

מתכונת 1 – עירוני ב מודיעין

סוג הבחינה: מתכונת 1

2/04/2022, משך הבחינה: שעתיים וארבעים

השאלון: 035582

השאלות

**עליך לענות על שלוש שאלות מתוך חמש כאשר חובה לענות לפחות
על שאלה אחת מפרק 2**

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים**

1.

נתונה המשוואה $1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16}$, a הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. עבור אילו ערכים של a המשוואה מייצגת אליפסה, נמקו את תשובתכם.

אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16}$ חותכת את הקרן השלילית של ציר ה- y בנקודה A.

F_1 הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- F_2 הוא המוקד השמאלי. הישר AF_1 יוצר עם הקרן החיובי של ה- X זווית של 26.566° .

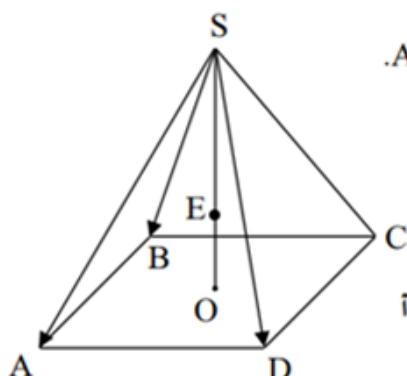
ב. מצאו את משוואת האליפסה.

ג. מצאו את משוואת המקום הגיאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים מהמוקד F_1 ומן הישר שעובר דרך המוקד F_2 ומקביל לציר ה- y , נמקו.

ד. נקודה B ששיעור ה- x שלה הוא t נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף ג' ברביע הראשון.

המשיק למקום הגיאומטרי דרך הנקודה B חותך את ציר ה- x בנקודה C. הביעו את שטח המשולש BCF_1 באמצעות t .

2.



הקטע SO הוא הגובה בפירמידה הישרה SABCD שבסיסה הריבוע ABCD.

נסמן: $\overrightarrow{SA} = \underline{w}$ ו- $\overrightarrow{SD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{u}$.

א. הבע באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הוקטור $\overrightarrow{SC}$.

ב. נתון: $\angle ASD = \angle ASB = 60^\circ$. חשב את הזווית $\angle ASC$.

ג. נתון שהנקודה O נמצאת בראשית הצירים והנקודה S נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-z. הקטע BC מקביל לציר ה-y והקטע CD מקביל לציר ה-x.

נתון: $D(2, 2, 0)$. הנקודה E נמצאת על SO כך ש: $\sqrt{2} \cdot EO = SO$. מצא את:

1. שיעורי הנקודות A, B ו-E.

2. משוואת המישור שעליו מונח המשולש ABE.

3. האם המישור שמצאת בסעיף 2 מקביל לאחד הצירים. נמק לאיזה ציר.

4. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישרים AE ו-DC. מה המצב ההדדי בין הישרים?

3.

נתונה המשוואה: $(z + a)^4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

a – פרמטר מרוכב.

סכום כל הפתרונות המשוואה הוא $-10 - 2\sqrt{3}i$

1. חשב את a

2. הפתרון הממשי של המשוואה הוא קדקוד הזווית הישרה של משולש ישר זווית, החסום במעגל קנוני במישור של גאוס. אחת הזוויות של המשולש היא בת 30° .

מצא שני קודקודים האחרים של המשולש (הבחן בין שני מקרים).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4.

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x + m + 2}{e^{2x} + m}$

א. מצא עבור איזה ערך **יחיד** של m , יהיה למשוואה $f'(x) = 0$ פתרון יחיד.

ב. **הצב $m = -4$**

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

2. קבע האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

3. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

4. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. מצא עבור אילו ערכי k שלמים, למשוואה $f(x) = 2^k$ אין פתרונות.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$

1. לפניך שלושה ביטויים. קבע מי מהשלושה הגדול ביותר בערכו עבור n טבעי. נמק את תשובתך.

$$\text{i. } \int_{n+4}^{n+5} f(x) dx \quad \text{ii. } \int_{n+3}^{n+4} g(x) dx \quad \text{iii. } \int_{n+4}^{n+5} g(x) dx$$

2. קבע האם הביטוי הגדול ביותר בערכו, הוא גדול מ-1, שווה ל-1, קטן מ-1 או שלא ניתן לקבוע. נמק את תשובתך.

5.

נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x) + \ln(a - x)$, $a > 0$.

א. בהתייחס לפונקציה הנתונה:

(1) בטאו את תחום ההגדרה של הפונקציה באמצעות a .

(2) האם הפונקציה $g(x) = \ln(ax - x^2)$ זהה לפונקציה $f(x)$.

(3) בטאו באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקיבעו את סוגה.

(4) עבור אילו ערכי a נמצאת נקודת הקיצון מעל ציר ה- x .

ב. הציבו $a = 4$ וענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (השאר 2 ספרות אחרי הנקודה)

(3) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מגדירים פונקציה $s(t)$ המקיימת $s(t) = \int_1^t \frac{f'(x)}{f(x)} dx$, $1 \leq t \leq 3$.

(1) חשבו את $s(2)$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של $s(t)$.

בהצלחה !!!