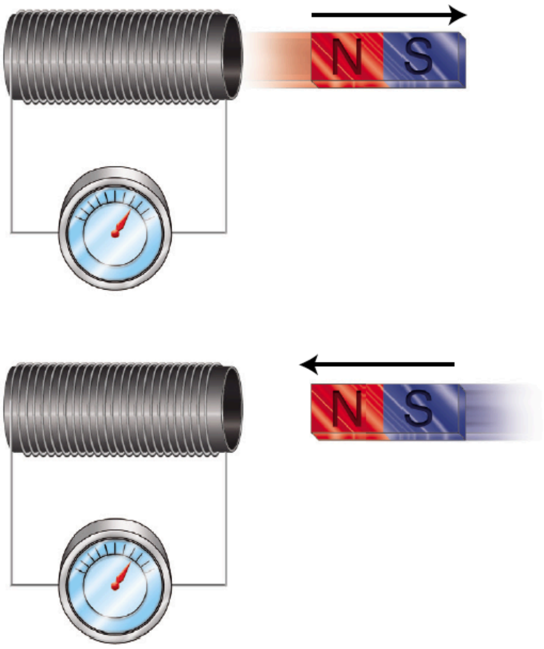

Fig. 5.23.

En el primer caso la corriente circula de manera que llega por la derecha al galvanómetro. En el segundo caso la corriente circula en sentido contrario.

5. Una bobina de 100 espiras de 10 cm² cada una gira a 360 rpm alrededor de un eje situado en su plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,020 T. Calcula:

***a)* El flujo máximo que atraviesa la bobina.**

El flujo máximo que atraviesa cada espira de la bobina, que se produce cuando la espira es perpendicular al campo, es:

$$\phi = B \cdot S = B\ S \cos \alpha \quad ; \quad \phi_{\text{máx}} = B\ S = 0{,}020\ \text{T} \times 10 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 = 2 \times 10^{-5}\ \text{Wb}.$$

Este flujo pasa de su valor máximo a valor nulo en un cuarto de periodo.

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\ \pi}{4\ \omega} = \frac{1}{24}\ \text{s}, \quad \text{siendo} \quad \omega = 360\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 12\ \pi\ \text{rad/s}.$$

***b)* La fem inducida en la bobina.**

La fem media inducida será:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -100 \times \frac{\left(0 - 2 \times 10^{-5}\ \text{Wb}\right)}{\frac{1}{24}\ \text{s}} = 0{,}048\ \text{V}.$$

Hay que tener en cuenta que esta es la fem media. La fem máxima se calcula como:

$$\varepsilon_{\text{máx}} = N\ B\ S\ \omega = 100 \text{ espiras} \times 0{,}020\ \text{T} \times 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2 \times 12\ \pi\ \text{rad s}^{-1} \approx 0{,}075\ \text{V}.$$

La fem máxima es la fem media incrementada en un factor de $\sqrt{2}$.

6. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

***a)* Dibuja en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes t_0 = 0 s y t_f = 2 s e indica el valor máximo de dicho flujo.**

El flujo magnético que atraviesa la espira, teniendo en cuenta que el ángulo inicial es cero, debido a que la espira es perpendicular al campo (vectores paralelos) es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\ S \cos\left(\omega\ t + \alpha\right) = B\ S \cos\left(2\ \pi\ f\ t\right)$$

$$\phi = 0{,}2\ \text{T} \times \pi \times \left(0{,}05\ \text{m}\right)^2 \times \cos\left(2\ \pi\ t\right) \approx 1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{Wb} \times \cos\left(2\ \pi\ t\right) \quad (t \text{ en segundos}).$$

Para ello hemos tenido en cuenta que la frecuencia, expresada en unidades SI, es:

$$f = 60\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 1\frac{\text{rev}}{\text{s}} \quad ; \quad \omega = 1\frac{\text{rev}}{\text{s}} \times \frac{2\ \pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} = 2\ \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Para representar el flujo pondríamos una gráfica con el valor del tiempo en abscisas, el valor del flujo en ordenadas y con forma cosenoidal con máximos de valor 1,3 × 10^{-3} T en los puntos t = 0 s, t = 1 s y t = 2 s y mínimos con el valor −1,3 × 10^{-3} T en los puntos t = 0,5 s y t = 1,5 s.

***b)* Escribe la expresión de la fem inducida en la espira en función del tiempo e indica su valor en el instante t = 1 s.**

Aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t} \approx -\frac{\text{d}\left[1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{Wb} \times \cos\left(2\ \pi\ t\right)\right]}{\text{d}t} = 1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{V} \times 2\ \pi \times \text{sen}\left(2\ \pi\ t\right) \approx 9{,}9 \times 10^{-3}\ \text{V} \times \text{sen}\left(2\ \pi\ t\right)$$

$$\varepsilon_{(t=1\ \text{s})} \approx 9{,}9 \times 10^{-3}\ \text{V} \times \text{sen}\ 0 = 0.$$

Fuerza electromotriz inducida en una espira

7. Una espira cuadrada de 1,5 Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme *B* = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje O*x*. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo *α* variable con el plano O*yz* como se muestra en la Figura 5.24.

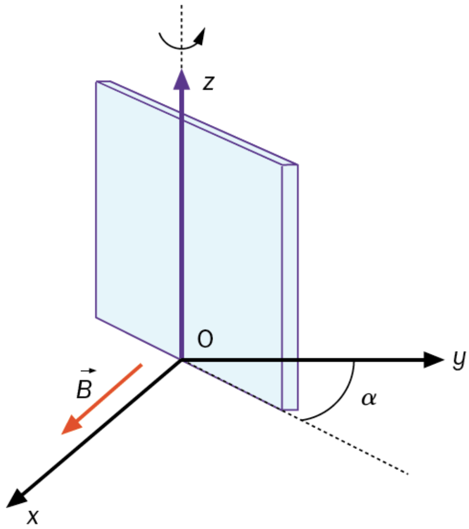

Fig. 5.24.

***a)* Si se hace girar la espira alrededor del eje O*z* con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo *α* = π/2 en el instante *t* = 0, obtén la expresión de la fem inducida en la espira en función del tiempo.**

Tanto el vector campo como la superficie de la espira son constantes, por lo que lo único varía es el ángulo que forma la superficie de la espira con el vector campo.

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S\cos\left(\omega\,t + \alpha\right)$$

$$\phi = 0{,}03\ \text{T} \times \left(0{,}02\ \text{m}\right)^2 \times \cos\left(2\,\pi\,f\,t + \frac{\pi}{2}\right) = 1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{Wb} \times \cos\left(120\,\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Donde *t* está expresado en segundos.

La fem es proporcional a la variación del flujo magnético con respecto al tiempo por lo que:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left[1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{Wb} \times \cos\left(120\,\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)\right]}{dt} = 1{,}2 \times 10^{-5}\ \text{V} \times 120\,\pi \times \text{sen}\left(120\,\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\varepsilon \approx 4{,}52 \times 10^{-3}\ \text{V} \times \text{sen}\left(120\,\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right).$$

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea 2 mA?

La fem máxima que se crea en la espira es proporcional al campo, a la superficie de la espira y a la velocidad angular de giro de la espira:

$$\left.\begin{array}{r}\varepsilon_{\text{máx}} = B\,S\,\omega \\ \varepsilon = I\,R\end{array}\right\rangle \quad \omega = \frac{I_{\text{máx}}\,R}{B\,S} = \frac{2\times10^{-3}\text{ A}\times1{,}5\ \Omega}{0{,}03\text{ T}\times(0{,}02\text{ m})^2} = 250\text{ rad s}^{-1}.$$

8. Sea un campo magnético uniforme $\vec{B}$ dirigido en el sentido positivo del eje O*z.* El campo solo es distinto de cero en una región cilíndrica de radio 10 cm cuyo eje es el eje O*z* y aumenta en los puntos de esta región a un ritmo de 10^{-3} T/s. Calcula la fem inducida en una espira situada en plano *Oxy* y realiza un esquema gráfico indicando el sentido de la corriente inducida en los dos casos siguientes:

***a)* Espira circular de 5 cm de radio centrada en el origen de coordenadas.**

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(B\cdot S)}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}S = -10^{-3}\text{ T s}^{-1}\times\pi\times\left(5\text{ cm}\times\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right)^2 \approx -7{,}85\times10^{-6}\text{ V}.$$

La corriente circula en el sentido horario de la espira, vista desde el lado positivo del eje O*z*.

***b)* Espira cuadrada de 30 cm de lado centrada en el origen de coordenadas.**

En este caso debemos tener en cuenta que solamente hay variación de flujo en la superficie de espira contenida en el círculo de radio 10 cm (base del cilindro donde B ≠ 0). Por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(B\cdot S)}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}S = -10^{-3}\text{ T s}^{-1}\times\pi\times\left(10\text{ cm}\times\frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}}\right)^2 \approx -3{,}1\times10^{-5}\text{ V}.$$

9. En el plano *Oxy* se tiene una espira circular de radio *a* = 2 cm. Simultáneamente se tiene un campo magnético uniforme cuya dirección forma un ángulo de 30º con el semieje *Oz* positivo y cuya intensidad es $B = 3\,t^2$ T, donde *t* es el tiempo, expresado en segundos.

***a)* Calcula el flujo del campo magnético en la espira, y su valor en *t* = 2 s.**

Dado que el ángulo de 30º es el que forman el campo y el vector superficie de la espira (perpendicular al plano de la espira) el flujo magnético que la atraviesa es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S = B\,S\cos\alpha = 3\,t^2\ \text{T} \times \pi \times (0{,}02\ \text{m})^2 \times \cos 30^\text{o} \approx 3{,}3 \times 10^{-3}\ t^2\ \text{Wb}\,(t\ \text{en segundos}).$$

$$\phi_{(t=2\ \text{s})} = 3{,}3 \times 10^{-3} \times (2)^2\ \text{Wb} = 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{Wb}.$$

b) Calcula la fem inducida en la espira en t = 2 s.

Para hallar la fem inducida, derivamos la función anterior:

$$\varepsilon = -\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t} = -\pi\,R^2\cos\alpha\,\frac{\text{d}B}{\text{d}t} = -\pi \times (0{,}02)^2 \times \cos 30^\text{o} \times 6 \times t\ (\text{SI})$$

$$\varepsilon_{(t=2\ \text{s})} \approx -\pi \times (0{,}02\ \text{m})^2 \times 0{,}866 \times (6 \times 2)\ \text{T s}^{-1} \approx 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{V}.$$

c) Indica, mediante un dibujo, el sentido de la corriente inducida en la espira. Razona la respuesta.

Como el campo magnético actúa en un sentido cercano al del eje O*z*, y aumenta con el tiempo, la corriente inducida en la espira tenderá a crear un campo magnético que se dirija en el sentido negativo del eje O*z*, por lo que esta debe tener el giro horario dentro de la espira, visto desde el lado positivo del eje O*z*.

10. Una bobina circular de 4 cm de radio y 30 vueltas se sitúa en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina cuyo módulo es $B(t)$ = 0,01 t + 0,04 t^2, donde t está en segundos y B en teslas. Determina:

a) El flujo magnético en la bobina en función del tiempo.

El flujo magnético que atraviesa cada espira de la bobina vale:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S = \left(0{,}01\ t + 0{,}04\ t^2\right)\ \text{T} \times \pi \times (0{,}04\ \text{m})^2 \approx 5 \times 10^{-5}\left(t + 4\ t^2\right)\text{Wb} \quad (t\ \text{en segundos}).$$

b) La fem inducida en la bobina en el instante t = 5,00 s.

Para hallar la fem inducida, derivamos la función anterior:

$$|\varepsilon| = N\left|\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t}\right| = N\,\pi\,R^2\left|\frac{\text{d}B}{\text{d}t}\right| = 30\ \text{espiras} \times \pi \times (0{,}04)^2 \times (0{,}01 + 0{,}08\ t)\ (\text{SI})$$

$$|\varepsilon|_{(t=5{,}00\ \text{s})} \approx \left[0{,}15 \times (0{,}01 + 0{,}08 \times 5{,}00)\right]\ \text{V} \approx 6{,}18 \times 10^{-2}\ \text{V}.$$

11. Una bobina de 400 espiras y r = 10 cm está situada con su plano perpendicular a un campo magnético uniforme B = 0,8 T. Calcula la fem media inducida en la bobina si el campo se anula en 0,2 s.

Aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -400 \text{ espiras} \times \pi \times \left(10 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 \times \frac{(0 - 0{,}8 \text{ T})}{0{,}2 \text{ s}} \approx 50{,}2 \text{ V}.$$

12. Una espira de 50,0 cm² gira alrededor de un eje de su plano con una velocidad de 100 rad/s dentro de un campo magnético de 0,50 T. Calcula la máxima fem inducida en la espira, si para *t* = 0 el flujo es máximo (Fig. 5.25).

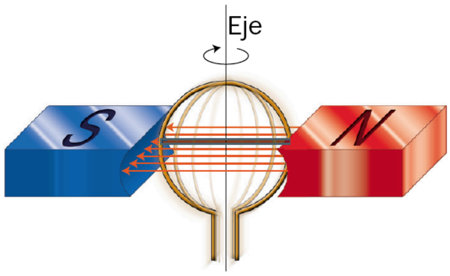

Fig. 5.25. Espira en un campo magnético.

De la expresión de la fem máxima que aparece en una espira se deduce:

$$\varepsilon_{\text{máx}} = B\;S\;\omega = 0{,}5\text{ T} \times 5{,}00 \times 10^{-3}\text{ m}^2 \times 100 \text{ rad s}^{-1} = 0{,}25 \text{ V}.$$

13. Una bobina de 100 espiras tarda 0,05 s en pasar de un ángulo en donde el flujo magnético vale 2,0 × 10⁻⁵ Wb a un ángulo de flujo nulo. Halla la fem media inducida.

La fem inducida viene determinada por la ley de Faraday.

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -100 \text{ espiras} \times \frac{0 - 2{,}0 \times 10^{-5}\text{ Wb}}{0{,}05 \text{ s}} = 0{,}04 \text{ V}.$$

14. Una agrupación de 300 espiras circulares de 5 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme *B* = 0,08 T con la dirección del eje de las espiras como se indica en la figura. Determina la fem inducida y el sentido de la corriente inducida, en Δ*t* = 0,05 s, si:

Fig. 5.26.

a) El campo magnético se anula.

Aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -300 \text{ espiras} \times \pi \times \left(5 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 \times \frac{0 - 0{,}08 \text{ T}}{0{,}05 \text{ s}} \approx 3{,}76 \text{ V}.$$

b) La agrupación de espiras gira 90º en torno a un eje perpendicular al campo.

En este caso, el ángulo que forman el vector superficie y el vector campo cambia su valor de 0º a 90º.

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,B\,S\frac{\cos 90^{\circ} - \cos 0^{\circ}}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = -300 \text{ espiras} \times 0{,}08 \text{ T} \times \pi \times \left(5 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 \times \frac{0 - 1}{0{,}05 \text{ s}} \approx 3{,}77 \text{ V}.$$

c) El conjunto de las espiras gira 90º en torno a un eje paralelo al campo.

En este caso no varía ninguna de las magnitudes relacionadas con el flujo por lo que:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 0.$$

d) El campo invierte su sentido.

Se da una situación similar al primer apartado con un cambio en el valor del campo doble:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\,S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -300 \text{ espiras} \times \pi \times \left(5 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 \times \frac{-0{,}08 \text{ T} - 0{,}08 \text{ T}}{0{,}05 \text{ s}} \approx 7{,}54 \text{ V}.$$

En todos los casos, salvo el apartado *c)* por razones obvias, la corriente inducida gira de forma que intenta mantener el valor inicial del campo magnético, por lo que será en sentido horario visto desde el extremo del campo que se denota con flecha (aplicando la regla del sacacorchos).

15. Una espira circular de 10 cm de radio, situada inicialmente en el plano *Oxy,* gira a 50 rpm en torno a uno de sus diámetros bajo la presencia de un campo magnético $\vec{B} = 0{,}3\ \vec{k}$ T. Determina:

***a)* El flujo magnético que atraviesa la espira en el instante *t* = 2 s.**

Para calcular el flujo aplicamos la ecuación que lo representa:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\ S \cos \omega\ t = 0{,}3\ \text{T} \times \pi \times (0{,}10\ \text{m})^2 \times \cos \frac{5\ \pi\ t}{3} = 9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{Wb} \times \cos \frac{5\ \pi\ t}{3}\ (t\ \text{en s}).$$

$$\phi_{(t=2\ \text{s})} = 9{,}4 \times 10^{-3} \times \cos \frac{5\ \pi \times 2}{3}\ \text{Wb} \approx -4{,}7 \times 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

***b)* La expresión matemática de la fem inducida en la espira en función del tiempo.**

La fem que se induce en la espira viene dada por la derivada de la función anterior:

$$\varepsilon = -\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t} \approx -\frac{\text{d}\left(9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{Wb} \times \cos \frac{5\ \pi\ t}{3}\right)}{\text{d}t} = 9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{V} \times \frac{5\ \pi}{3} \times \text{sen} \frac{5\ \pi\ t}{3}\ (t\ \text{en segundos})$$

$$\varepsilon \approx 4{,}9 \times 10^{-2}\ \text{V} \times \text{sen} \frac{5\ \pi\ t}{3}\ \ (t\ \text{en segundos}).$$

16. Un solenoide de 200 vueltas y de sección circular de diámetro 8,0 cm está situado en un campo magnético uniforme de valor 0,50 T cuya dirección forma un ángulo de 60º con el eje del solenoide. Si en un tiempo de 100 ms disminuye el valor del campo magnético uniformemente a cero, determina:

***a)* El flujo magnético que atraviesa inicialmente el solenoide.**

El flujo magnético que atraviesa cada espira del solenoide viene determinado por:

$$\phi = B\ S \cos \alpha = 0{,}5\ \text{T} \times \pi \times (4 \times 10^{-2}\ \text{m})^2 \times 0{,}5 \approx 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

***b)* La fem inducida en dicho solenoide.**

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = N \frac{\phi_0 - \phi_f}{\Delta t} = 200\ \text{espiras} \times \frac{4 \times \pi \times 10^{-4}\ \text{Wb}}{0{,}1\ \text{s}} = 0{,}8\ \pi\ \text{V} \approx 2{,}5\ \text{V}.$$

17. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se le hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo:

***a)* Escribe la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determina el valor máximo de la fem inducida.**

El flujo magnético que atraviesa la espira, es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S \cos(\omega\,t + \alpha) = B\,S \cos(2\,\pi\,f\,t)$$

$$\phi = 0{,}4\ \text{T} \times \pi \times (0{,}10\ \text{m})^2 \times \cos(40\,\pi\,t) \approx 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{Wb} \times \cos(40\,\pi\,t) \quad (t \text{ en segundos}).$$

La fem que se induce en la espira viene dada por la derivada de la función anterior:

$$\varepsilon = -\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t} \approx -\frac{\text{d}\left[1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{Wb} \times \cos(40\,\pi\,t)\right]}{\text{d}t} = 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{V} \times 40\,\pi \times \text{sen}(40\,\pi\,t)\ (t \text{ en segundos})$$

$$\varepsilon \approx 1{,}6\ \text{V} \times \text{sen}(40\,\pi\,t)\ \ (t \text{ en segundos}) \quad ; \quad \varepsilon_{\text{máx}} \approx 1{,}6\ \text{V}.$$

***b)* Explica cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la fem inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?**

Al duplicarse el radio de la espira, sin variar las demás magnitudes, y dado que en la expresión del flujo el radio está elevado al cuadrado, el flujo (tanto el valor máximo como la expresión dependiente del tiempo) se cuadriplicará. Al depender directamente la fem del flujo, también se cuadriplicará la fem.

Si se duplica la frecuencia de giro, sin modificar las otras variables el valor máximo del flujo será el mismo, aunque se alcanzará su valor el doble de veces, ya que el tiempo entre máximos se reduce a la mitad. Sin embargo, sí que habrá variación en la fem, ya que depende directamente de la frecuencia, por lo que el valor de esta se duplicará.

18. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme *B* = 3,6 T paralelo al eje O*z*. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano O*xy*. En el instante *t* = 0 la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante *ω* = 6 rad/s.

***a)* Si la resistencia total de la espira es de 3 Ω, determina la máxima corriente eléctrica inducida en la espira e indica para qué orientación de la espira se alcanza.**

El flujo magnético que atraviesa la espira, es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S \cos(\omega\,t) = 3{,}6\ \text{T} \times \pi \times (0{,}02\ \text{m})^2 \times \cos(6\,t) \approx 4{,}5 \times 10^{-3}\ \text{Wb} \times \cos(6\,t) \quad (t \text{ en s}).$$

La fem que se induce en la espira viene dada por la derivada de la función anterior:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left[4{,}5\times 10^{-3}\ \mathrm{Wb}\times \cos\left(6\ t\right)\right]}{\mathrm{d}t} = 4{,}5\times 10^{-3}\ \mathrm{V}\times 6\times \mathrm{sen}\left(6\ t\right)\left(t\ \text{en segundos}\right)$$

$$\varepsilon = 2{,}7\times 10^{-2}\ \mathrm{V}\times \mathrm{sen}\left(6\ t\right)\ \left(t\ \text{en segundos}\right)\quad ;\quad \varepsilon_{\text{máx}} = 2{,}7\times 10^{-2}\ \mathrm{V}.$$

La intensidad de la corriente viene dada por la ley de Ohm.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2{,}7\times 10^{-2}\ \mathrm{V}\times \mathrm{sen}\left(6\ t\right)}{3\ \Omega} = 9\times 10^{-3}\ \mathrm{A}\times \mathrm{sen}\left(6\ t\right)\left(t\ \text{en segundos}\right);\ I_{\text{máx}} = 9\ \mathrm{mA}.$$

***b)* Obtén el valor de la fem inducida en la espira en el instante *t* = 3 s.**

Aplicando el valor del tiempo en la expresión hallada anteriormente para ε:

$$\varepsilon_{(t=3\ \mathrm{s})} = 2{,}7\times 10^{-2}\ \mathrm{V}\times \mathrm{sen}\left(6\times 3\right) = 2{,}7\times 10^{-2}\ \mathrm{V}\times\left(-0{,}75\right) = 2{,}0\times 10^{-2}\ \mathrm{V}.$$

19. Se tiene el circuito de la Figura 5.27 en forma de triángulo rectángulo, formado por una barra conductora vertical que se desliza horizontalmente hacia la derecha con velocidad constante *v* = 2,3 m/s sobre dos barras conductoras fijas que forman un ángulo *α* = 45º.

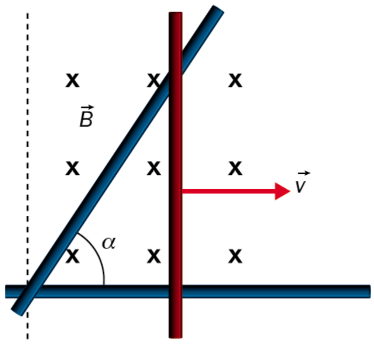

Fig. 5.27.

Perpendicular al plano del circuito hay un campo magnético uniforme y constante *B* = 0,5 T cuyo sentido es entrante en el plano del papel. Si en el instante inicial *t* = 0 la barra se encuentra en el vértice izquierdo del circuito:

***a)* Calcula la fem inducida en el circuito en el instante de tiempo *t* = 15 s.**

Hallamos la superficie del triángulo formado por las barras, calculamos con ello el flujo que lo atraviesa y posteriormente la fem electromotriz:

$$S = \frac{1}{2} x\ h = \frac{1}{2} x\ x\ tg\ 45^{o} = \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{2} v^2\ t^2 \quad ; \quad \phi = B\ S = B\ \frac{1}{2} v^2\ t^2 = \frac{B\ v^2\ t^2}{2}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(\dfrac{B\ v^2\ t^2}{2}\right)}{dt} = -\frac{B\ v^2\ 2\ t}{2} = -B\ v^2\ t = -0{,}5\ \mathrm{T} \times \left(2{,}3\ \mathrm{m\ s^{-1}}\right)^2 \times 15\ \mathrm{s} \approx 40\ \mathrm{V}.$$

b) **Calcula la corriente eléctrica que circula por el circuito en el instante *t* = 15 s, si la resistencia eléctrica total del circuito en ese instante es 5 Ω. Indica el sentido en el que circula la corriente eléctrica.**

La intensidad de la corriente viene dada por la ley de Ohm.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \approx \frac{40\ \mathrm{V}}{5\ \Omega} = 8\ \mathrm{A}.$$

Como la espira aumenta de tamaño, y el campo es constante, el flujo a través de ella es cada vez mayor. La corriente inducida en la espira debe tender a anular el aumento de flujo, lo que se consigue si provoca un campo con el sentido contrario al que existe. Por ello, y aplicando la regla de la mano derecha, podemos afirmar que el sentido de la corriente, según se muestra la figura, es antihorario.

20. Un alambre conductor se dobla en forma de U, con sus lados paralelos separados una distancia *d* = 20 cm. Sobre estos lados se apoya una varilla conductora, formando un circuito rectangular por el que puede circular corriente eléctrica. Existe un campo magnético uniforme de intensidad *B* = 0,20 T perpendicular al plano del circuito y, tal como se indica en la Figura 5.28, dirigido hacia dentro. La varilla se mueve con velocidad uniforme *v* = 0,50 m s⁻¹.

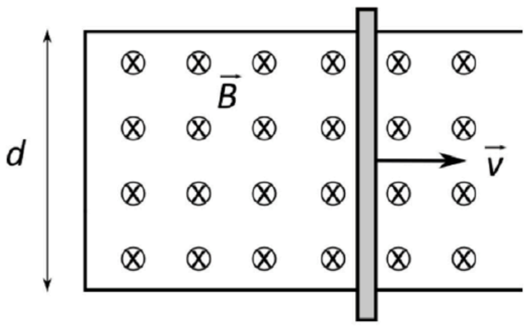

Fig. 5.28.

a) **Calcula la fem inducida en el circuito.**

Para calcular la fem tenemos que hallar el flujo magnético, que se obtiene aplicando el producto escalar del vector superficie del circuito y el vector campo, teniendo en cuenta que a lo largo del tiempo son siempre paralelos:

$$\phi = B\ S = B\ d\ x = B\ d\ v\ t = 0{,}20\ \text{T} \times 0{,}20\ \text{m} \times 0{,}50\ \text{m s}^{-1} \times t = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{Wb s}^{-1} \times t$$

La fem que se induce en el circuito viene dada por la derivada de la función anterior:

$$|\varepsilon| = \frac{\text{d}|\phi|}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\left|2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{Wb s}^{-1} \times t\right|}{\text{d}t} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{V}.$$

***b)* ¿En qué sentido circula corriente por la varilla? Razona tu respuesta.**

Como la espira aumenta de tamaño, y el campo es constante, el flujo a través de ella es cada vez mayor. La corriente inducida en la espira debe tender a anular el aumento de flujo, lo que se consigue si provoca un campo con el sentido contrario al que existe. Por ello, y aplicando la regla de la mano derecha, podemos afirmar que el sentido de la corriente, según se muestra la figura, es antihorario lo que implica que la corriente en la varilla es hacia arriba.

21. Un campo magnético uniforme y constante de 0,01 T está dirigido a lo largo del eje O*z*. Una espira circular se encuentra situada en el plano O*xy*, centrada en el origen, y tiene un radio que varía en el tiempo según la función *r* = 0,1 – 10 *t* (en unidades SI). Determina:

***a)* La expresión del flujo magnético a través de la espira.**

El flujo magnético a través de una espira viene dado por $\Phi = B\ S \cos \alpha$. Si la espira se encuentra en el plano O*xy* y el campo magnético está dirigido a lo largo del eje O*z*, quiere decir, que el campo es paralelo a la normal de la espira. Por tanto, $\cos \alpha = 1$, y el flujo será máximo.

$$\phi = B\ S = 0{,}01\ \text{T} \times \pi \times (0{,}1 - 10\ t)^2\ \text{m}^2 = \left(3{,}14 \times 10^{-4} - 6{,}28 \times 10^{-2} \times t + 3{,}14 \times t^2\right)\ \text{Wb} \quad (t\ \text{en s}).$$

***b)* En qué instante de tiempo la fem inducida en la espira es 0,01 V.**

La fem inducida en cualquier instante viene dada por la derivada del flujo:

$$\varepsilon = -\frac{\text{d}\phi}{\text{d}t} = \left(6{,}28 \times 10^{-2} - 6{,}28\ t\right)\ \text{V} \quad \left(t\ \text{en segundos}\right).$$

Para determinar el instante en que la fem toma el valor de 0,01 V, resolvemos la ecuación:

$$t = \frac{0{,}0628\ \text{V} - 0{,}01\ \text{V}}{6{,}28\ \text{V s}^{-1}} = 0{,}0084\ \text{s} = 8{,}4\ \text{ms}.$$

22. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en un campo magnético uniforme de dirección normal al plano de la espira y de intensidad que va cambiando con el tiempo de la forma $B = 3\,t^2 + 4$ (SI).

***a)* Deduce la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.**

Calculamos el flujo utilizando la expresión de su valor:

$$\phi = B\,S\cos\alpha = \left(3\,t^2+4\right)\,\mathrm{T}\times\pi\times\left(2\ \mathrm{cm}\times\frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{cm}}\right)^2\times 1 = \left[\left(12\,\pi\,t^2+16\,\pi\right)\times 10^{-4}\right]\,\mathrm{Wb}\quad (t\ \text{en s}).$$

***b)* Representa gráficamente la fem inducida en función del tiempo y calcula su valor para t = 2 s.**

Para representar la fem inducida en función del tiempo calculamos primero su valor:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left[\left(12\,\pi\,t^2+16\,\pi\right)\times 10^{-4}\ \mathrm{Wb}\right]}{\mathrm{d}t} = \left(-2{,}4\times 10^{-3}\times\pi\times t\right)\,\mathrm{V}\quad (t\ \text{en segundos}).$$

Que, en su representación gráfica en un sistema de coordenadas V–t, da lugar a una recta que pasa por el origen y tiene una pendiente $2{,}4 \times \pi \times 10^{-3}$ V s^{-1}.

Para t = 2 s, el valor de la fem es:

$$\varepsilon_{(t=2\ \mathrm{s})} = -2{,}4\times 10^{-3}\times\pi\times 2\ \mathrm{V} = -\,4{,}8\times 10^{-3}\times\pi\ \mathrm{V} \approx 0{,}015\ \mathrm{V}.$$

23. Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la Figura 5.29, se puede deslizar una varilla MN de resistencia R = 10 Ω en presencia de un campo magnético uniforme, $\vec{B}$, de valor 50 mT, perpendicularmente al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje Ox de acuerdo con la expresión $x = x_0 + A\,\mathrm{sen}\,(\omega\,t)$, siendo x_0 = 10 cm, A = 5 cm y el periodo de oscilación 10 s.

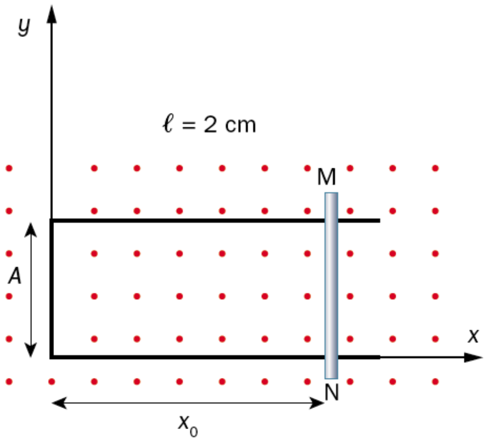

Fig. 5.29. Circuito con alambre móvil.

***a)* Calcula en función del tiempo el flujo magnético que atraviesa el circuito.**

El flujo magnético se obtiene aplicando el producto escalar del vector superficie del circuito y el vector campo, teniendo en cuenta que a lo largo del tiempo son siempre paralelos:

$$\phi = B\,S = B\,\ell\,x = B\,\ell\left(x_0 + A \text{ sen } \omega\, t\right) = B\,\ell\,x_0 + B\,\ell\,A \text{ sen } \omega\, t$$

$$\phi = 5\times10^{-2}\text{ T}\times 2\times10^{-2}\text{ m}\times\left(10^{-1}\text{ m} + 5\times10^{-2}\text{ sen } \omega\, t\right) = \left(1 + 0{,}5\times\text{sen}\frac{\pi}{5}t\right)\times10^{-4}\text{ Wb.}$$

***b)* Calcula en función del tiempo la corriente en el circuito.**

La fem que se induce en el circuito viene dada por la derivada de la función anterior:

$$|\varepsilon| = \frac{d|\phi|}{dt} = 10^{-4}\times 0{,}5\times\frac{\pi}{5}\times\cos\frac{\pi}{5}t\ (\text{SI}) \approx 3{,}1\times10^{-5}\text{ V}\times\cos\frac{\pi}{5}t\ (t \text{ en segundos}).$$

La intensidad de la corriente viene dada por la ley de Ohm.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \approx \frac{3{,}1\times10^{-5}\text{ V}\times\cos\frac{\pi}{5}t}{10\ \Omega} = 3{,}1\times10^{-6}\text{ A}\times\cos\frac{\pi}{5}t\ (t \text{ en segundos}).$$

24. Un circuito situado en el plano *Oxy* consta de un conductor recto de 0,1 m de longitud que se desliza a lo largo de unos raíles conductores paralelos fijos (Fig. 5.30). La parte fija del circuito tiene una resistencia de 5 Ω. El circuito está sometido a la acción de un campo magnético $\vec{B} = -0{,}6\ \vec{u}_z$ T. Desplazamos el conductor hacia la derecha con velocidad $\vec{v} = 20\ \vec{u}_x$ m s^{-1}. Halla la fem inducida y la intensidad de la corriente inducida.

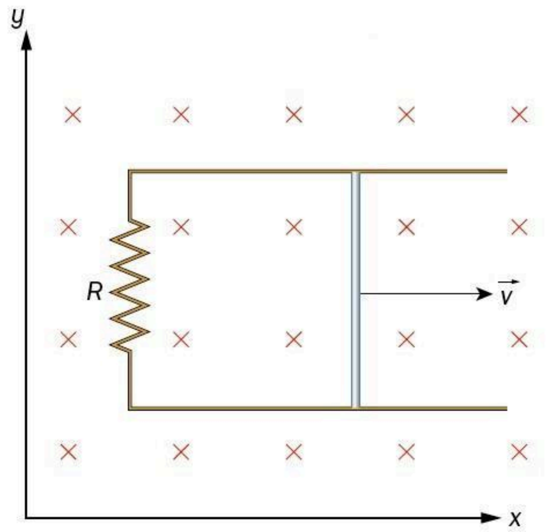

Fig. 5.30. Circuito con alambre móvil y resistencia.

En todo momento el vector campo magnético y el vector superficie de la espira que se forma en el circuito son paralelos.

Al modificarse el área del circuito, el flujo magnético varía y se produce una fem inducida. Para calcularla, tenemos que hallar el flujo magnético, que se obtiene aplicando el producto escalar del vector superficie del circuito y el vector campo, teniendo en cuenta que a lo largo del tiempo son siempre paralelos:

$$\phi = B\ S = B\ d\ x = B\ d\ v\ t = 0{,}6\ \text{T} \times 0{,}1\ \text{m} \times 20\ \text{m s}^{-1} \times t = 1{,}2\ \text{Wb s}^{-1} \times t$$

La fem que se induce en el circuito viene dada por la derivada de la función anterior:

$$|\varepsilon| = \frac{\text{d}|\phi|}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\left|1{,}2\ \text{Wb s}^{-1} \times t\right|}{\text{d}t} = 1{,}2\ \text{V.}$$

La intensidad de la corriente viene determinada mediante la ley de Ohm.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \approx \frac{1{,}2\ \text{V}}{5\ \Omega} = 0{,}24\ \text{A}.$$

Transformación de la corriente alterna

25. La corriente producida en una central eléctrica se lleva al primario de un transformador y la corriente que sale del secundario se conduce, a través de la línea transmisora, hasta la estación eléctrica de un centro de consumo. Este transformador ¿deberá actuar como reductor o como elevador de tensión? De conformidad con la contestación dada, ¿en qué arrollamiento del transformador debe haber más espiras? Justifica ambas respuestas

La corriente que envía la central a través de la línea transmisora debe ser de alta tensión, para que se pierda el mínimo de energía en la transmisión. Por tanto, el transformador a la salida de la central debe ser elevador de tensión. Para hallar la relación del número de espiras entre primario y secundario aplicamos la relación $\frac{V_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s}$.

En este caso si $\varepsilon_s \gg V_p$ se cumple que $N_s \gg N_p$. Por tanto, el secundario debe tener un número de espiras mucho mayor.

26. Utilizando un transformador, queremos convertir 220 V a un voltaje de 12 V. La bobina del primario tiene 2200 espiras y la intensidad de salida es 5,0 A. ¿Cuántas espiras tiene el secundario? ¿Qué intensidad de corriente circula por la bobina del primario?

De la relación de transformación, obtenemos el número de espiras del secundario y la intensidad de corriente pedida:

$$\frac{V_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p} \quad ; \quad N_s = \frac{\varepsilon_s\, N_p}{V_p} = \frac{12\ \text{V} \times 2200\ \text{espiras}}{220\ \text{V}} = 120\ \text{espiras}$$

$$I_p = \frac{I_s\ \varepsilon_s}{V_p} = \frac{5{,}0\ \text{A} \times 12\ \text{V}}{220\ \text{V}} \approx 0{,}27\ \text{A}.$$

27. Un generador de corriente alterna suministra 25 A a 8000 V al primario de un transformador. ¿Cuál es la intensidad en la salida si esta se realiza a 250 000 V? ¿Cuál es la relación de transformación?

De la ecuación que rige el funcionamiento de un transformador, despejamos la intensidad de la corriente en el secundario y la razón de transformación:

$$\frac{V_\text{p}}{\varepsilon_\text{s}} = \frac{N_\text{p}}{N_\text{s}} = \frac{I_\text{s}}{I_\text{p}} \quad ; \quad I_\text{s} = \frac{I_\text{p}\, V_\text{p}}{\varepsilon_\text{s}} = \frac{25\ \text{A} \times 8000\ \text{V}}{250\,000\ \text{V}} = 0{,}8\ \text{A}.$$

$$\frac{N_\text{s}}{N_\text{p}} = \frac{V_\text{s}}{V_\text{p}} = \frac{250\,000\,\text{V}}{8000\,\text{V}} = \frac{125}{4} = 31{,}25.$$

28. ¿Qué es un transformador? ¿Por qué son útiles para el transporte de la energía eléctrica? Si el primario de un transformador tiene 1200 espiras y el secundario 100, ¿qué tensión habrá que aplicar al primario para tener en la salida del secundario 6 V?

Un transformador es un dispositivo utilizado para cambiar la tensión y la intensidad de la corriente, manteniendo constante la potencia. Un transformador es útil porque permite transportar la energía eléctrica a grandes distancias con la mínima pérdida de energía. De la ecuación que rige el funcionamiento de un transformador, se deduce:

$$\frac{V_\text{p}}{\varepsilon_\text{s}} = \frac{N_\text{p}}{N_\text{s}} = \frac{I_\text{s}}{I_\text{p}}$$

29. Un transformador tiene 20 espiras en el primario y trabaja a una tensión de 50 V; el secundario tiene 120 espiras. Calcula:

***a)* La fem en el secundario.**

De la relación de transformación, obtenemos la tensión del secundario:

$$\varepsilon_s = \frac{N_s}{N_p} V_p = \frac{120\ \text{espiras}}{20\ \text{espiras}} \times 50\ \text{V} = 300\ \text{V}.$$

***b)* Si lo invertimos, es decir, si conectamos las 120 espiras a la tensión inicial (50 V), ¿cuál será la tensión en el secundario?**

En este caso se invierte el número de espiras del primario y del secundario.

$$\varepsilon_\text{s} = \frac{N_\text{s}'}{N_\text{p}'} V_\text{p} = \frac{N_\text{p}}{N_\text{s}} V_\text{p} = \frac{20\ \text{espiras}}{120\ \text{espiras}} \times 50\ \text{V} \approx 8{,}3\ \text{V}.$$

30. Un timbre funciona a 12,0 V de tensión y 0,200 A de intensidad. Para poderlo conectar a la red eléctrica y que funcione correctamente, se dispone de un transformador ideal que tiene 20 espiras en el secundario.

***a)* Si se conecta el primario del transformador a una corriente alterna de 220 V, calcula cuántas espiras debe tener el primario y qué intensidad de corriente deberá circular por él.**

De la relación de transformación, obtenemos el número de espiras del primario y la intensidad de corriente:

$$\frac{V_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p} \quad ; \quad N_p = \frac{V_p\ N_s}{\varepsilon_s} = \frac{220\ \text{V} \times 20\ \text{espiras}}{12\ \text{V}} \approx 367\ \text{espiras}$$

$$I_p = \frac{I_s\ \varepsilon_s}{V_p} = \frac{0{,}200\ \text{A} \times 12\ \text{V}}{220\ \text{V}} \approx 0{,}011\ \text{A.}$$

***b)* Si se conecta el primario del transformador a una corriente continua de 24 V, ¿qué intensidad de corriente circulará por el timbre? Justifica tu respuesta.**

Con los datos que nos da el apartado es imposible calcular la intensidad de corriente que circulará por el timbre. Con el valor del número de espiras que tiene el primario (que hemos calculado en el apartado anterior) podríamos calcular la fem que se crea en el secundario, pero, al carecer del valor de ninguna de las intensidades de corriente que recorren el transformador (una por el primario y otra por el secundario), no podemos hacer el cálculo pedido.

La relación de transformación nos sirve para calcular o el número de espiras, o el voltaje o la intensidad en uno de los dos lados del transformador siempre que sepamos el valor de esa magnitud en el otro lado y los dos valores de otra de las magnitudes implicadas en la transformación.