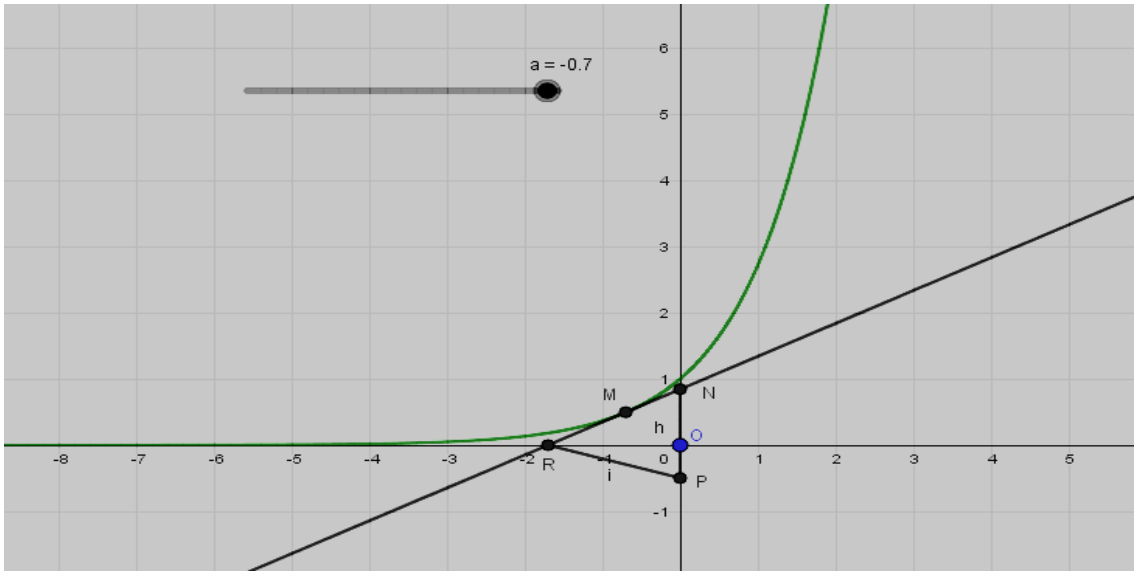
Aire maximale

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction exponentielle dans un repère orthonormé et on note a un réel strictement négatif. On considère le point M de $\mathscr{C}$ d'abscisse a, N le point d'intersection de la tangente à $\mathscr{C}$ en M avec l'axe des ordonnées, P le point de coordonnées $(0\ ;-e^a)$ et R le point d'intersection de la tangente à $\mathscr{C}$ en M avec l'axe des abscisses.



I. Conjecture avec le logiciel GeoGebra.

1. Créer un curseur **a**variant de-20 à 0avec un pas de 0,01.

2.Construire le graphique ci-dessus en respectant les contraintes de l'énoncé.

Appeler le professeur

3.Varier la valeur du curseur **a**et conjecturer l'aire maximum du triangle PNRsur l'intervalle.

Appeler le professeur

II. Recherche de l'expression d'une fonction.

1.Déterminer l'équation de la tangente (T) de la courbe$\mathscr{C}$ en fonction de **a**.

2.Déterminer les coordonnées des points N et R en fonction de **a**.

3.On note $x = \text{a}$ et $g(x) = \text{Aire}_{\text{PNR}}$, Montrer que l'aire du triangle PNR vaut $g(x) = \dfrac{e^x\left(x^2-3x+2\right)}{2}$

Appeler le professeur

III. Étude de la fonction *g* (*x*)

1.Dresser la tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle$]-\infty\ ;0[$.

Appeler le professeur

2.En déduire la valeur exacte de$x$pour laquelle le maximumde$g$ sur l'intervalle $]-\infty\ ;0[$est atteint et lavaleur exacte du maximum de$g$.

Appeler le professeur

Production écrite demandée :

- Réponses à la question 3 de la partie I
- Réponses à la question 1, 2 et 3 de la partie II

- Réponses à la question 1 et 2 de la partie III