

21. Soal SIMAK UI 2013 Kode 334 | *Soal Lengkap

Diberikan matriks A , B , C , dan D berikut ini.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Jika x , y , z , dan w secara berurutan adalah jumlah entri-entri pada matriks A^{2013} , B^{2013} , C^{2013} , dan D^{2013} , pernyataan-pernyataan berikut yang BENAR adalah...

- (1) $w - 1 = y^{2013}$
- (2) $z = 3y^{2012}$
- (3) $4z = 3x$
- (4) $2w - x = 2$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Sebagai tahap awal kita coba uji nilai untuk A^2 dan A^3

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (8)$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (16)$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 16 & 15 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (32)$$

$$x = 2^{2013+1}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (2)$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (2)$$

$$y = 2$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = (6)$$

$$C^3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = (12)$$

$$C^4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 16 & 8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = (24)$$

$$z = 2^{2013-1} \cdot 3$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (5)$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (9)$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (17)$$

$$w = 2^{2013} + 1$$

Dari nilai $x = 2^{2014}$, $y = 2$, $z = 3 \cdot 2^{2012}$, dan $w = 1 + 2^{2013}$ yang kita peroleh di atas, maka dapat kita simpulkan:

- (1) $w - 1 = y^{2013}$ Benar
- (2) $z = 3y^{2012}$ Benar
- (3) $4z = 3x$ Benar
- (4) $2w - x = 2$ Benar

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) (1), (2), (3), (4), BENAR

22. Soal UM UNPAD 2009

Apabila transpose dari matriks $X = \begin{pmatrix} 2008 & 2009 \\ x & y \end{pmatrix}$ sama dengan invers dari X , maka nilai dari determinan X yang mungkin adalah...

- (A) 1 atau -1
- (B) $\sqrt{2}$ atau $-\sqrt{2}$
- (C) $\sqrt{3}$ atau 1
- (D) $\sqrt{2}$ atau -1
- (E) 0 atau $\sqrt{3}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$X = \begin{pmatrix} 2008 & 2009 \\ x & y \end{pmatrix}$$

$$|X| = 2008y - 2009x$$

Seperti yang disampaikan pada soal bahwa jika matriks X kita transpose-kan akan sama dengan invers matriks X atau dapat kita tuliskan menjadi $X^t = X^{-1}$.

Berdasarkan sifat determinan matriks $|A^t| = |A|$ dan $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ dapat kita simpulkan:

$$X^{-1} = X^t$$

$$|X^{-1}| = |X^t|$$

$$\frac{1}{|X|} = |X|$$

$$\frac{1}{(2008y - 2009x)} = (2008y - 2009x)$$

$$1 = (2008y - 2009x)^2$$

$$\pm 1 = 2008y - 2009x$$

$$\pm 1 = |X|$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (A) 1 atau -1

23. Soal UM STIS 2011 | *Soal Lengkap

Matriks B adalah invers matriks A , matriks D adalah invers matriks C dan $A \cdot B \cdot C = D$, maka yang merupakan matriks identitas (I) adalah...

- (A) A^2
- (B) B^2
- (C) C^2
- (D) $A \cdot D^2$
- (E) $A \cdot C^2$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru tentang [invers matriks](#) dapat membantu;

- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = I$
- $AB = I$ artinya A dan B saling invers yaitu $A^{-1} = B$ dan $B^{-1} = A$
- $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

Dari apa yang disampaikan pada soal, dapat kita simpulkan bahwa:

- $B = A^{-1}$ maka $B^{-1} = A$
- $D = C^{-1}$ maka $D^{-1} = C$

$$\begin{aligned}A \cdot B \cdot C &= D \\A \cdot A^{-1} \cdot C &= C^{-1} \\I \cdot C &= C^{-1} \\C &= C^{-1} \\C \cdot C &= C^{-1} \cdot C \\C^2 &= I\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A \cdot B \cdot C &= D \\B^{-1} \cdot B \cdot C &= D \\I \cdot D^{-1} &= D \\D^{-1} &= D \\D^{-1} \cdot D &= D \cdot D \\I &= D^2\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) C^2

24. Soal UM STIS 2011 | *Soal Lengkap

Jika $\begin{pmatrix} a-b & -b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -a+2b & 1 \end{pmatrix}$ maka $ab = \dots$

(A) 2

(B) 1

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) -1

(E) -4

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru tentang invers matriks 2×2 berikut ini mungkin membantu:

Misalkan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$\det(A) = |A| = a \times d - b \times c$

invers matriks A adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a-b & -b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} &= \begin{pmatrix} a & 1 \\ -a+2b & 1 \end{pmatrix} \\ \frac{1}{(a-b)-0} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & a-b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & 1 \\ -a+2b & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{a-b} & \frac{b}{a-b} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & 1 \\ -a+2b & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh:

- $-a + 2b = 0$ sehingga $a = 2b$
- $\frac{1}{a-b} = a$ sehingga $\frac{1}{2b-b} = a$
 $\frac{1}{b} = a$
 $1 = ab$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) 1

25. Soal UM STIS 2011 | *Soal Lengkap

Jika matriks M berordo 2×2 sehingga $M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ dan $M \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ maka $M^2 = \dots$

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 AB &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \text{baris } 1 \times \text{kolom } 1 & \text{baris } 1 \times \text{kolom } 2 \\ \text{baris } 2 \times \text{kolom } 1 & \text{baris } 2 \times \text{kolom } 2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a.e + b.g & a.f + b.h \\ c.e + d.g & c.f + d.h \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Kita coba dengan memisalkan matriks $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} a-b \\ c-d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\
 \hline
 M \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 2a+b \\ 2c+d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh;

$$\begin{array}{cc|c}
 a-b=-1 & c-d=5 & \\
 2a+b=4 & 2c+d=7 & + \\
 \hline
 3a=3 & 3c=12 & \\
 a=1 & c=4 & \\
 b=2 & d=-1 &
 \end{array}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ maka } M^2 = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$

26. Soal UM STIS 2011 | *Soal Lengkap

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}$. Jika B^T adalah transpose dari matriks B , maka nilai c yang memenuhi $A = 2B^T$ adalah...

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 5
- (D) 8
- (E) 10

Alternatif Pembahasan:

Hide

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka $A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} A &= 2B^T \\ \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} &= 2 \begin{pmatrix} 2c - 3b & a \\ 2a + 1 & b + 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 4c - 6b & 2a \\ 4a + 2 & 2b + 14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh;

- $2 = 4c - 6b$
- $4 = 2a$ maka $a = 2$
- $2b = 4a + 2$ maka $2b = 8 + 2$, $b = 5$
- $3c = 2b + 14$ maka $3c = 10 + 14$, $c = 8$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 8

27. Soal UNBK Matematika IPA 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 14 & -5 \end{pmatrix}$. Nilai $2a - b = \dots$

- (A) 18
- (B) 16
- (C) 14
- (D) 10
- (E) 6

Alternatif Pembahasan:

Hide

Berdasarkan informasi pada soal perkalian matriks di atas, maka berlaku:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 14 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a + 4b & a - 2b \\ 2 + 12 & 1 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 14 & -5 \end{pmatrix}$$

$2a + 4b = 8$	$\times 1$
$a - 2b = 12$	$\times 2$
$2a + 4b = 8$	
$2a - 4b = 24$	$(+)$
$4a = 32$	
$a = 8$	
$b = -2$	

$$\text{Nilai } 2a - b = 2(8) - (-2) = 18$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (A) 18

28. Soal UTBK-SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ dan berlaku persamaan $A^2 + B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$. Determinan matriks A^4 adalah...

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 16
- (E) 81

Alternatif Pembahasan:

Hide

Berdasarkan informasi pada penjumlahan matriks soal di atas, maka berlaku:

$$A^2 + B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} - B$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3-1 & -2+4 \\ 4-5 & -1+2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A^2| = (2)(1) - (-1)(2) = 4$$

Dengan menggunakan sifat determinan matriks $|A^n| = |A|^n$ maka:

$$\begin{aligned} |A^4| &= |A^2|^2 \\ &= 4^2 = 16 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 16

29. Soal UTBK-SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui matriks A berukuran 2×2 dan $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Jika $B - A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ maka

$\det(2A^{-1})$ adalah...

- (A) -4
- (B) -2
- (C) -1
- (D) 1
- (E) 2

Alternatif Pembahasan:

Hide

Berdasarkan informasi pada pengurangan matriks soal di atas, maka berlaku:

$$\begin{aligned} B - A &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ B - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} &= A \\ \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} &= A \\ \begin{pmatrix} -1-2 & 3-(-1) \\ 0-1 & 2-0 \end{pmatrix} &= A \\ \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} &= A \\ (-3)(2) - (-1)(4) &= |A| \\ -2 &= |A| \end{aligned}$$

Dengan menggunakan sifat determinan matriks $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ dan $|k \times A_{m \times m}| = k^m \times |A|$ maka:

$$\begin{aligned} |2A^{-1}| &= 2^2 \cdot |A^{-1}| \\ &= 2^2 \cdot \frac{1}{|A|} \\ &= 4 \cdot \frac{1}{-2} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) -2

30. Soal UTBK-SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui matriks A berordo 2×2 dan matriks $B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Jika A memenuhi $B \cdot A = C$ maka determinan dari $(2A^{-1})$ adalah...

(A) -2

(B) -1

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) 2

Alternatif Pembahasan:

Hide

Berdasarkan informasi pada perkalian matriks soal di atas dan menggunakan sifat determinan matriks yaitu $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$ dan $|k \times A_{m \times m}| = k^m \times |A|$, maka berlaku:

$$|B| = \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \\ = (-3)(2) - (-1)(5) = -1$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ = (4)(3) - (5)(2) = 2$$

$$B \cdot A = C$$

$$|B \cdot A| = |C|$$

$$|B| \cdot |A| = |C|$$

$$-1 \cdot |A| = 2$$

$$|A| = -2$$

$$|2A^{-1}| = 2^2 \cdot |A^{-1}|$$

$$= 2^2 \cdot \frac{1}{|A|}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{-2}$$

$$= -2$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (A) -2