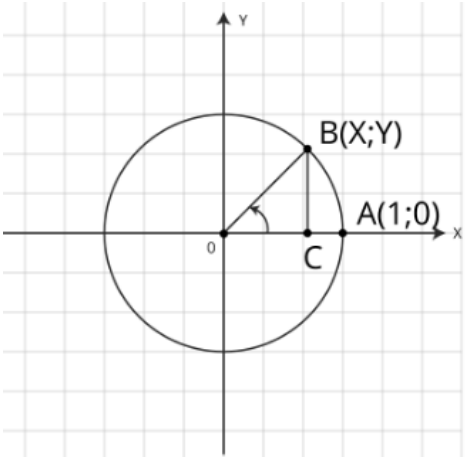
Дисциплина: ОД.07 Математика
Занятие № 52 **Группа БУ и ТД 1/1-9/25** **Дата: 13.01.2026**
Тип занятия: практическое занятие 25 **Преподаватель:** Бережная В.А.
По теме: «*Основы тригонометрии*»

Цель занятия:
Деятельностная:
– создать условия для сознательного усвоения учащимися свойств и действий с тригонометрическими функциями произвольного угла.
Содержательная:
– расширить знания учеников за счет включения новых определений: обратных тригонометрических функций (функция арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса);
– познакомиться с задачами на построение и анализ тригонометрических функций.
План занятия:
1. Зависимость между синусом, косинусом одного и того же угла.
2. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента

1. Зависимость между синусом, косинусом одного и того же угла

Образовался прямоугольный треугольник ОВС. По теореме Пифагора $OB^2=OC^2+BC^2$. Катет ОС – это абсцисса точки В или cosα, катет ВС – её ордината, или sinα, а гипотенуза ОВ – радиус единичной окружности, ОВ=1.Получаем формулу:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha=1$$



В тригонометрии её называют основным тригонометрическим тождеством. Она связывает синус с косинусом. А это значит, что зная значения синуса, можно найти значения косинуса и наоборот.

2. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента

Арксинусом числа a называется такое число из промежутка $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$***, синус которого равен a.***

Запись $x = \arcsin a$ означает: 1) $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ и 2) $\sin x = a$.

Свойства arcsin *a:*
1. $\sin(\arcsin a) = a$.
2. $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

Арккосинусом числа a называется такое число из промежутка* [0; π]*, косинус которого равен a.

Запись $x = \arccos a$ означает: 1) $0 \le x \le \pi$ и 2) $\cos x = a$.

Свойства arccos *a:*
1. $\cos(\arccos a) = a$.
2. $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$.

Арктангенсом числа a называется такое число из промежутка $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$***, тангенс которого равняется a.***

Запись x = arctg a означает: 1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ и 2) $\mathrm{tg}x = a$.

Свойства arctg *a:*

1. tg (arctg a) = a.
2. arctg ($-a$) = $-$arctg a.

Арккотангенсом числа a называется такое число из промежутка (0; π), котангенс которого равен a.

Запись x = arcctg a означает: 1) $0 < x < \pi$ и 2) ctg $x = a$.

Свойства arcctg *a:*

1. ctg (arcctg a) = a.
2. arcctg ($-a$) = π – arcctg a.

Обратите внимание на то, что arcsin a и arccos a определены только для $-1 \le a \le 1$, arctg a и arcctg a определены для всех действительных a.

Значения обратных тригонометрических функций для наиболее употребительных значений аргумента приведены в следующих таблицах.

Значения *x* / **Значение выражения**	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
arcsin x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$
arccos x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

Значения *x* / **Значение выражения**	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$
arctg x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{3}$
arcctg x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

Арксинусы и арккосинусы произвольных конкретных чисел из промежутка [–1; 1] можно находить приближенно с помощью математических таблиц или калькуляторов.

Разобранные задания

Задание 1. Вычислить: 1) $\arcsin\frac{1}{2}$; 2) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Решение.

1) Так как $\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$ и $-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$, то $\arcsin\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$. Хотя $\sin\frac{5\pi}{6}=\frac{1}{2}$, но $\arcsin\frac{1}{2}\neq\frac{5\pi}{6}$, ибо $\frac{5\pi}{6}$ содержится вне промежутка $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

2) Поскольку $-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\sin\frac{\pi}{4}=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ и $-\frac{\pi}{2}\le-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}$, то $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{4}$.

***Задание* 2.** Вычислить $\sin\left(\frac{5\pi}{2}+\arccos\frac{1}{7}\right)$.

Решение. Воспользовавшись сначала периодичностью функции $y = \sin x$, затем формулами приведения и, наконец, определением арккосинуса числа, получим:

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2}+\arccos\frac{1}{7}\right)=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+\arccos\frac{1}{7}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\arccos\frac{1}{7}\right)=\cos\left(\arccos\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{7}.$$

***Задание* 3.** Вычислить $\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$.

Решение. Применяя свойство арккосинуса и формулы приведения, получим: $\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)=\sin\left(\pi-\arccos\frac{1}{3}\right)=\sin\left(\arccos\frac{1}{3}\right)$.

Обозначим $\arccos\frac{1}{3}=\alpha$. Тогда согласно определению арккосинуса числа имеем: $\cos\alpha=\frac{1}{3}$, $0\le\alpha\le\pi$. Наша задача свелась к следующей: найти $\sin\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ и $\le\alpha\le\pi$. Так как $|\sin\alpha|=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha\in[0;\pi]$, то $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(!) Домашнее задание (!)

1. Ответьте на контрольные вопросы (письменно):

1.1. Сформулируйте основное тригонометрическое тождество. Как оно связывает синус и косинус одного и того же угла?

1.2. Что называется арксинусом числа a? Укажите область определения функции y = arcsin a и перечислите её основные свойства.

1.3. Дайте определение арккосинуса числа a. В каком промежутке лежит значение arccos a? Перечислите ключевые свойства этой функции.

1.4. Что такое арктангенс числа a? Укажите область определения и промежуток, в котором лежит значение arctg a. Назовите одно из основных свойств этой функции.

1.5. Дайте определение арккотангенса числа a. В каком интервале находится значение arcctg a? Запишите одно из его свойств, связанное с отрицательным аргументом.

2. Решите предложенные задания (письменно):

2.1. Чему равен: а) arcsin 0,5;б) arcsin (–0,5); в) arcsin 1?

2.2. Имеет ли смысл: а) arcsin0,3; б) arcsin(–0,3); в) arcsin1,3; г) arcsin(–1,5)?

2.3. Вычислите:

1) $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$;

2) $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$;

3) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$;

4) $\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$;

Отчетность

Работы принимаются до 20 января 2026 г.

Задания выполняются от руки на тетрадных листах в клетку. Каждый лист на полях подписываете: Фамилия Имя, группа, дата (в формате ДД.ММ.ГГГГ). По выполнению фотографии каждого листа (в правильном порядке и вертикальной ориентации – без перевернутых страниц) высылаете на проверку преподавателю.

Выполненное задание контрольной работы вы присылаете на @mail:

pushistav@mail.ru

В теме письма указываем:

ОД.07 Математика 13.01.26 (Фамилия Имя, группа)

К примеру:

ОД.07 Математика 13.01.26 (Иванов Иван, ТД и БУ 1/1-9/25)

Обязательно проверьте, что Вы состоите в чате:

https://t.me/+RX9Nb2N84woxOTdi

С уважением!

Преподаватель математики ШТЭК ДОННУЭТ

Бережная Валерия Александровна

Основная литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463.