

les vecteurs sont écrits en gras.

Problème I : Patch Clamp

I. Préliminaires :

- 1.1.1 : PFD : $q\mathbf{E} - \alpha \mathbf{v} = m \, d\mathbf{v}/dt$.
- 1.1.2 : lorsque la vitesse limite est atteinte : $d\mathbf{v}/dt = \mathbf{0}$ est donc $\mathbf{v}_\infty = q\mathbf{E}/\alpha$.
 la solution de l'équation différentielle est : $\mathbf{v} = q/\alpha [1 - \exp(-t/\tau)]\mathbf{E}$ avec $\tau = m/\alpha$.
- 1.1.3 : $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ avec $\rho = nq$ et donc $\mathbf{j} = nq^2/\alpha \times \mathbf{E}$
- 1.1.4 : $\sigma = nq^2/\alpha = nq^2\tau/m$.
- 1.1.5 : $E_p = -qEx$ avec $E_p = 0$ en $x = 0$. $V = -E.x$.
- 1.1.6 : $E = U/L$; $j = \sigma U/L$; $I = j.S = \sigma SU/L$ et donc $R = L/\sigma S$.
- 1.2. : $V_0 - V_{ref} = -RI$
- 1.3.1 : Millman : $V_- (1/R_1 + 1/R_2) = V_S/R_2 + V_{e1}/R_1$
 $V_+ (1/R_2' + 1/R_1') = V_{e2}/R_1'$
 fonctionnement linéaire : $V_- = V_+$
 d'où : $V_S = -R_2 V_{e1}/R_1 + (1 + R_2/R_1) R_2' V_{e2}/(R_1' + R_2')$
- 1.3.2 : $R_1 = R_2 = R_1' = R_2' = R$ conduit à : $V_S = V_{e2} - V_{e1}$.
- 1.3.3 : Millman : $V_1(1/R_{var} + 1/R) = V/R_{var}$ soit $V = V_1 (1 + R_{var}/R)$
 c'est un montage amplificateur non inverseur.
- 1.4.1.a. : $u(0^+) = 0$ donc $R_1 i(0^+) = v_e(0^+)$ et donc $i(0^+) = -V_{ref}/R_1$
- 1.4.1.b. : en régime stationnaire, C équivaut à un coupe-circuit, d'où : $v_e = -(R_1 + R_2).i(t)$.
 donc : $i(\Delta t^-) = -V_{ref}/(R_1 + R_2)$.
- 1.4.2 : la loi des mailles donne : $-u + R_1 i + e = 0$ et $i = -u/R_2 - Cu'$
 on en déduit que : $R_1 C u' + (1 + R_1/R_2) u = e$ donc $\tau' = R_1 R_2 C / (R_1 + R_2)$
- 1.4.3 : pour $t \in [0, \Delta t]$, on a $v_e = V_{ref}$ d'où : $u = [1 - \exp(-t/\tau')] \times R_2 V_{ref} / (R_1 + R_2)$.
 $u(\Delta t) = u(\infty) =$ solution particulière $= R_2 V_{ref} / (R_1 + R_2)$
 $i(t) = (u - V_{ref})/R_1 = -V_{ref} [1 + R_2/R_1 \exp(-t/\tau')] / (R_1 + R_2)$.
- 1.4.4 : pour $t > \Delta t$, on a $v_e = 0$ d'où : $u = R_2 V_{ref} / (R_1 + R_2) \exp(-t'/\tau')$ avec $t' = t - \Delta t$.
 $i(t) = u/R_1 = R_2 V_{ref} / [R_1 (R_1 + R_2)] \exp(-t'/\tau')$ avec $t' = t - \Delta t$.
- 1.4.5 : décroissance exponentielle vers 0.

II. Modèle simplifié de l'amplificateur « patch clamp »

- 2.1.1 : $V_0 = V_{ref} - R_f i(t)$
- 2.1.2 : $V_1 = V_{ref} - V_0 = R_f i(t)$
- 2.1.3 : $V = V_1 (1 + R_{var}/R) = i(t).R_f (1 + R_{var}/R)$
- 2.2.1 : $R_{accès} = h/[\sigma \pi (d/2)^2] = 2,55 \times 10^6 \, \Omega$.
- 2.2.2 : $R_{seal} = h/(\sigma \pi d) = 2,12 \times 10^9 \, \Omega$.
- 2.2.3 : R_{seal} est en parallèle avec $R_{accès}$ et l'ensemble est en série avec R_{pip} . Or $R_{seal} \gg R_{accès}$
 donc $R_{tot} = R_{pip} + R_{accès} = 12,5 \, M\Omega$ (Remarque : une association en parallèle des 3 résistances conduit à une valeur numérique proche de R_1 - cf. 2.3) (la définition de R_{pip} n'est pas claire).
- 2.3 : on lit : $v(0^+) = -0,24 \, V$; $v(\Delta t^-) = -0,4 \, V$; $v(\Delta t^+) = 0,20 \, V$ et avec la tangente
 $\tau' = 0,10 \, s$.
 on en déduit que $R_1 = 2,08 \, M\Omega$, $R_2 = 10,4 \, M\Omega$ et $C = 57 \, nF$ (la valeur de $v(\Delta t^+)$ sert de confirmation).

Problème II : Réfrigérateur

I : Préliminaire :

- 1.2 : $L_1 = h_{1v} - h_{1liq} = 182,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $L_2 = h_{2v} - h_{2liq} = 123,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- 1.3 : lors d'un changement d'état : $s_v - s_{liq} = (h_v - h_{liq})/T$
donc $s_{1,liq} = 23,8 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et $s_{2,liq} = 285 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
- 1.4 : 1^{er} principe pour les systèmes ouverts : $\Delta h = W^* + Q$.
- 1.5 : $H = H_{liq} + H_{vap}$ donc $m_{tot} h = (m_{tot} - m_{vap}) h_{liq} + m_{vap} h_{vap}$. D'où $h = h_{liq} + x(h_{vap} - h_{liq})$
- 1.6 : de même : $s = s_{liq} + x(s_{vap} - s_{liq})$

II : Compresseur :

- 2.1 : $\Delta S = 0$ donc $x_C = (s_{2v} - s_{1liq})/(s_{1v} - s_{1liq}) = 0,93$.
- 2.2 : en D : $h_D = h_{2v} = 387,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
en C : $h_C = h_{1liq} + x_C(h_{1v} - h_{1liq}) = 347,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
- 2.3 : $Q = 0$ donc $W^* = \Delta h = 40,1 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

III : Condensateur :

- 3.1 : $Q_{ch} = -L_2 = -123,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Le frigo fournit de la chaleur à la source chaude.
- 3.2 : $\Delta s = -395 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
Erreur d'énoncé : $T_{air} = T_{chaud} = 293 \text{ K}$ et non 313 K .
 $s_{ech} = Q_{ch}/T_{chaud} = -422 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
 $s_{créée} = \Delta s - s_{ech} = 27 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0$ irréversible.

IV : Détendeur :

- 4.1 : Détente de Joule Thomson : $\Delta h = 0$.
- 4.2 : $x_B = 0,47$
- 4.3 : $s_{ech} = 0$ et $s_{créée} = \Delta s = s_{1liq} + x_B(s_{1v} - s_{1liq}) - s_{2l} = 70,7 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

V : Evaporateur :

- 5.1 : $Q_f = \Delta h = L_1(x_C - x_B) = 83,8 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$. La source froide fournit de la chaleur au frigo.
- 5.2 : $\Delta s = (s_{1v} - s_{1liq})(x_C - x_B) = 324,8 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $s_{ech} = Q_f/T_f = 318,6 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 $s_{créée} = \Delta s - s_{ech} = 6,2 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

VI : Bilan :

- 6.2 : $e = Q_f / W = -Q_f / (Q_{fr} + Q_{ch}) = 2,1$.
- 6.3 : si les transformations étaient réversibles, on aurait $Q_f/T_f + Q_{ch}/T_{chaud} = 0$
d'où $e_{max} = T_f / (T_{chaud} - T_f) = 4,69$.
- 6.4 : $\Sigma s_{créée} = 103,9 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
- 6.5 : Il faut que le fluide arrive dans l'évaporateur à une température inférieure à $T_f = 263 \text{ K}$
d'où le choix de 258 K .
De même, pour se refroidir au contact de l'air ambiant, il faut qu'il soit plus chaud que 293 K . Le choix de 313 K laisse une petite marge en cas de mauvaise circulation d'air (frigo encastré) ou d'élévation de la température ambiante (été).

6.1 :

