

9. Уравнения с одной переменной

МАТЕРИАЛ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

Уравнение - это математическое утверждение, записанное в виде равенства двух выражений с переменными, которое истинно при одних значениях переменных и ложно при других их значениях.

Значение переменной, обращающее уравнение в истинное равенство, называется **корнем уравнения**.

Решить уравнение - значит найти множество его корней или доказать, что их нет.

Уравнение с одной переменной - равенство, в котором одна из букв является неизвестной.

Равносильные уравнения имеют одни и те же корни или не имеют корней.

Линейным уравнением с одним неизвестным называется уравнение вида $ax=b$, где x - неизвестное, а a и b - данные числа.

$$ax=b$$

$a \neq 0$	$a=0, b=0$	$a=0, b \neq 0$
$x = b:a$	$x \in R$	Нет корней

УПРАЖНЕНИЯ

1. Укажите уравнение, которое является линейным:

а) 1) $5x-1=8$; 2) $4x^2-6=0$; 3) $0,5x-12x^2=0$.

б) 1) $2x+0,3x^2=6$; 2) $5x+2-1=8$; 3) $12x^2=10$.

Решение:

а) 1) $5x-1=8$.

2. Является ли число:

а) 0,1 корнем уравнения $13x+0,5=0,6$;

б) 0,08 корнем уравнения $5x+0,8=1,2$?

Решение:

а) Подставим 0,1 в уравнение вместо x : $13 \cdot 0,1 + 0,5 = 1,3 + 0,5 = 1,8$, результата не равен 0,6, следовательно 0,1 не является корнем уравнения.

Ответ: нет

3. Решите уравнение:

а) $12 - 4x = 1,2$; б) $5x + 1,8 = 4,3$.

Решение:

а) $12 - 4x = 1,2$;

$-4x = 1,2 - 12$;

$-4x = -10,8$;

$x = -10,8 : (-4)$;

$x = 2,7$.

Ответ: 2,7.

4. Решите уравнение:

а) $4,2 - (2,1-x) = 5$; б) $-1,2+(x-2,3)=2,6$.

Решение:

а) $4,2 - (2,1-x) = 5$;

$$4,2-2,1+x=5;$$

$$x=5-4,2+2,1;$$

$$x=2,9.$$

Ответ: 2,9.

5. Решите уравнение:

а) $5(x-18)-7x = 21+x$; б) $6(x+11)-7x=73+x$.

Решение:

а) $5(x-18)-7x = 21+x$;

$$5x-5 \cdot 18-7x = 21+x;$$

$$5x-7x-x=21+90;$$

$$-3x=111;$$

$$x=111:(-3);$$

$$x=-37.$$

Ответ: -37.

6. Решите уравнение:

а) $\left(1\frac{2}{7} - \frac{1}{3}x\right) \cdot 21 = 2$; б) $\left(3\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x\right) \cdot 8 = 3$.

Решение:

а) $\left(1\frac{2}{7} - \frac{1}{3}x\right) \cdot 21 = 2$;

$$\left(1\frac{2}{7} - \frac{1}{3}x\right) = \frac{2}{21};$$

$$-\frac{1}{3}x = \frac{2}{21} - 1\frac{2}{7};$$

$$-\frac{1}{3}x = \frac{2}{21} - 1\frac{6}{21};$$

$$-\frac{1}{3}x = -1\frac{4}{21};$$

$$x = -1\frac{4}{21} : \left(-\frac{1}{3}\right);$$

$$x = -\frac{25}{21} \cdot \left(-\frac{3}{1}\right);$$

$$x = \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}.$$

7. Решите уравнение:

а) $\frac{5}{8}a - \frac{3}{4} = 2a - 2\frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{14}a + 12 = \frac{4}{21}a - 7,5$.

Решение:

$$a) \frac{5}{8}a - \frac{3}{4} = 2a - 2\frac{2}{5};$$

$$\frac{25}{40}a - \frac{30}{40} = \frac{80a}{40} - \frac{18}{40};$$

Домножим обе части уравнения на 40:

$$25a - 30 = 80a - 18;$$

$$25a - 80a = -18 + 30;$$

$$-55a = 12;$$

$$a = 12 : (-55);$$

$$a = -12/55.$$

Ответ: $-12/55$.

8. Решите уравнение:

$$a) \frac{4x - 8}{x + 2} = 0; \quad б) \frac{2x - 6}{x - 2} = 0.$$

Решение:

а) Дробь равна 0, если числитель равен нулю, а знаменатель нулю не равен:

$$4x - 8 = 0 \text{ и } x + 2 \neq 0; \quad x = 2 \text{ и } x \neq -2.$$

Ответ: 2

9. Решите уравнение:

$$a) 0,2(x-2) - 0,4(x+3) = 0,4 - 0,6x; \quad б) 0,3(x-4) - 0,7(x+3) = 4,9 - 0,9x.$$

Решение:

а) Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$0,2(x-2) - 0,4(x+3) = 0,4 - 0,6x;$$

$$0,2x - 0,4 - 0,4x - 1,2 = 0,4 - 0,6x;$$

$$0,2x - 0,4x + 0,6x = 0,4 + 0,4 + 1,2;$$

$$0,4x = 2;$$

$$x = 2 : 0,4;$$

$$x = 5.$$

Ответ: 5.

10. Замените уравнение равносильным линейным уравнением вида $ax=b$:

$$a) 6(3x+1)=5(2x-4); \quad б) 4(3x-7)=2(4x-c).$$

Решение:

а) Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$18x + 6 = 10x - 20;$$

$$18x - 10x = -20 - 6;$$

$$8x = 14;$$

$$x = 14 : 8;$$

$$x = 1,75.$$

Ответ: 1,75.

11. В уравнении неизвестное число обозначается буквой x . Определите, какое число обозначается буквой a , учитывая, что:

$$a) 4 \text{ является корнем уравнения } 2x - 6 = 5 + a;$$

$$б) 3 \text{ является корнем уравнения } 2x - 5 = 4 + a.$$

Решение:

а) Подставим в уравнение вместо x число 4:

$$2 \cdot 4 - 6 = 5 + a;$$

$$2 = 5 + a;$$

$$a = -3.$$

Ответ: -3.

12. Решите уравнение:

а) $1,6(1,2 - 4,6x) - 2(1,6x - 8) = -2(x + 1);$

б) $2,5(x - 2) - 6(2,4x + 3,2) = -4(3x - 6).$

Решение:

а) Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$1,92 - 7,36x - 3,2x + 16 = -2x - 2;$$

$$-7,36x - 3,2x + 2x = -2 - 1,92 - 16;$$

$$-8,56x = -19,92;$$

$$x = -19,92 : (-8,56);$$

$$x = 2 \frac{35}{107}.$$

13. Решите уравнение:

а) $2(x + 3) + 3(x + 2) = x - 4(x + 3);$ б) $4(x - 2) = 2(5 + x) = -(x + 2) + 5x.$

Решение:

а) Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$2x + 6 + 3x + 6 = x - 4x - 12;$$

$$2x + 3x - x + 4x = -12 - 12;$$

$$8x = -24;$$

$$x = -3.$$

Ответ: -3.

14. Решите уравнение:

а) $\frac{x - 2}{5} = \frac{2x - 1}{2};$ б) $\frac{3x - 1}{3} = \frac{2 - x}{4}.$

Решение:

а) Домножим обе части уравнения на 10:

15. Решите уравнение:

а) $\frac{1 - 5x}{2} - \frac{9 - x}{3} = 14;$ б) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{4x + 1}{2} - 6 = 0.$

Решение:

а) Домножим обе части уравнения на 6:

$$3 - 15x - 18 + 2x = 84;$$

$$-15x + 2x = 84 - 3 + 18;$$

$$-13x = 99;$$

$$x = -99 / 13.$$

Ответ: $-7 \frac{8}{13}.$

16. Решите уравнение:

а) $\frac{3x + 8}{3} - 5x = \frac{x - 4}{2};$ б) $\frac{7x + 2}{5} + 3x = \frac{11x - 4}{7}$

Решение:

а) Домножим обе части уравнения на 6:

$$6x + 16 - 30x = 3x - 12;$$

$6x - 3x - 30x = -12 - 16;$
 $-27x = -28;$
 $x = 28/27.$
Ответ: $1 \frac{1}{27}.$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Является ли число $a = -12$ корнем уравнения $5x + 60 = 0$?
2. Является ли число 3 корнем уравнения: а) $5(2x - 1) = 8x + 1$; б) $7x - 2 = 4(3x + 1)$?
3. Решите уравнения: а) $4x - 7 = 3,4$; б) $5x - 8 = 4,5$.
4. Решите уравнения: а) $4,8 - 0,3x = 0$; б) $-0,4x + 5,2 = 0$.
5. Решите уравнения: а) $21 - 3(x - 3) = 4x - 5$; б) $28 - 3x = 6(x + 3) - 4x$.
6. Решите уравнения:
а) $0,2(x - 2) - 0,4(x + 3) = 0,4 - 0,6x$; б) $0,3(x - 4) - 0,7(x - 3) = 4,9 - 0,9x$.
7. Решите уравнения:
а) $1,6(25 - 4,5x) - 3(2,6x - 12) = -5(x + 1)$; б) $2,5(3x + 16) - 5(2,2x + 3,4) = -5(2,6 - 0,3x)$.
8. Решите уравнение:
а) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{2x - 1}{3} + 1 = 0$; б) $\frac{1 - 5x}{4} - \frac{x - 3}{5} = 11$.
9. При каком значении x значение дробей $(1,2x - 1)/6$ и $(3 - 0,3x)/2$ являются противоположными числами?
10. При каком значении x значение дроби $(0,5x - 4)/4$ равно удвоенному значению двучлена $0,25x - 1,5$?