Exercice 1

On donne la forme différentielle sur $\Re^2$définie par
$\omega = (x^2 + y^2 - 1)dx - 2ydy$

Montrer qu'il existe une unique fonction f définie sur $\Re$ vérifiant $f(0) = 1$ et telle que la forme ω_1 définie sur $\Re^2$par $\omega_1\ (x, y) = f(x)\omega(x, y)$soit exacte. Déterminer alors toutes le primitives de ω_1.

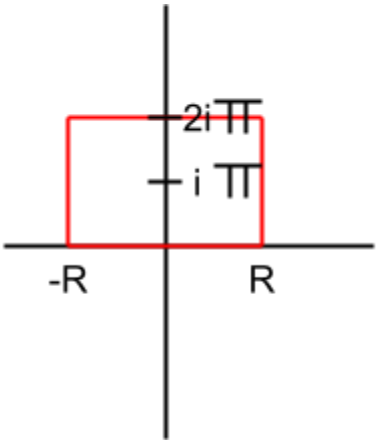
Exercice 2

On pose $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$

1. Préciser le domaine d'holomorphie de la fonction f
2. Calculer le résidus de $f$en 0

Exercice 3

Soit $a$un réel tel que $0 < a < 1$. Par la méthode des résidus, calculer l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^{e}} dx$$

En utilisant comme contour d'intégration, pour $R > 0$, le rectangle Γdonné par la figure