

(الفرض الثاني في مادة الرياضيات)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(C) هو المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+2)(x-1)^2$

(2) أ- من أجل كل عدد حقيقي x ، أحسب $f'(x)$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f على R .

د- شكل جدول تغيرات الدالة f على R (يطلب حساب النهايات)

(3) أ- حل في R المعادلة : $f(x) = 0$.

ب- استنتج نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

(4) أنقل الجدول التالي ، ثم أتممه :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	.	.	.	.	.	.

(5) أرسم تمثيلا بيانيا للمنحنى على المجال $[-3, 2]$.

(6) بقراءة بيانية :

أ- عين عدد حلول المعادلة : $f(x) = 2$

ب- حل في $[-3, 2]$ ، المتراجحة : $f(x) \geq 0$.

بالتوفيق

عن أستاذ المادة



بالتوفيق

عن أستاذ المادة

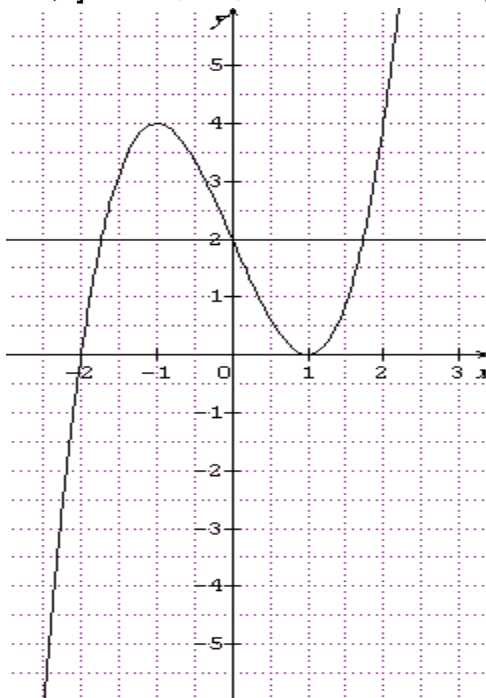


ب-استنتاج أن المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين :

مما سبق، نجد: $(C) \cap (xx') = \{(0,1), (-2,0)\}$ (4)

x	-2.5	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-5.5	0	4	2	0	4

(5) رسم تمثيلا بيانيا للـمنحنى على المجال $[-2.5, 2]$:



(6) أ- تعيين عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$:
بقراءة بيانية : نلاحظ أن المنحنى يقطع المستقيم

ذو المعادلة: $y = 2$ في ثلاث نقط .

اذن: المعادلة $f(x) = 2$ تقبل ثلاث حلول:

x_0, x_1, x_2 تمثل فواصل هذه النقط .
ولحصر هذه الحلول ، من البيان ، نجد أن :
 $-2 \leq x_0 \leq -1.5$ ، $x_1 = 0$ ، $1.5 \leq x_2 \leq 2$

ب- حل المتراجحة : $f(x) \leq 0$.

تكون $f(x) \leq 0$ اذا كان المنحنى تحت محور الفواصل ، أي أن الحلول هي : $[-2.5, -2]$.

1-التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : لدينا :

$$\begin{aligned}(x+2)(x-1)^2 &= (x+2)(x^2 - 2x + 1) \\ &= x(x+2) + 2(x^2 - 2x + 1) \\ &= x^3 + 2x + 2x^2 - 4x + 2 \\ &= x^3 - 3x + 2 = f(x)\end{aligned}$$

اذن : $f(x) = (x+2)(x-1)^2$

(2) أ-حساب $f'(x)$:

من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x^2 - 3$

ب- لدينا : $f'(x) = 0$ يكافئ : $3x^2 - 3 = 0$

يكافئ : $3(x^2 - 1) = 0$

أي : $x^2 - 1 = 0$ ومنه $(x = 1)$ أو $(x = -1)$

قيم x	$\infty +$	$1 +$	$1 -$	$\infty -$
إشارة $f'(x)$	+	-	-	+

ج- اتجاه تغير الدالة: الدالة متزايدة تماما على كل
من $]-1, -\infty[$ و $]1, +\infty[$ ، و متناقصة تماما
على المجال $]1, -1[$.

د- جدول التغيرات :

قيم x	$\infty +$	$1 +$	$1 -$	$\infty -$
$f'(x)$	+	-	-	+
$f(x)$		↘	↗	
			4	0

(3) أ- حل في R ، المعادلة : $f(x) = 0$:

$f(x) = 0$ يكافئ : $(x+2)(x-1)^2 = 0$

يكافئ : $x+2 = 0$ □ □ $(x-1)^2 = 0$

يكافئ : $x+2 = 0$ □ □ $(x-1) = 0$

يكافئ : $(x = -2)$ أو $(x = 1)$

اذن: حلول المعادلة $f(x) = 0$ في R هي: $\{-2, 1\}$