

Exercice

A noter tous les caractères en gras sont des vecteurs

Changement de repère

Soient $\mathcal{R}(O,xyz)$ un référentiel absolu muni de la base $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ et $\mathcal{R}_1(O_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{k})$ le référentiel relatif dont l'origine O_1 est en mouvement rectiligne sur l'axe (Oz) . On donne $\mathbf{OO}_1 = at\mathbf{k}$ où a est une constante positive et t le temps.

En plus, $\mathcal{R}_1$ tourne autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω_1 telle que $\Omega \mathcal{R}_1 / \mathcal{R} = \omega_1 \mathbf{k}$ ($\omega_1 = \dot{\theta}$).

Dans le plan horizontal $(O_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$, une tige (T) tourne autour de l'axe $(O_1\mathbf{z})$ avec une vitesse angulaire constante ω_2 , tel que $\varphi = \omega_2 t = (\mathbf{u}_1, \mathbf{e}_\rho)$ où $\mathbf{e}_\rho$ est le vecteur unitaire porté par la tige (T) .

Un point M est assujéti à se déplacer sur la Tige (T) . Il est repéré dans le référentiel $\mathcal{R}_1$ par: $\mathbf{O}_1\mathbf{M} = \rho \mathbf{e}_\rho$ où $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{k})$ est une base mobile dans $\mathcal{R}_1$.

N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\mathbf{e}, \mathbf{e},)$.

I-Etude de la cinématique de M par décomposition de mouvement :

- 1) Déterminer $(\mathbf{M})$ la vitesse relative de M .
- 2) Déterminer $(\mathbf{M})$ la vitesse d'entraînement de M .
- 3) En déduire $(\mathbf{M})$ la vitesse absolue de M .
- 4) Déterminer $(\mathbf{M})$ l'accélération relative de M .
- 5) Déterminer $(\mathbf{M})$ l'accélération d'entraînement de M .
- 6) Déterminer $(\mathbf{M})$ l'accélération de Coriolis de M .
- 7) En déduire $(\mathbf{M})$ l'accélération absolue de M .

II-Etude de la cinématique de M par calcul direct :

- 8) Retrouver $(\mathbf{M})$ par calcul direct.
- 9) Retrouver $(\mathbf{M})$ par calcul direct.

II-Etude dynamique de M par rapport à $\mathcal{R}_1 (O_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2,)$

- 10) Donner le bilan des forces appliquées au point M ?
- 11) Appliquer le théorème fondamental de la dynamique « PFD » et trouver les équations du mouvement ?
- 12) Que peut-on conclure ?

Exercice 2 :

APPLICATION DU THEOREME DE MOMENT CINETIQUE ET DE L'ENERGIE CINETIQUE

Soit $\mathcal{R}(O,xyz)$ un référentiel orthonormé direct et Galiléen, muni de la base $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Soit M un point matériel de masse m . Le point M glisse sans frottement le long de la tige (T) qui tourne dans le plan horizontal (xoy) autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω ($\varphi = \omega t$ et $\omega > 0$). M est soumis, en plus de son poids P et de la réaction de la tige à une force $\mathbf{F} = F\mathbf{e}_\rho$.

Dans ces conditions, le mouvement de M le long de la tige suit la loi $OM = at\mathbf{e}_\rho$ (t étant le temps et a une constante positive). $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{k})$ est la base cylindrique liée à la tige.

Questions

N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{k})$.

- 1) Calculer la vitesse $\mathbf{V}(M/\mathcal{R})$ et l'accélération $\boldsymbol{\gamma}(M/\mathcal{R})$ de M dans $\mathcal{R}$ en fonction de a , t et ω .
- 2) Déterminer « $\mathbf{L}_O(M/\mathcal{R})$ » le moment cinétique en O du point M ainsi que sa dérivée par rapport au temps dans $\mathcal{R}$.
- 3) Déterminer les moments de chacune des forces agissant sur le point M en O .
- 4) En appliquant le théorème du moment cinétique, trouver les expressions des composantes de réactions R
- 5) Déterminer « $(M/\mathcal{R})$ » l'énergie cinétique du point M dans $\mathcal{R}$ ainsi que sa dérivée par rapport au temps dans $\mathcal{R}$.
- 6) Déterminer les puissances de chacune des forces agissant sur le point M .
- 7) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, trouver l'expression de $\mathbf{F}$ (vecteur).