

PLANI

LİSESİ 9.SINIF MATEMATİK DERS

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	9-13 Ekim 2023
Sınıf	9	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	Kümelerde İşlemler		
Konu	İki Kümenin Kartezyen Çarpımı		

BÖLÜM II

Kazanım	9.2.2.2. İki kümenin kartezyen çarpımıyla ilgili işlemler yapar.
Değerler	DÜRÜSTLÜK – Doğru Sözlü Olma
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

Kartezyen Çarpım Kümesi

A ve B kümeleri boş kümeden farklı olmak üzere birinci bileşeni A kümesinden ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine **A kartezyen çarpım B kümesi** denir ve $A \times B$ ile gösterilir. $A \times B$ kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimi

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ ve } b \in B\} \text{ dir.}$$

ÖRNEK 35

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{7, 9\}$ kümeleri veriliyor. $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini bulunuz.

ÇÖZÜM

A kümesindeki her eleman B kümesindeki her elemanla eşlenirse
 $A \times B = \{(a, 7), (a, 9), (b, 7), (b, 9), (c, 7), (c, 9)\}$ olur.
 B kümesindeki her eleman A kümesindeki her elemanla eşlenirse
 $B \times A = \{(7, a), (7, b), (7, c), (9, a), (9, b), (9, c)\}$ olur.

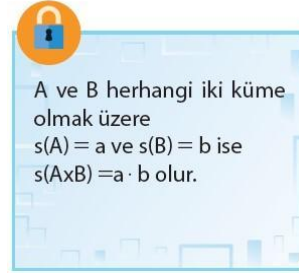
1. A ve B birbirinden farklı iki küme ise $A \times B \neq B \times A$ olur. Kümeler yer değiştirdiğinde farklı sıralı ikililer oluşacağı için kartezyen çarpımları da birbirinden farklı kümeler oluştururlar.
2. $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$ olur. Boş kümenin kartezyen çarpımına ekleyebileceği herhangi bir elemanı olmadığı için kartezyen çarpımının sonucu da yine boş küme bulunur.

ÖRNEK

$A \times B = \{(3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)\}$ ve
 $C \times D = \{(4, m), (4, n), (4, k), (6, m), (6, n), (6, k), (6, l)\}$
 kartezyen çarpım kümeleri veriliyor. $A \times D$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

$A \times B$ yazılımında elde edilen sıralı ikililerin birinci bileşenleri A kümesinin elemanlarıdır. Böylece A kümesi $A = \{3, 4\}$ ve $s(A) = 2$ olur.
 $C \times D$ yazılımında elde edilen sıralı ikililerin ikinci bileşenleri ise D kümesinin elemanlarıdır. Böylece $D = \{m, n, k, l\}$ ve $s(D) = 4$ olur. Bu durumda
 $s(A \times D) = s(A) \cdot s(D) = 2 \cdot 4 = 8$ olur.



Aşağıda verilen tablodaki boşlukları doldurup $A \times B$ kümesinin eleman sayısını bulmak için nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini bulunuz.

A	B	$A \times B$	$s(A \times B)$
{1}	{2}	{{(1, 2)}	1
{1, 2}	{3}	{{(1, 3), (2, 3)}	2
{1, 2}	{3, 4}	{{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)}	4
{1, 2}	{2, 3, 4}		
{1, 2, 3, 4}	{3, 4}		
{1, 3}	{1, 2, 3, 4, 5}		

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor. $A \times A$ kümesinin elemanlarından kaç tanesinde 1. bileşen ve 2. bileşenin birbirinden farklı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$s(A) = 6$ ve $s(A \times A) = 6 \cdot 6 = 36$ olur.
 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ elemanlarının bileşenleri aynı olup 6 tanedir.
 $A \times A$ kümesinin tüm elemanlarından, bileşenleri aynı olan elemanlar çıkarılırsa geriye bileşenleri aynı olmayan elemanlar kalır. Bu durumda bileşenlerin birbirinden farklı olduğu eleman sayısı $36 - 6 = 30$ olur.

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor. $A \times A$ kümesinin elemanlarından kaç tanesinde 1. bileşen ve 2. bileşenin birbirinden farklı olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$s(A) = 6$ ve $s(A \times A) = 6 \cdot 6 = 36$ olur.
 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ elemanlarının bileşenleri aynı olup 6 tanedir.
 $A \times A$ kümesinin tüm elemanlarından, bileşenleri aynı olan elemanlar çıkarılırsa geriye bileşenleri aynı olmayan elemanlar kalır. Bu durumda bileşenlerin birbirinden farklı olduğu eleman sayısı $36 - 6 = 30$ olur.

ÖRNEK

Eleman sayıları birbirinden farklı A ve B kümeleri veriliyor. $s(A \times B) = 36$ ise $A \cup B$ kümesinin eleman sayısının alabileceği en küçük ve en büyük değeri hesaplayınız.

ÇÖZÜM

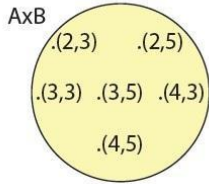
$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$ olarak yazılır.
 $s(A) = 36$ ve $s(B) = 1$ olarak seçilip A ve B ayrık iki küme olarak düşünülürse
 $s(A \cup B) = s(A) + s(B) = 36 + 1 = 37$ olur. Bu durumda birleşimleri en çok 37 elemanlıdır.
 $s(A) = 9$ ve $s(B) = 4$ olarak seçilip $A \subseteq B$ olarak düşünülürse $s(A \cup B) = 9$
Bu durumda birleşimleri en az 9 elemanlıdır.

ÖRNEK

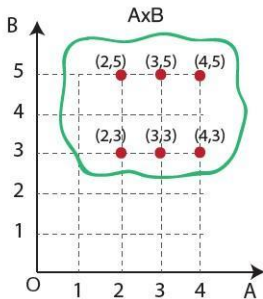
$A = \{2, 3, 4\}$ ve $B = \{3, 5\}$ kümeleri veriliyor.
 $A \times B$ kümesini liste yöntemi ve Venn şeması ile gösterip bu kümenin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$A \times B$ nin liste yöntemi ile gösterimi $A \times B = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ olur.
 $A \times B$ nin Venn şeması ile gösterimi aşağıdadır.

**Grafiğin dik koordinat sisteminde gösterimi**

$A \times B$ kümesini oluşturan sıralı ikililerin birinci bileşenleri x ekseninde, ikinci bileşenleri ise y ekseninde bulunur. x eksenindeki bileşenlere dikey ve kesikli, y eksenindeki bileşenlere yatay ve kesikli doğrular çizilip kesiştiği noktalar işaretlenir. Bu şekilde elde edilen noktaların oluşturduğu grafik $A \times B$ nin grafiğidir.

**ÖRNEK**

$A \times B = \{(3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)\}$ ve
 $C \times D = \{(4, m), (4, n), (4, k), (6, m), (6, n), (6, k), (6, l)\}$
kartezyen çarpım kümeleri veriliyor. $A \times D$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

$A \times B$ yazılımında elde edilen sıralı ikililerin birinci bileşenleri A kümesinin elemanlarıdır. Böylece A kümesi $A = \{3, 4\}$ ve $s(A) = 2$ olur.
 $C \times D$ yazılımında elde edilen sıralı ikililerin ikinci bileşenleri ise D kümesinin elemanlarıdır. Böylece $D = \{m, n, k, l\}$ ve $s(D) = 4$ olur. Bu durumda
 $s(A \times D) = s(A) \cdot s(D) = 2 \cdot 4 = 8$ olur.

ÖRNEK

$A = \{a, 1, 2, \%, x\}$ ve $B = \{x \mid x \text{ bir rakam}\}$ kümeleri veriliyor.

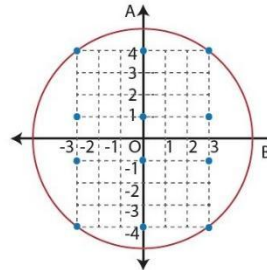
$A \times B$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde $(x, 2)$ elemanının olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $s(B) = 10$, $s(A) = 5$ olduğundan $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 5 \cdot 10 = 50$
 $A \times B$ kümesinin $(x, 2)$ dışında 49 tane elemanı vardır. Bu elemanların oluşturduğu 2^{49} tane alt kümenin her birine $(x, 2)$ elemanı eklenerek $(x, 2)$ elemanın bulunduğu alt kümeler oluşturulur. Buradan cevap 2^{49} dur.

ÖRNEK

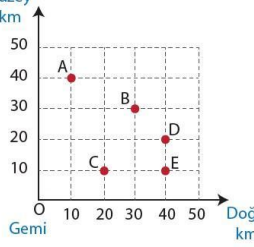
$A = \{-4, -1, 1, 4\}$ ve $B = \{-3, 0, 3\}$ kümeleri veriliyor. $B \times A$ kümesinin grafiğini çizip grafiğin elemanlarını açıkta bırakmayan en küçük çaplı çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM

$B \times A$ kümesinin grafiğini çizmek için B kümesinin elemanları x ekseninde, A kümesinin elemanları y ekseninde gösterilir. Bu durumda $B \times A$ kümesinin elemanlarını açıkta bırakmayan en küçük çaplı çember yandaki şekildeki gibidir.

BÖLÜM IV**Ölçme ve Değerlendirme**

1. Kuzey
km



Yandaki grafikte verilen A, B, C, D, E noktaları farklı adaları göstermektedir. Orijinde bulunan geminin kaptanı gemisini A noktasındaki adaya götürecektir. Ancak adaya ulaştığında kaptan adanın koordinatlarının birinci ve ikinci bileşenlerinin yerini karıştırıp farklı bir adaya geldiğinin farkına varmıştır. Buna göre kaptanın gemisini hangi adaya götürdüğünü bulunuz.

2. (x, y) sıralı ikilisinde x ve y birer rakam olmak üzere $x + y$ nin **en çok** kaç olabileceğini bulunuz.

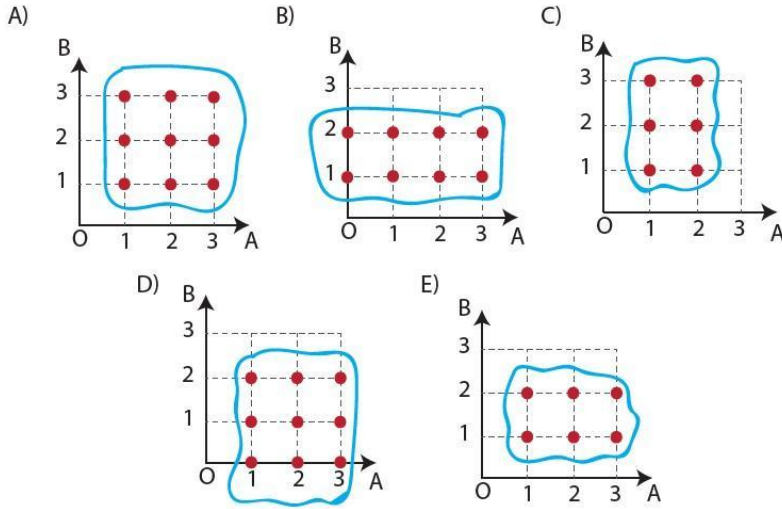
3. $(2^{x-2}, 27) = (64, 3^{1-y})$ eşitliğinde $x - y$ nin değerini bulunuz.

4. $A = \{x \mid x, \text{ rakamlar kümesi}\}$ ve $B = \{x \mid x, 10 \text{ dan küçük ve } 2 \text{ nin doğal sayı kuvvetleri}\}$ dir. Bu durumda $s(A \times B)$ değerini bulunuz.

8. $A = \{x \mid \frac{x-2}{2} \text{ ifadesini basit kesir yapan pozitif tam sayı}\}$

$B = \{x \mid x^2 < 5, x \text{ pozitif tam sayı}\}$

Aşağıdaki grafiklerden hangisi $A \times B$ ye aittir?



5. $A = \{x \mid -1 < x < 4, x \in \mathbb{N}\}$

$B = \{y \mid y^2 < 9, y \in \mathbb{Z}\}$ ve

$C = \{x \mid x, 6 \text{ nın pozitif tam sayı çarpanları}\}$ kümeleri veriliyor.

$A \times B, A \times C, C \times B$ ifadelerini dik koordinat sisteminde gösteriniz.

6. $A = \{x \mid 12 < x < 40, x = 5n, n \in \mathbb{Z}\}$ ve

$B = \{x \mid x, \text{ alfabemizdeki ünlü harfler}\}$ ise $s(A \times B)$ değerini bulunuz.

7. $(3x + 4y, 2) = (5, 4x + 3y)$ eşitliğine göre $x + y$ değerini bulunuz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

.....
.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2023
UYGUNDUR
Okul Müdürü

.....