

ĐỀ ÔN THI GIỮA HỌC KỲ II TOÁN 10 CÁNH DIỀU

I. Trắc nghiệm

- Câu 1.** Nam muốn tô màu cho một hình vuông và một hình tròn. Biết rằng chỉ có thể tô màu xanh, màu đỏ hoặc màu vàng cho hình vuông, và chỉ có thể tô màu hồng hoặc màu tím cho hình tròn. Hỏi Nam có bao nhiêu cách tô màu cho hai hình?
A. 2 cách. **B.** 3 cách. **C.** 5 cách. **D.** 6 cách.
- Câu 2.** Từ Hà Nội bay vào Đà Nẵng có các chuyến bay trực tiếp của ba hãng máy bay. Hãng thứ nhất cung cấp 4 chuyến bay mỗi ngày. Hãng thứ hai cung cấp 3 chuyến bay mỗi ngày. Hãng thứ ba cung cấp 1 chuyến bay mỗi ngày. Hỏi mỗi ngày có bao nhiêu cách bay trực tiếp từ Hà Nội vào Đà Nẵng?
A. 3 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 16 cách.
- Câu 3.** Lớp 10^A có 21 bạn nam và 18 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?
A. 168 cách. **B.** 29 cách. **C.** 39 cách. **D.** 158 cách.
- Câu 4.** Một quán ăn phục vụ 5 món ăn vặt và 2 loại nước uống. Hỏi bạn Mai có bao nhiêu cách để gọi một món ăn và một loại nước uống?
A. 5 cách. **B.** 7 cách. **C.** 10 cách. **D.** 3 cách.
- Câu 5.** Ví dụ nào sau đây là một ví dụ về hoán vị?
A. Số cách xếp hàng theo hàng dọc của 10 bạn.
B. Số cách chia 10 bạn vào hai nhóm.
C. Số cách chọn ra 4 bạn trong nhóm 10 bạn.
D. Số cách xếp hàng của 5 bạn trong nhóm 10 bạn.
- Câu 6.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?
A. A_{10}^2 . **B.** C_{10}^2 . **C.** 10^2 . **D.** 2^{10} .
- Câu 7.** Có 5 con ngựa chạy đua. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra? Biết rằng không có hai con ngựa nào về đích cùng lúc.
A. $2!$. **B.** $5!$. **C.** C_5^2 . **D.** A_5^2 .
- Câu 8.** Đội tuyển toán có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Giáo viên phải chọn ra một nhóm bốn bạn. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?
A. $\frac{12!}{4!}$. **B.** $12!$. **C.** C_{12}^4 . **D.** A_{12}^4 .
- Câu 9.** Một lớp có 34 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 10 học sinh để tham gia hoạt động trồng cây của trường?
A. A_{34}^{10} . **B.** C_{34}^{10} . **C.** $\frac{34!}{10!}$. **D.** $\frac{10!}{(34-10)!}$.
- Câu 10.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lập được số có ba chữ số khác nhau từ các chữ số thuộc tập hợp A ?
A. C_7^3 . **B.** C_7^4 . **C.** A_7^3 . **D.** A_7^4 .
- Câu 11.** Số cách chia 10 học sinh thành ba nhóm lần lượt có 2, 3, 5 học sinh là:
A. $C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^5$. **B.** $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$.
C. $C_{10}^2 + C_8^3 + C_5^5$. **D.** $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$.
- Câu 12.** Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?
A. $5! \cdot 7!$. **B.** $2 \cdot 5! \cdot 7!$. **C.** $5! \cdot 8!$. **D.** $12!$.
- Câu 13.** Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

- A. $(8;18)$. B. $(-8;-18)$. C. $(-8;18)$. D. $(8;-18)$.

Câu 25. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho $\vec{a} = (1;2), \vec{b} = (3;-3)$. Toạ độ của vector $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $(-3;12)$. B. $(3;12)$. C. $(9;0)$. D. $(-3;0)$.

Câu 26. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;2), B(2;-2), C(3;1)$. Toạ độ của vector $\vec{AB} + \vec{BC}$ là:

- A. $(-4;-1)$. B. $(4;-1)$. C. $(-4;1)$. D. $(4;1)$.

Câu 27. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;2), B(0;-2), C(3;3)$. Toạ độ của vector $2\vec{AB} - 4\vec{BC}$ là:

- A. $(14;12)$. B. $(-10;-28)$. C. $(-14;-12)$. D. $(10;28)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cặp vector nào sau đây có cùng phương?

- A. $\vec{a} = \left(-\frac{2}{3}; 2\right)$ và $\vec{b} = (2;-6)$. B. $\vec{u} = (2;1)$ và $\vec{v} = (2;-6)$.
C. $\vec{c} = (\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ và $\vec{d} = (2;2)$. D. $\vec{e} = (1;-1)$ và $\vec{f} = (3;3)$.

Câu 29. Một đường thẳng có bao nhiêu vector pháp tuyến?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 30. Một vector pháp tuyến của đường thẳng $\Delta: y = 2x + 1$ là:

- A. $\vec{n}_\Delta(2;-1)$. B. $\vec{n}_\Delta(1;-1)$. C. $\vec{n}_\Delta(-2;-1)$. D. $\vec{n}_\Delta(1;1)$.

Câu 31. Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta(12;-13)$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của Δ ?

- A. $\vec{n}_\Delta(-13;12)$. B. $\vec{n}_\Delta(12;13)$. C. $\vec{n}_\Delta(13;12)$. D. $\vec{n}_\Delta(-12;-13)$.

Câu 32. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(a;b)$ là:

- A. $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$. B. $b(x-x_0) - a(y-y_0) = 0$.
C. $a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$. D. $a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$.

Câu 33. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$, $\Delta_2: 3x - y + 7 = 0$. Nhận định nào sau đây là đúng?

- A. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.
B. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
C. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.
D. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Câu 34. Người ta quy ước góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau là:

- A. 180° . B. 120° . C. 90° . D. 0° .

Câu 35. Cho α là góc tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 2x - 3y + 5 = 0$ và $\Delta_2: 3x + y - 14 = 0$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

A. $\frac{-3}{130}$

B. $\frac{3}{\sqrt{130}}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{130}$

D. $\frac{-3}{\sqrt{130}}$

II. Tự luận

Câu 1. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A , 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C , cần chọn ra 15 học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho:

- Số học sinh mỗi khối là bằng nhau?
- Có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C ?

Câu 2. Cho biểu thức $Q = (xy - 1)^5$.

- Viết khai triển biểu thức Q bằng nhị thức Newton.
- Tìm số hạng có chứa x^2y^2 trong khai triển trên.

Câu 3. Cho các vector $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$.

- Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.
- Biểu diễn vector $\vec{c}$ theo cặp vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC với $A(-1; -2)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x - y + 4 = 0$.

- Viết phương trình đường cao AH của tam giác.
- Viết phương trình đường trung bình ứng với cạnh đáy BC của tam giác.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1D	2B	3C	4C	5A	6B	7B	8C	9B	10C	11B	12C	13A	14B	15B
16D	17D	18A	19A	20C	21A	22B	23_	24C	25A	26B	27B	28A	29D	30A
31C	32D	33D	34D	35B										

1. Trắc nghiệm

Câu 1. Nam muốn tô màu cho một hình vuông và một hình tròn. Biết rằng chỉ có thể tô màu xanh, màu đỏ hoặc màu vàng cho hình vuông, và chỉ có thể tô màu hồng hoặc màu tím cho hình tròn. Hỏi Nam có bao nhiêu cách tô màu cho hai hình?

- A.** 2 cách. **B.** 3 cách. **C.** 5 cách. **D.** 6 cách.

Câu 2. Từ Hà Nội bay vào Đà Nẵng có các chuyến bay trực tiếp của ba hãng máy bay. Hãng thứ nhất cung cấp 4 chuyến bay mỗi ngày. Hãng thứ hai cung cấp 3 chuyến bay mỗi ngày. Hãng thứ ba cung cấp 1 chuyến bay mỗi ngày. Hỏi mỗi ngày có bao nhiêu cách bay trực tiếp từ Hà Nội vào Đà Nẵng?

- A.** 3 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 16 cách.

Câu 3. Lớp 10 A có 21 bạn nam và 18 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

- A.** 168 cách. **B.** 29 cách. **C.** 39 cách. **D.** 158 cách.

Câu 4. Một quán ăn phục vụ 5 món ăn vặt và 2 loại nước uống. Hỏi bạn Mai có bao nhiêu cách để gọi một món ăn và một loại nước uống?

- A.** 5 cách. **B.** 7 cách. **C.** 10 cách. **D.** 3 cách.

Câu 5. Ví dụ nào sau đây là một ví dụ về hoán vị?

- Số cách xếp hàng theo hàng dọc của 10 bạn.
- Số cách chia 10 bạn vào hai nhóm.
- Số cách chọn ra 4 bạn trong nhóm 10 bạn.
- Số cách xếp hàng của 5 bạn trong nhóm 10 bạn.

- Câu 6.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?
A. A_{10}^2 . **B.** C_{10}^2 . **C.** 10^2 . **D.** 2^{10} .
- Câu 7.** Có 5 con ngựa chạy đua. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra? Biết rằng không có hai con ngựa nào về đích cùng lúc.
A. $2!$. **B.** $5!$. **C.** C_5^2 . **D.** A_5^2 .
- Câu 8.** Đội tuyển toán có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Giáo viên phải chọn ra một nhóm bốn bạn. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?
A. $\frac{12!}{4!}$. **B.** $12!$. **C.** C_{12}^4 . **D.** A_{12}^4 .
- Câu 9.** Một lớp có 34 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 10 học sinh để tham gia hoạt động trồng cây của trường?
A. A_{34}^{10} . **B.** C_{34}^{10} . **C.** $\frac{34!}{10!}$. **D.** $\frac{10!}{(34-10)!}$.
- Câu 10.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lập được số có ba chữ số khác nhau từ các chữ số thuộc tập hợp A ?
A. C_7^3 . **B.** C_7^4 . **C.** A_7^3 . **D.** A_7^4 .
- Câu 11.** Số cách chia 10 học sinh thành ba nhóm lần lượt có 2, 3, 5 học sinh là:
A. $C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^5$. **B.** $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$.
C. $C_{10}^2 + C_8^3 + C_5^5$. **D.** $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$.

Lời giải

Chọn **B** .

Chọn 2 trong 10 học sinh vào nhóm thứ nhất: có C_{10}^2 cách.

Chọn 3 trong 8 học sinh còn lại vào nhóm thứ hai: có C_8^3 cách.

Chọn 5 trong 5 học sinh cuối cùng vào nhóm thứ ba: có C_5^5 cách.

Vậy có $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$ cách chọn thỏa mãn đề bài.

- Câu 12.** Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5!.7!$. **B.** $2.5!.7!$. **C.** $5!.8!$. **D.** $12!$.

Lời giải

Chọn **C**

Sắp xếp 5 quyển Văn chung một nhóm ngang (nhóm V) : có $5!$ cách.

Sắp xếp 7 quyển Toán với V (ta xem như sắp xếp 8 phần tử): có $8!$ cách. Vậy có tất cả $5!.8!$ cách sắp xếp thỏa mãn đề bài.

- Câu 13.** Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

A. $\frac{5!}{2!}$. **B.** 8. **C.** $\frac{5!}{3!2!}$. **D.** 5^3 .

Lời giải

Chọn **A**

Chọn 3 trong 5 màu để tô vào 3 nước khác nhau: có $A_5^3 = \frac{5!}{2!}$ cách.

- Câu 14.** Trong mặt phẳng cho 2010 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 2010 điểm đã cho?
A. 4039137. **B.** 4038090. **C.** 4167114. **D.** 167541284.

Lời giải

Chọn B

Số vector thỏa mãn là $A_{2010}^2 = 4038090$.

- Câu 15.** Khai triển của $(x+1)^4$ là:
A. $x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$.
C. $x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 5x + 1$. **D.** $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$.
- Câu 16.** Hệ số của x^3 trong khai triển của $(2x+1)^4$ là:
A. 4. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 32.
- Câu 17.** Tổng các hệ số trong khai triển của $(x+2)^4$ là:
A. 14. **B.** 16. **C.** 79. **D.** 81.
- Câu 18.** Hệ số của x^2 trong khai triển của $(2x-3)^4$ là:
A. 216. **B.** 16. **C.** -16. **D.** -216.
- Câu 19.** Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.
A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Chọn A Ta có:

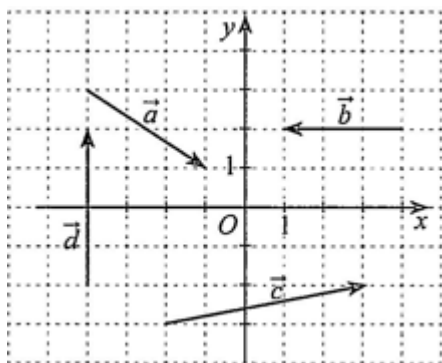
$$(1-2x)^n = C_n^0 1^n (-2x)^0 + C_n^1 n^{n-1} (-2x) + C_n^2 n^{n-2} (-2x)^2 + \dots = 1 - 2C_n^1 x + 4C_n^2 x^2 + \dots$$

Vậy $a_0 = 1; a_1 = -2C_n^1; a_2 = 4C_n^2$. Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 31$ nên ta có:

$$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 31 \Leftrightarrow 1 - 2 \frac{n!}{1!(n-1)!} + 4 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 31 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 31$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 30 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = 5. \text{ Từ đó ta có } a_4 = C_5^4 (-2)^4 = 80.$$

- Câu 20.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của vector $2\vec{i} - 7\vec{j}$ là:
A. $(2; 7)$. **B.** $(-2; 7)$. **C.** $(2; -7)$. **D.** $(-7; 2)$.
- Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -2)$. Tọa độ của vector $\vec{OA}$ là:
A. $(3; -2)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(-2; 3)$. **D.** $(2; -3)$.
- Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-3; 2), B(5; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{AB}$ là:
A. $(2; 1)$. **B.** $(8; -3)$. **C.** $(-8; 3)$. **D.** $(-2; -1)$.
- Câu 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ được vẽ ở hình bên. Ta có các khẳng định sau:



a) $\vec{a} = (2; -3)$;

b) $\vec{b} = (-3; 0)$;

c) $\vec{c} = (5; 1)$;

d) $\vec{d} = (4; 0)$.

Số khẳng định đúng là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; -3), \vec{b} = (-2; 5)$. Tọa độ của vector $-\vec{a} + 3\vec{b}$ là:

A. $(8; 18)$.

B. $(-8; -18)$.

C. $(-8; 18)$.

D. $(8; -18)$.

Lời giải

Ta có: $-\vec{a} = (-2; 3)$ và $3\vec{b} = (-6; 15)$. Suy ra $-\vec{a} + 3\vec{b} = (-8; 18)$. **Chọn C.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (3; -3)$. Tọa độ của vector $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

A. $(-3; 12)$.

B. $(3; 12)$.

C. $(9; 0)$.

D. $(-3; 0)$.

Lời giải

Ta có: $3\vec{a} = (3; 6)$ và $-2\vec{b} = (-6; 6)$. Suy ra $3\vec{a} - 2\vec{b} = (-3; 12)$. **Chọn A.**

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 2), B(2; -2), C(3; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{AB} + \vec{BC}$ là:

A. $(-4; -1)$.

B. $(4; -1)$.

C. $(-4; 1)$.

D. $(4; 1)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} = (4; -1)$. **Chọn B.**

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 2), B(0; -2), C(3; 3)$. Tọa độ của vector $2\vec{AB} - 4\vec{BC}$ là:

A. $(14; 12)$.

B. $(-10; -28)$.

C. $(-14; -12)$.

D. $(10; 28)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (1; -4) \Rightarrow 2\vec{AB} = (2; -8)$. $\vec{BC} = (3; 5) \Rightarrow 4\vec{BC} = (12; 20)$.

Suy ra $2\vec{AB} - 4\vec{BC} = (-10; -28)$. **Chọn B.**

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cặp vector nào sau đây có cùng phương?

A. $\vec{a} = \left(-\frac{2}{3}; 2\right)$ và $\vec{b} = (2; -6)$.

B. $\vec{u} = (2; 1)$ và $\vec{v} = (2; -6)$.

C. $\vec{c} = (\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ và $\vec{d} = (2; 2)$.

D. $\vec{e} = (1; -1)$ và $\vec{f} = (3; 3)$.

Câu 29. Một đường thẳng có bao nhiêu vector pháp tuyến?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 30. Một vector pháp tuyến của đường thẳng $\Delta: y = 2x + 1$ là:

- A. $\vec{n}_\Delta(2; -1)$. B. $\vec{n}_\Delta(1; -1)$. C. $\vec{n}_\Delta(-2; -1)$. D. $\vec{n}_\Delta(1; 1)$.

Câu 31. Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta(12; -13)$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của Δ ?

- A. $\vec{n}_\Delta(-13; 12)$. B. $\vec{n}_\Delta(12; 13)$. C. $\vec{n}_\Delta(13; 12)$. D. $\vec{n}_\Delta(-12; -13)$.

Câu 32. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(a; b)$ là:

- A. $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$. B. $b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0$.
C. $a(x + x_0) + b(y + y_0) = 0$. D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$.

Câu 33. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$, $\Delta_2: 3x - y + 7 = 0$. Nhận định nào sau đây là đúng?

- A. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.
B. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
C. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.
D. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Câu 34. Người ta quy ước góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau là:

- A. 180° . B. 120° . C. 90° . D. 0° .

Câu 35. Cho α là góc tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 2x - 3y + 5 = 0$ và $\Delta_2: 3x + y - 14 = 0$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

- A. $\frac{-3}{130}$. B. $\frac{3}{\sqrt{130}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{130}$. D. $\frac{-3}{\sqrt{130}}$.

2. Tự luận

Câu 1. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho:

- a) Số học sinh mỗi khối là bằng nhau?
b) Có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C ?

Lời giải:

a) Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A, B, C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

b) Ta sử dụng quy tắc loại trừ như Lời giải sau:

Xét bài toán 1: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{25}^{13}$ cách.

Xét bài toán 2: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

- Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối $C, 10$ học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.
- Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối $C, 9$ học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^9 C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_5^2 C_{25}^{13} - C_{10}^{10} C_{15}^3 - C_{10}^9 C_{15}^4 = 51861950$ (cách).

Câu 2. Cho biểu thức $Q = (xy - 1)^5$.

a) Viết khai triển biểu thức Q bằng nhị thức Newton.

b) Tìm số hạng có chứa $x^2 y^2$ trong khai triển trên.

Lời giải

a) Ta có: $Q = (xy - 1)^5 = C_5^0 (xy)^5 + C_5^1 (xy)^4 (-1) + C_5^2 (xy)^3 (-1)^2 + C_5^3 (xy)^2 (-1)^3 + C_5^4 (xy) (-1)^4 + C_5^5 (-1)^5$
 $= x^5 y^5 - 5x^4 y^4 + 10x^3 y^3 - 10x^2 y^2 + 5xy - 1.$

b) Số hạng có chứa $x^2 y^2$ trong khai triển là $-10x^2 y^2$.

Câu 3. Cho các vector $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.

b) Biểu diễn vector $\vec{c}$ theo cặp vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có:
$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; 0) \\ -3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \\ 5\vec{c} = (20; -30) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$$

b) Gọi: $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:
$$\begin{cases} 4 = x \cdot 2 + y(-1) \\ -6 = x \cdot 0 + y \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases} \text{ Vậy } \vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}.$$

Câu 4. Cho tam giác ABC với $A(-1; -2)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x - y + 4 = 0$.

a) Viết phương trình đường cao AH của tam giác.

b) Viết phương trình đường trung bình ứng với cạnh đáy BC của tam giác.

Lời giải

a) Đường cao AH vuông góc với BC nên nhận $\vec{u} = (1; -1)$ làm vector chỉ phương, suy ra AH có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1)$.

Phương trình tổng quát $AH: 1(x+1) + 1(y+2) = 0$ hay $x + y + 3 = 0$.

b) Chọn điểm $K(0; 4)$ thuộc BC , gọi E là trung điểm đoạn AK nên $E\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. Gọi d là đường trung bình ứng với cạnh đáy BC của tam giác ABC , suy ra d qua E và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1)$.

Phương trình tổng quát $d : 1\left(x + \frac{1}{2}\right) - 1(y - 1) = 0$ hay $2x - 2y + 3 = 0$.