الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية أم البواقي — ثانوية بهلول السعيد – عين فكرون –

المستوى : 3 علوم تجريبية — المادة : رياضيات

اليوم : **18/11/2012** — المدة : 1 ساعة

15 دقيقة

الفرض الأول في مادة الرياضيات

مسألة : *20* نقطة

الهدف من المسألة هو دراسة الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ +\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{e^x-1}{e^x-x}$$

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس .

الجزء الأول :

1- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ +\infty[$ حيث : $g(x)=e^x-x-1$.

ا- بين أنه من أجل كل $x>0$ لدينا $g'(x)>0$ و استنتج تغيرات الدالة g على المجال $]0\ ;\ +\infty[$.

ب- احسب $g(0)$ واستنتج انه من اجل كل $x>0$ لدينا $g(x)>0$.

2- لتكن الدالة h معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ هكذا : $h(x)=(2-x)e^x-1$

ا- ادرس تغيرات الدالة h وشكل جدول تغيراتها مع حساب $h(x)$.

ب- بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.84<\alpha<1.85$.

ج- عين حسب قيم x الموجب تماما إشارة $h(x)$.

الجزء الثاني :

1- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$ يمكن كتابة $f(x)=\frac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}$

و استنتج نهاية f عند $+\infty$ و فسر النتيجة هندسيا .

2- أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$ لدينا : $f(x) - x = \frac{(1-x)g(x)}{e^x - x}$

4- استنتج حسب قيم وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = x$.

5- أرسم (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

لا بدّ للمبدع أن يرضي نفسه في إنتاجه، وعمله، ليكون مؤثراً على الآخرين، جاذباً لهم، ملائماً لمتطلباتهم، يسهل الحصول عليه، وأن يكون جميلاً، بديعاً..

طارق السويدان