

Тема: Конус, його елементи. Розв'язування задач

Посилання

на

підручник:

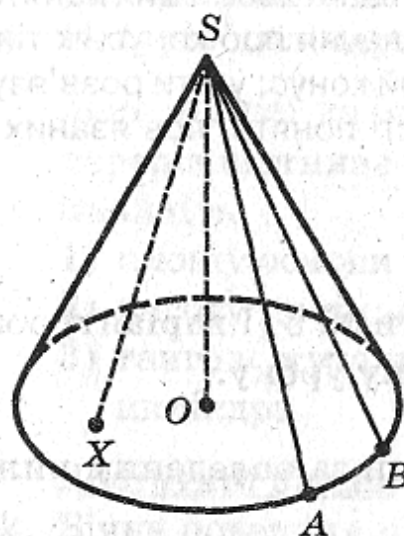
<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Конус в перекладі з грецької “kons” означає “соснова шишка”. З конусом людина знайома з давніх - давнин. В 1906 році була знайдена книга Архімеда, в якій ще в III ст. до н. е. подається розв'язок задач на обчислення об'ємів загальної частини циліндрів, які перетинаються. Завдяки цим задачам давньогрецький філософ, математик Демокрит отримав формулу для обчислення об'ємів піраміди і конуса.



КОНУС



Означення. *Конусом* (круговим конусом) називається тіло, яке складається з круга, точки, яка не лежить у площині цього круга, і всіх відрізків, що сполучають задану точку з точками круга.

Круг — основа конуса.

Точка S — вершина конуса.

Відрізки, що сполучають вершину конуса з точками кола основи, — **твірні**.

SA, SB — твірні конуса.

Конус називається **прямим**, якщо $SO \perp$ пл. AOB (O — центр круга основи).

Властивості

1. Твірні конуса рівні.

$$SA = SB = \dots$$

2. $H_{\text{кон}} = SO$ ($SO \perp$ пл. AOB)

3. При обертанні прямокутного трикутника навколо його катета як осі утворюється конус.

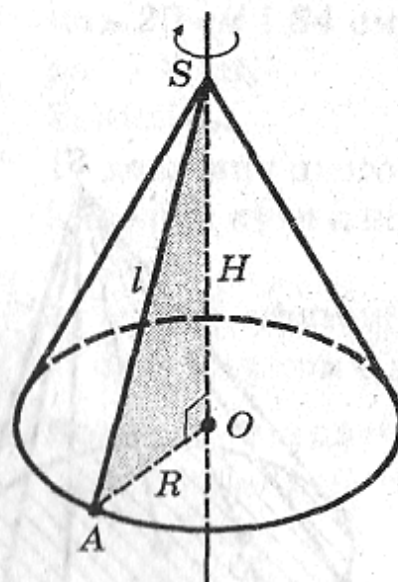
$\triangle AOS$ — прямокутний, $\angle AOS = 90^\circ$

Пряма SO — вісь конуса

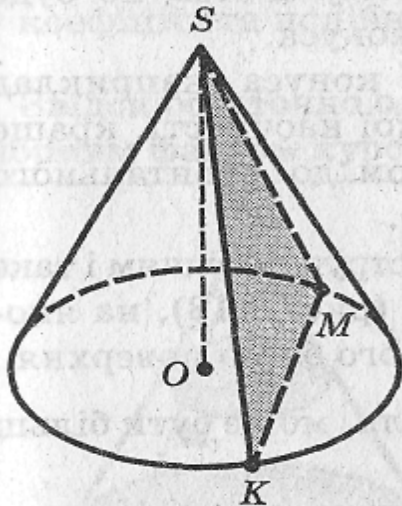
$$R_{\text{кон}} = AO$$

$$H_{\text{кон}} = SO$$

AS — твірна, $AS = l$



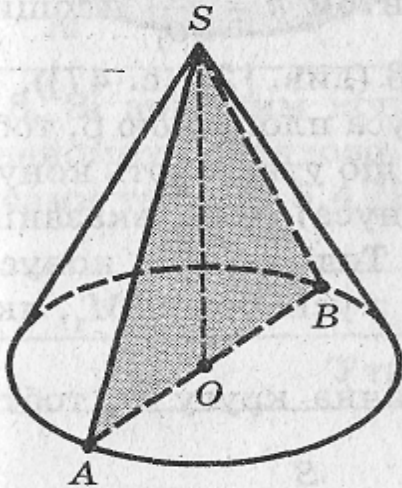
Переріз конуса площиною, що проходить через його вершину



$\triangle SMK$ — рівнобедрений

$SM = SK$ (SM і SK — твірні конуса)

Осьовий переріз конуса

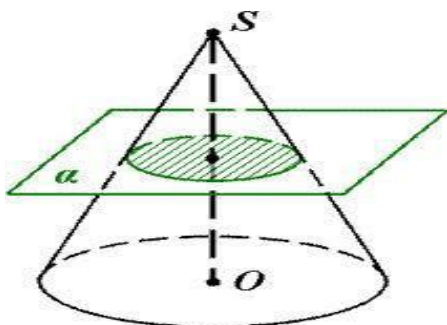


$\triangle SAB$ — осьовий переріз
(переріз, який проходить через вісь SO)

$\triangle SAB$ — рівнобедрений

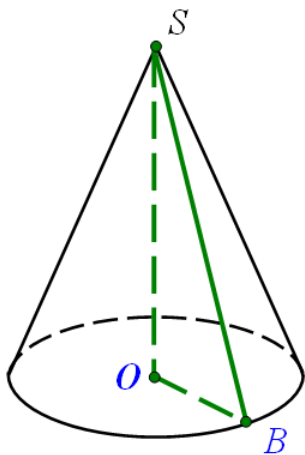
$SA = SB$ (SA і SB — твірні конуса)

Переріз конуса площиною, яка проходить паралельно площині основи конуса



Переріз конуса площиною, яка проходить паралельно площині основи конуса, перетинає конус по колу, а бічну поверхню — по колу з центром на осі конуса.

Приклади задач



№1. Кут між висотою і твірною конуса 60° , висота конуса – H . Знайти площу перерізу, проведеного через дві взаємно перпендикулярні твірні.

Розв'язання.

Нехай кут між висотою і твірною конуса $\angle OSB = 60^\circ$, висота $SO = H$.

Нехай існують дві взаємно перпендикулярні твірні, тоді площа цього перерізу буде знаходитись як півдобуток твірних.

$$\Delta OSB, \quad SB = \frac{SO}{\cos 60^\circ}; \quad SB = \frac{H}{1/2} = 2H$$

Отже,
$$S = \frac{1}{2}(2H)^2 = 2H^2$$

Відповідь: $2H^2$.

№2. В конусі проведено два перерізи, паралельні основі, які ділять висоту конуса на три рівні частини. Знайти відношення їх площ.

Розв'язання.

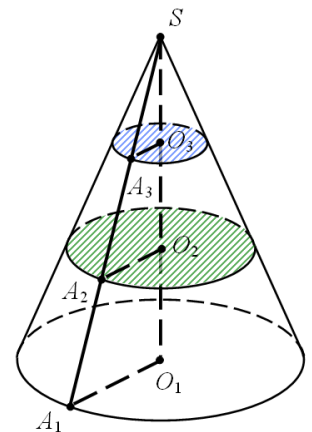
Проведемо два перерізи в конусі, паралельно основі, причому так, що центри цих кіл O_2 і O_3 ділять висоту конуса на три рівні частини. Тоді радіус круга з центром O_2 дорівнює

$$A_2O_2 = \frac{2}{3}A_1O_1,$$

а радіус круга з центром O_3 – $A_3O_3 = \frac{1}{3}A_1O_1$ (Це випливає з подібності трикутників A_1SO_1 ; A_2SO_2 ; A_3SO_3).

Тоді, позначивши площі перерізів S_2 і S_3 , маємо

$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{\pi A_2O_2^2}{\pi A_3O_3^2} = \frac{A_2O_2^2}{A_3O_3^2} = \frac{\frac{4}{9}A_1O_1^2}{\frac{1}{9}A_1O_1^2} = \frac{4}{1}; \quad \text{або} \quad \frac{S_3}{S_2} = \frac{1}{4}.$$



Відповідь: $\frac{1}{4}$ або $\frac{4}{1}$.

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал: §5, п. 20.
2. Законспектувати основні означення, формули, виконати малюнки.
3. Виконати письмово вправи: 20.1-20.8.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.slideshare.net/hadiachosvita/ss-46491346>

<https://www.youtube.com/watch?v=knJkefRddGI>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .
