

P3 - GEOMETRIA ANALÍTICA

Matemática Cursos Profissionais

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2023/2024



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Geometria Analítica (Matemática Cursos Profissionais)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática Cursos Profissionais

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/pt-br/foto/foto-de-pessoas-olhando-no-laptop-3182750/>

Data:

Lisboa, outubro de 2024



Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação

de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

MÓDULO P3 - Geometria Analítica

Aulas (horas)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
2	Tarefa 1 Batalha naval	Geometria analítica no plano Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no plano Coordenadas de pontos num referencial cartesiano	Identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	- Resolução de problemas, modelação e conexões - Organização do trabalho dos alunos - Tarefas e recursos educativos	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) - Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)
2	Tarefa 2 O azulejo	Geometria analítica no plano Coordenadas de pontos num referencial cartesiano	- Identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. - Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: - Transformados de pontos pela reflexão de eixos paralelos a Ox e a Oy - Transformados de pontos pela meia volta de centro na origem do referencial; - Coordenadas do ponto médio de um segmento de reta.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	- Resolução de problemas, modelação e conexões - Recurso sistemático à tecnologia - Organização do trabalho dos alunos - Práticas enriquecedoras e criatividade	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) - Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) - Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

3	Tarefa 3 Onde está o Wally?	Geometria analítica no plano Conjuntos de pontos e condições	• Identificar, analisar e aplicar na resolução de problemas condições que definem conjuntos de pontos: - semiplanos; - outros conjuntos definidos por conjunções e disjunções em casos simples.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Tarefas e recursos educativos	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
4	Tarefa 4 Palheiros da Costa Nova e “Vila Real de Santo António” - A cidade do Marquês	Geometria analítica no plano Equação reduzida da reta no plano Conjuntos de pontos e condições. Equação reduzida da reta no plano.	• Reconhecer, analisar e aplicar, a equação de uma reta, na resolução de problemas. • Identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. • Identificar, analisar e aplicar na resolução de problemas condições que definem conjuntos de pontos: - semiplanos; - outros conjuntos definidos por conjunções e disjunções em casos simples. • Reconhecer, analisar e aplicar, a equação de uma reta, na resolução de problemas.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia • Comunicação matemática • Tarefas e recursos educativos • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • Desenha, implementa e avalia, com autonomia, estratégias para atingir as metas e desafios que estabelece para si próprio (F) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

2	Tarefa 5 Viagens aéreas	Geometria analítica no espaço Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no espaço Coordenadas de pontos num referencial cartesiano	• Identificar coordenadas de pontos num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. • Desenvolver a capacidade de visualização no espaço tridimensional.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à Tecnologia • Tarefas e recursos educativos	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
2	Tarefa 6 “Planos” com malas de viagem	Geometria analítica no espaço Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no espaço Coordenadas de pontos num referencial cartesiano	• Identificar coordenadas de pontos num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. • Desenvolver a capacidade de visualização no espaço tridimensional. • Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: - equações de planos paralelos aos planos coordenados; - equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Raciocínio e lógica matemática • Práticas enriquecedoras e criatividade • Organização dos trabalhos dos alunos • Tarefas e recursos educativos	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

3	Tarefa 7 Reproduz a obra de arte	Geometria analítica no plano Conjuntos de pontos e condições; Equação reduzida da reta no plano.	• Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados à Geometria num problema contextualizado, desenvolvendo competências de generalização, representação e comunicação matemática.	Trabalho a pares com elaboração de um relatório	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à Tecnologia • Comunicação matemática • Práticas enriquecedoras e criatividade • Tarefas e recursos educativos	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) • Desenha, implementa e avalia, com autonomia, estratégias para atingir as metas e desafios que estabelece para si próprio (F) • Percebe o valor estético das experimentações e criações a partir de intencionalidades artísticas e tecnológicas, mobilizando técnicas e recursos de acordo com diferentes finalidades e contextos socioculturais (H) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
---	---	---	--	---	---	---

Tarefa 1

Batalha Naval

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é recordar o conceito de referencial cartesiano no plano e as coordenadas de pontos. Ao resolver esta tarefa, pretende-se que os alunos identifiquem e marquem coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico, e escolham, também, referenciais adequados às figuras apresentadas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Referencial cartesiano, coordenadas de pontos e teorema de Pitágoras.

Materiais e recursos: Calculadora.

Notas e sugestões:

Num primeiro momento, o professor deve distribuir o enunciado da tarefa e organizar os alunos em pares. De seguida, os alunos devem resolver a tarefa de forma autónoma enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido. Após a questão da batalha naval, o professor deve sistematizar os conceitos de referencial cartesiano no plano, origem, eixo das abscissas, eixo das ordenadas e coordenadas de um ponto no plano. Sugere-se uma pequena avaliação formativa através de um questionário interativo (exemplo: quiz) para consolidação do tema. No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos/trabalhados.

Para consolidação e aprofundamento da temática propõe-se a resolução de exercícios/problemas recorrendo ao uso de referenciais cartesianos.

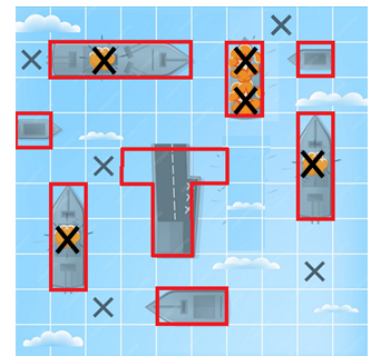


Tarefa 1

Batalha Naval

A Batalha Naval é um jogo no qual dois jogadores jogam alternadamente. Cada jogador tem dois tabuleiros de jogo, duas grelhas de 10X10, uma onde coloca os seus barcos, sem que o adversário tenha conhecimento da sua posição e outra que representa a grelha do adversário. Cada jogador dá tiros na grelha do adversário com o objetivo de descobrir a sua frota para a afundar. Todos os tiros, em cada jogada, devem ser sinalizados nas respectivas grelhas com um X. Quando um jogador atinge um navio do adversário, pode jogar novamente. Ganha o jogador que primeiro destrói toda a frota do seu adversário.

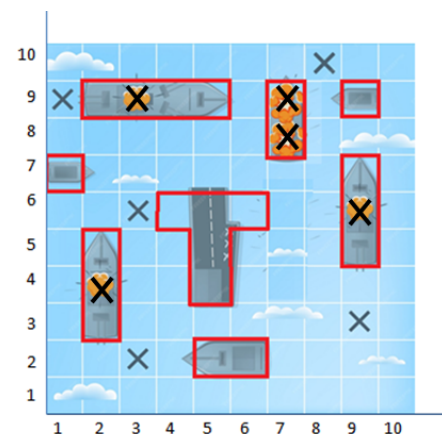
1. Na figura ao lado, podemos encontrar uma grelha de jogo (tabuleiro) com alguns barcos colocados bem como as suas jogadas (tiros dados) assinaladas com X. Como devemos proceder para identificar a localização exata dos tiros já dados? Apresentam-se duas alternativas. Qual será a mais eficiente/eficaz?



Alternativa 1: Localizar os tiros através de uma descrição da imagem;

Alternativa 2: Localizar os tiros com recurso a coordenadas, a partir de referencial previamente colocado.

Observa agora a grelha do jogo à qual foi associado um referencial. Cada célula da grelha pode ser identificada por um par ordenado da forma (a, b) onde a corresponde ao respetivo valor no eixo horizontal e b ao respetivo valor no eixo vertical. A a e a b chamam-se coordenadas.



- 1.1. Escreve as coordenadas dos tiros que não acertaram nos barcos, usualmente designados por “água”.
- 1.2. Escreve as coordenadas dos tiros que atingiram barcos.
- 1.3. Escreve as coordenadas dos tiros que afundaram o barco. O que têm essas coordenadas em comum?
- 1.4. Conheces outras situações em que a utilização de referenciais seja aconselhável? Quais?



2. A imagem apresenta o mapa-mundo onde se fixou um referencial ortonormado. O eixo Ox coincide com o Equador e o eixo Oy com o Meridiano de Greenwich.



Pretende-se descobrir uma palavra secreta, seguindo as seguintes instruções:

Identifica o país onde se localiza cada um dos pontos, com as seguintes coordenadas, e selecciona, do nome desse país, a letra correspondente à posição indicada.

Exemplo:

(4; 4), 3ª letra → O país é a Rússia e a 3ª letra da palavra é o s.

Palavra secreta:

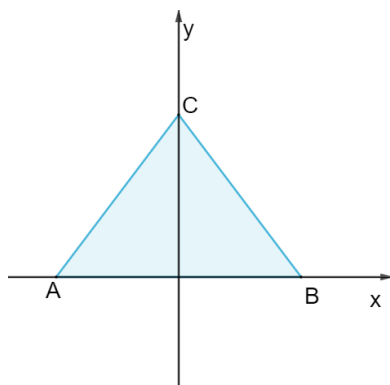
(5; 3) 1ª letra	(-6; 4) 2ª letra	(8; -2) 4ª letra	(-6; 1,5) 2ª letra	(2,5; -1,5) 1ª letra	(8; -2) 6ª letra	(-4; -2,5) 6ª letra	(-3; -1) 5ª letra	(6; 2) 1ª letra	(0; 3) 3ª letra



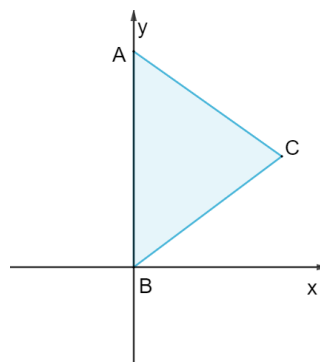
3. Dos triângulos $[ABC]$ representados em cada um dos referenciais, sabe-se que:

- $\overline{AB} = 6$ (unidades de comprimento)
- $\overline{CA} = \overline{CB} = 6$ (unidades de comprimento).

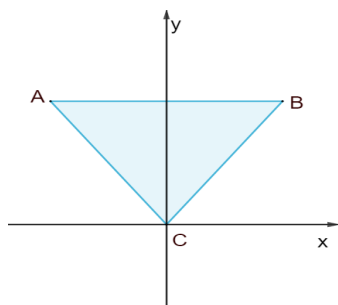
(I)



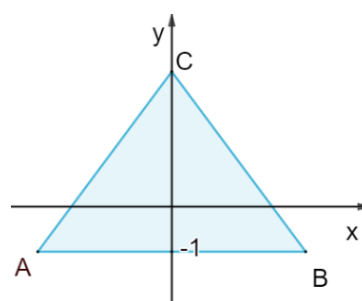
(II)



(III)



(IV)



3.1. Escreve as coordenadas dos vértices do triângulo $[ABC]$, em cada um dos referenciais.

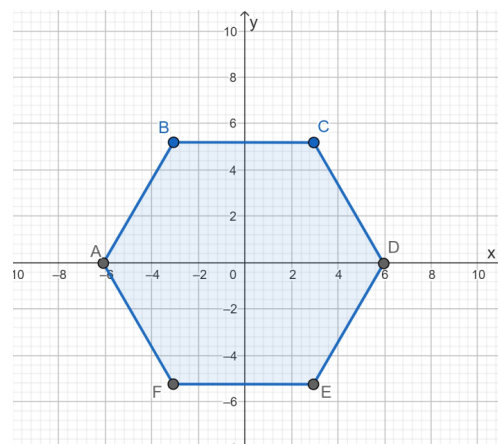
3.2. Em qual dos referenciais é mais simples determinar as coordenadas dos pontos que representam os vértices do triângulo $[ABC]$?

4. Considera um quadrado $[ABCD]$.

Representa esse quadrado em dois referenciais cartesianos distintos à tua escolha, e determina as coordenadas dos seus vértices em cada um dos referenciais, sabendo que:

- 4.1. o lado do quadrado tem 6 (unidades de comprimento);
- 4.2. a diagonal do quadrado tem 6 (unidades de comprimento).

5. Na figura, em referencial cartesiano, está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$, centrado na origem e de lado 6 (unidades de comprimento). Determina as coordenadas dos seus vértices (se necessário, utiliza valores aproximados às décimas).



Tarefa 2

O azulejo

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é identificar retas paralelas aos eixos coordenados, através das suas equações, as coordenadas de transformados de pontos pela reflexão de eixos paralelos a Ox e a Oy e as coordenadas de transformados de pontos pela meia volta de centro na origem do referencial.

Conhecimentos prévios dos alunos: Reflexões e rotações.

Materiais e recursos: Ambiente de Geometria Dinâmica, por exemplo, o Geogebra.

Notas e sugestões:

Num primeiro momento da aula, o professor deve fazer uma breve abordagem aos menus do Ambiente de Geometria Dinâmica (Geogebra).

Propõe-se que a tarefa seja resolvida em pequeno grupo, de forma autónoma pelos alunos, tendo o professor o papel de moderador facilitador. As resoluções dos alunos deverão ser apresentadas e discutidas no grupo turma, no fim do trabalho autónomo.

São propostas várias situações para consolidação dos conceitos envolvidos, que o professor deve selecionar de acordo com as dificuldades que prevê encontrar na sua turma.



Tarefa 2

O Azulejo

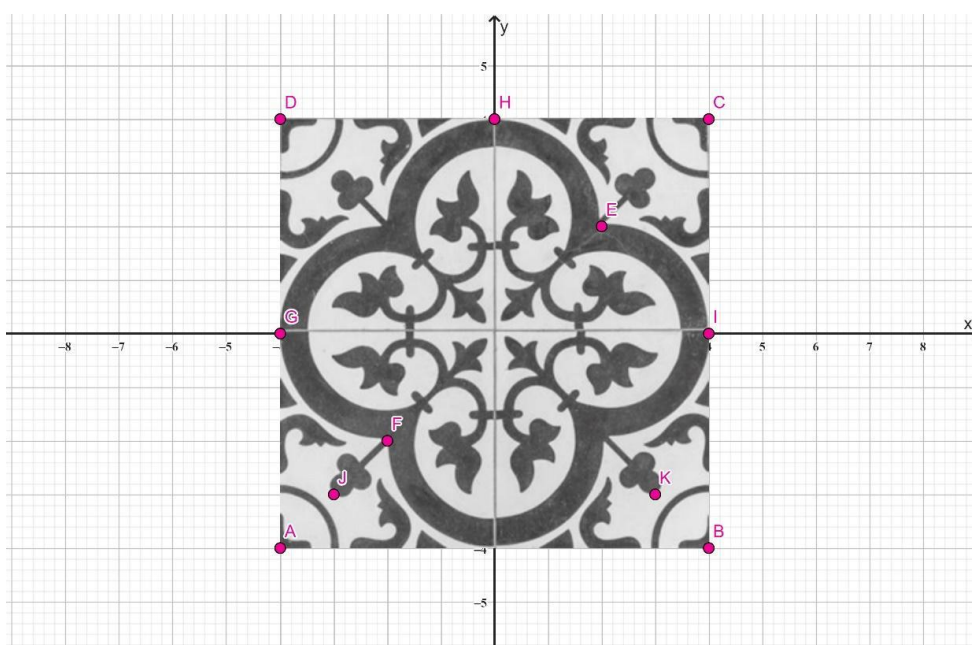
O Dia Nacional do Azulejo, comemora-se a 6 de maio e foi instituído com o objetivo de sensibilizar a sociedade para a proteção do nosso património azulejar.

Podes obter mais informação sobre o património azulejar nos Códigos QR do Museu Nacional do Azulejo.



Agora vamos recorrer a um quadro de azulejos para estudar Geometria.

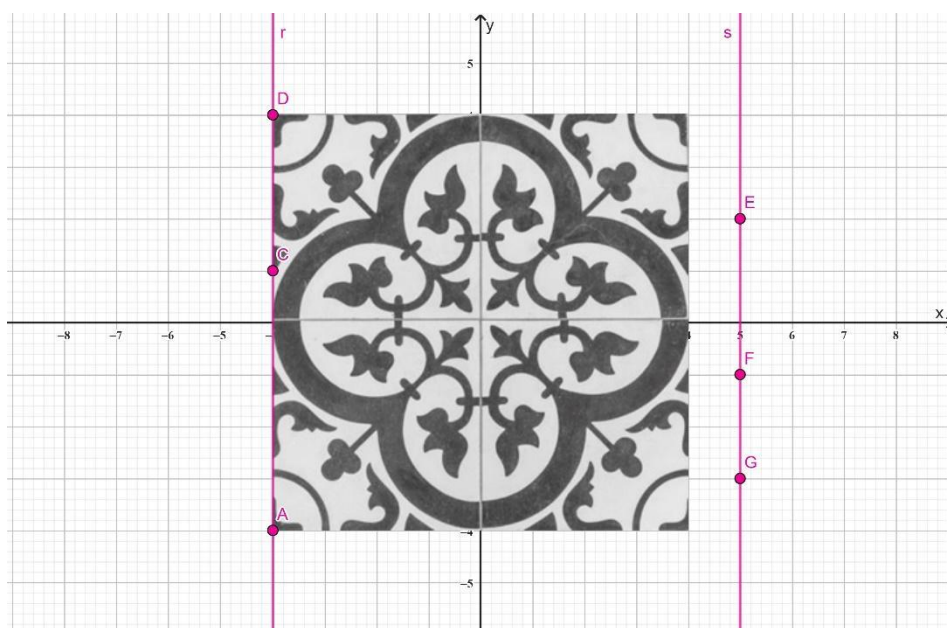
1. Acede à aplicação [Azulejo](#) onde encontras um azulejo enquadrado num referencial ortonormado xOy e alguns pontos assinalados, conforme apresentado na figura seguinte:



- 1.1. Escreve as coordenadas dos pontos assinalados no referencial anterior.
(Podes confirmar acedendo à aplicação [Azulejo](#)).



- 1.2. Marca no referencial os pontos seguintes: $L(-2, 3)$; $M(4, -3)$; $N(0, 5)$; $O(-2, 0)$; $P(-2, -5)$; $Q(0, -3)$; $R(5, 0)$ e $S(2, 5)$.
 - 1.3. Marca no referencial dois pontos, diferentes dos pontos anteriores, cuja abscissa seja -2 .
 - 1.4. Marca dois pontos no referencial, diferentes do anterior, cuja ordenada seja 3 .
2. No referencial da figura seguinte estão representadas as retas r e s .



- 2.1. Considera a reta r .
 - 2.1.1. Escreve as coordenadas dos pontos A , C e D .
 - 2.1.2. Compara as coordenadas dos pontos anteriores e identifica o que têm em comum.
 - 2.1.3. Escreve as coordenadas do transformado do ponto A pela:
 - 2.1.3.1. reflexão de eixo Ox ,
 - 2.1.3.2. reflexão de eixo Oy ,
 - 2.1.3.3. meia volta de centro na origem do referencial.
 - 2.1.4. Escreve as coordenadas do ponto de interseção da reta r com o eixo das abcissas.
 - 2.1.5. O ponto de coordenadas $(50, -4)$ pertence à reta r ? Justifica a tua resposta.



2.1.6. O ponto de coordenadas $(-4, 50)$ pertence à reta r ? Justifica a tua resposta.

2.1.7. Qual das seguintes equações define a reta r ?

(A) $x = 1$

(B) $y = -4$

(C) $x = -4$

(D) $y = 4$

2.2. Considera a reta s .

2.2.1. Escreve as coordenadas dos pontos E , F e G .

2.2.2. Escreve as coordenadas do ponto de interseção da reta s com o eixo das abcissas.

2.2.3. Indica se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação: “Todos os pontos E , F e G têm ordenada igual.” Justifica a tua resposta.

2.2.4. Escreve a equação da reta s .

Uma reta vertical que passe no ponto $P(a, b)$ tem de equação _____.

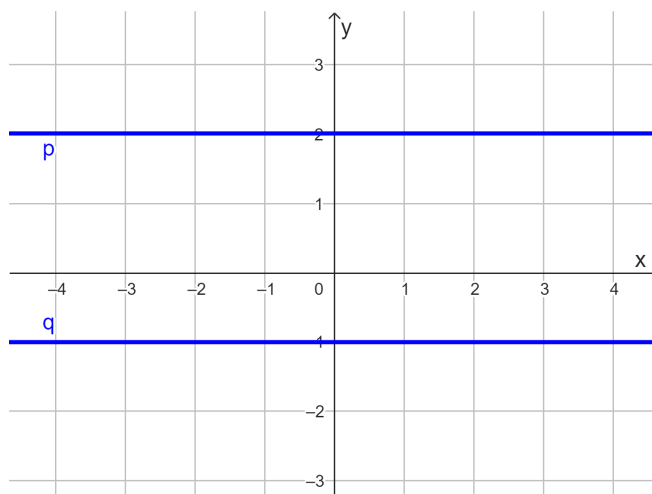
3. Na figura ao lado, em referencial ortonormado xOy , estão representadas as retas p e q .

3.1. O que têm em comum as coordenadas dos pontos da reta p ?

3.2. Qual é a equação da reta p ?

3.3. Diz se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação: “Na reta q todos os pontos têm abcissa igual.” Justifica a tua resposta.

3.4. Escreve a equação da reta q .



Uma reta horizontal que passe no ponto $P(a, b)$ tem de equação _____.



Tarefa 3

Onde está o Wally?

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é identificar, analisar e aplicar na resolução de problemas, condições que definem conjuntos de pontos: semiplanos e conjuntos definidos por conjunções e disjunções em casos simples.

Conhecimentos prévios dos alunos: Noção de inequação, teorema de Pitágoras, coordenadas de pontos e equações de retas paralelas aos eixos coordenados.

Materiais e recursos: Geogebra.

Notas e sugestões:

Propõe-se que a tarefa seja resolvida em pequeno grupo, de forma autônoma pelos alunos, tendo o professor o papel de moderador facilitador. O professor deve promover uma discussão sobre as resoluções dos alunos, com toda a turma, no fim do trabalho autônomo.

Na aplicação da tarefa poderão surgir dificuldades relativamente aos conceitos de conjunção e disjunção de condições pelo que se sugere o recurso ao Geogebra para validação das respostas.



Tarefa 3

Onde está o Wally?

Onde está o Wally?

Martin Handford, um ilustrador Britânico criou nos anos 80 do Século XX uma personagem para entreter as crianças chamada Wally¹. Esta figura tem características muito identificativas: camisola e gorro com riscas vermelhas e brancas, o gorro tem um pompom, usa óculos, tem uma bengala... Nas ilustrações, tem de se encontrar o Wally em diferentes situações, em inúmeros lugares e até em épocas diferentes.

Mas, então porque é que as ilustrações se tornaram tão populares em todas as idades? Nas Gravuras, o Wally costuma estar no meio da multidão e o grafismo inclui muitas pistas enganosas como muitos elementos com riscas vermelhas e brancas, como por exemplo na Figura seguinte.

Onde está o Wally? Não é fácil responder com certeza absoluta².



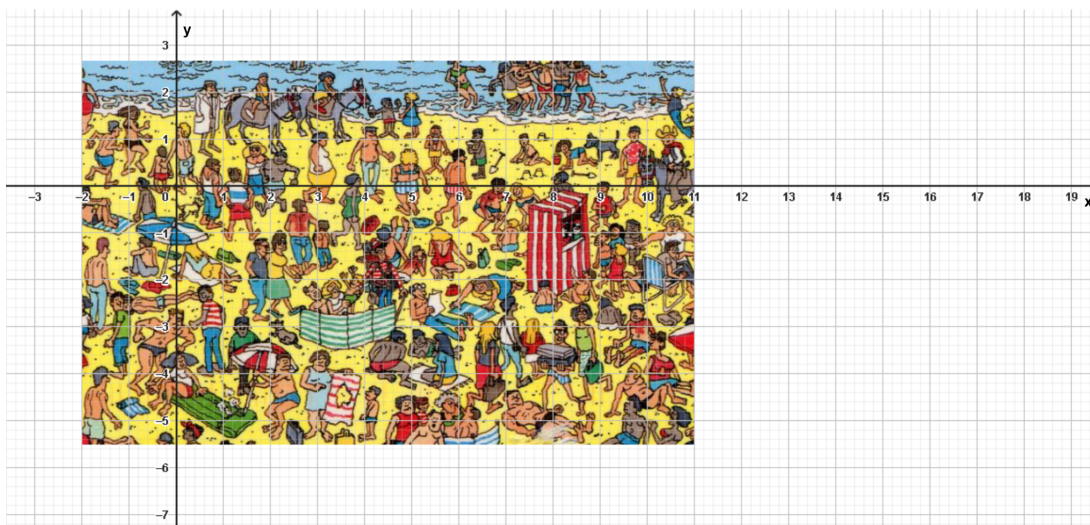
¹ Fonte da imagem: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:MartinHandfordWally%26Friends.PNG>

² Fonte da imagem:

<https://img1.gratispng.com/20180429/fqw/kisspng-orcs-must-die-unchained-youtube-photos-hop-contest-5ae6195e1b3b94.8834152515250292141116.jpg>



Mas, se colocarmos um referencial na imagem, como na figura seguinte, e se souberes que a imagem do Wally está enquadrada pelas retas de equação $x = 4$, $x = 5$, $y = -1$ e $y = -3$, fica mais fácil encontrá-lo?



Onde está o cowboy montado no cavalo?

A Alice disse ao Afonso que encontrou um cowboy montado num cavalo. O Afonso não o encontrou e a professora de Matemática propôs à Alice que ela utilizasse a Matemática para orientar o colega.

“Afonso, o rosto do cowboy encontra-se na fotografia, na zona formada pelos pontos cujas abcissas estão entre 10 e 11 e cujas ordenadas variam entre 0 e 2.”

O Afonso, passado um bocado, respondeu que não tinha conseguido encontrá-lo pois estas condições definiam toda a imagem.

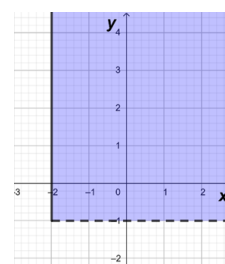
Qual dos dois amigos tem razão? Justifica a tua resposta.

Notas:

- Quando queremos que **se verifiquem duas ou mais condições simultaneamente** para definir um conjunto de pontos, podemos utilizar o símbolo matemático $\wedge$ (significa **conjunção** de condições e lê-se “e”).

Por exemplo:

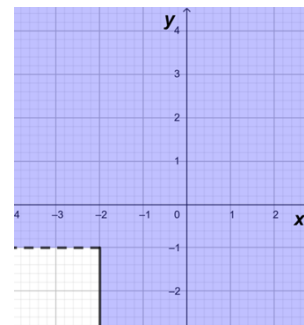
$x \geq -2 \wedge y > -1$ define os pontos que, **simultaneamente**, têm abcissa maior ou igual a -2 e ordenada maior que -1 , representados na figura ao lado.



- Quando queremos que **se verifique pelo menos uma das condições** (uma ou outra ou ambas), para definir um conjunto de pontos, podemos utilizar o símbolo matemático $\vee$ (significa **disjunção** de condições e lê-se “ou”).

Por exemplo:

$x - 2 \vee y > -1$ define os pontos que têm abcissa maior ou igual a -2 e **ainda** todos os pontos com ordenada maior que -1 , representados na figura ao lado.



- Representa, num referencial cartesiano, cada uma das seguintes condições e descreve (em texto) a região obtida.

1.1. $x \leq 2, 3$

1.2. $y > -5$

1.3. $-5 \leq y < 0$

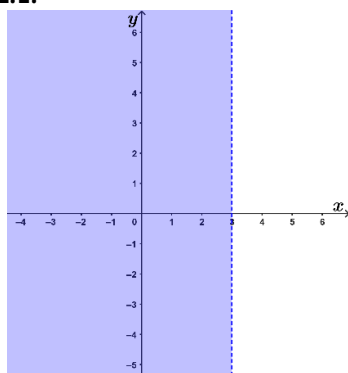
1.4. $x < 4 \wedge y \leq 2$

1.5. $x \geq 7 \vee y \geq -5$

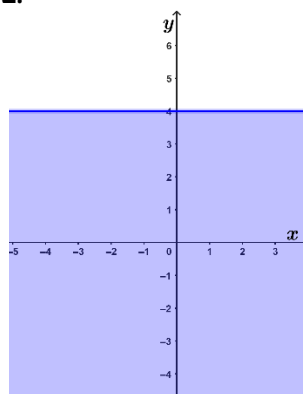
Sugestão: Podes recorrer ao GeoGebra para confirmares as tuas respostas.

- Define, através de condições, cada uma das regiões sombreadas do plano:

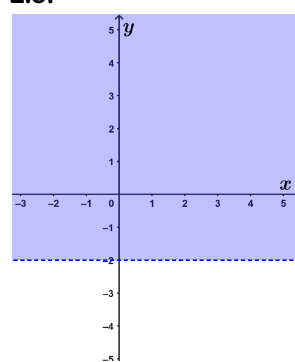
2.1.



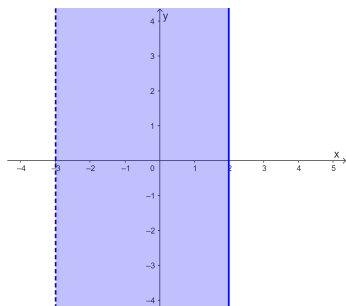
2.2.



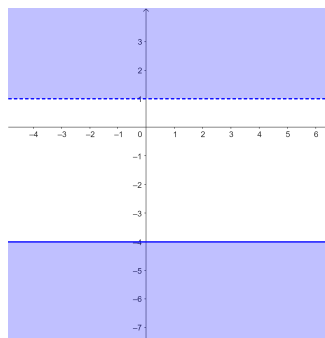
2.3.



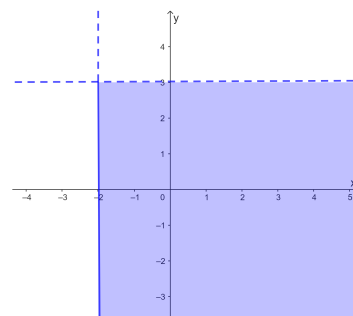
2.4.



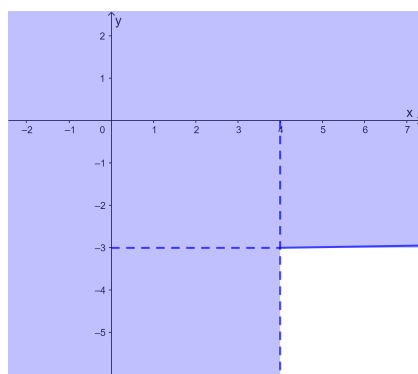
2.5.



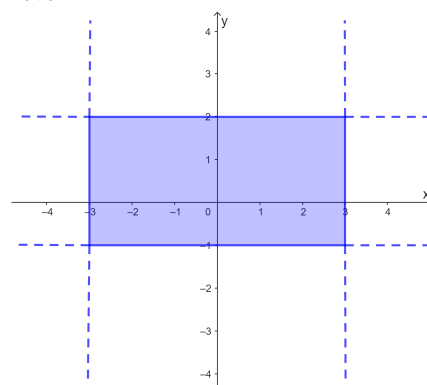
2.6.



2.7.



2.8.



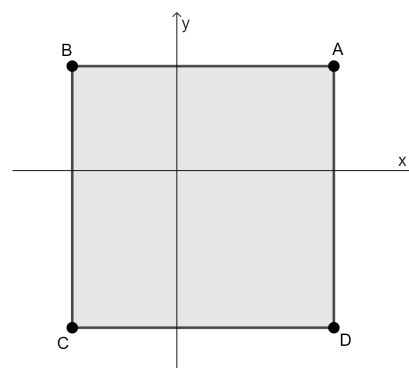
Sugestão: Podes recorrer ao GeoGebra para confirmares as tuas respostas.

3. No referencial xOy , no qual uma unidade corresponde a um centímetro, está representado o quadrado $[ABCD]$.

Sabe-se que:

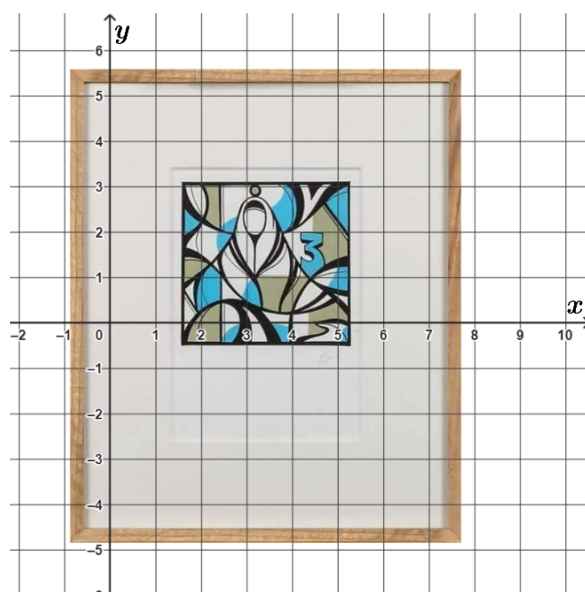
- o quadrado $[ABCD]$ tem 25 cm^2 de área;
- as coordenadas do vértice A são $(3, 2)$.

Define, através de uma condição, o quadrado $[ABCD]$.



4. O artista Hazul que não deixa que lhe fotografem o rosto encheu a cidade do Porto de mulheres sem rosto e figuras animadas por ondas e formas geométricas, condensando na sua obra a evolução da relação da cidade com os graffiti³.

Na figura seguinte, numa das obras de Hazul⁴, foi fixado um referencial xOy . Nesta obra está desenhado o número 3.



Define, através de uma condição, a localização do número 3.

³ Fonte: <https://www.publico.pt/2015/05/17/local/noticia/hazul-por-hazul-1695771>

⁴ Fonte da imagem:
<https://www.p55.art/cdn/shop/products/hazul-pintura-p55-art-28946994495573.jpg?v=1664477875>



Tarefa 4

Palheiros da Costa Nova e Vila Real de Santo António – A cidade do Marquês

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Na parte I da tarefa o objetivo é reconhecer, analisar e aplicar a equação reduzida da reta na resolução de problemas. Pretende-se, também, interpretar o valor do declive e da ordenada na origem, num contexto real.

A parte II da Tarefa tem como objetivo a resolução de problemas de modelação matemática, envolvendo os conteúdos já trabalhados neste tema.

Conhecimentos prévios dos alunos: Reconhecer uma reta não vertical como representação gráfica de uma função afim. Conhecer a importância da variação de cada parâmetro da sua expressão analítica. Regressão linear.

Conteúdos de Geometria Analítica no plano abordados nas tarefas anteriores.

Resolução de sistemas de duas equações a duas incógnitas.

Materiais e recursos: Calculadora e Geogebra.

Notas e sugestões:

Propõe-se que a tarefa seja resolvida em pequeno grupo, de forma autónoma pelos alunos, acompanhados pelo professor, que terá o papel de orientador. No fim do trabalho autónomo deve realizar-se uma discussão com toda a turma para analisar e discutir as resoluções dos alunos, bem como fazer uma sistematização.

Os alunos poderão manifestar dificuldades na obtenção da equação reduzida da reta e na interpretação dos respetivos parâmetros.

Aconselha-se o uso do Geogebra para a validação de resultados obtidos de forma analítica.

Podem surgir dificuldades na resolução de sistemas de equações, quer gráfica quer analiticamente.



Tarefa 4

Palheiros da Costa Nova e Vila Real de Santo António – A cidade do Marquês

Parte I

“Os palheiros da Costa Nova são famosas e castiças casas de riscas existentes na praia com o mesmo nome, originalmente em tons de vermelho, ocre e preto, utilizados como antigos armazéns de alfaia da pesca.

Até inícios do século XIX a Costa Nova era um extenso areal desabitado mas, após a fixação da Barra do Porto de Aveiro, os pescadores das campanhas piscatórias de Ílhavo mudaram-se para a Costa Nova e começaram a construir “palheiros” para guardarem as redes e outros materiais associados à pesca.

Estes eram inicialmente amplos e sem quaisquer divisões interiores e, mais tarde, divididos com tabiques de madeira que eram “decorados” com conchas de ostras. Simultaneamente, as famílias dos seus sócios, escrivães e “arraiz” de outras companhias foram sendo atraídas para a zona nos meses de verão e outono, transformando-os nos atuais “palheiros”, com riscas coloridas”⁵.



Os telhados dos palheiros são designados telhados de duas águas (compostos por duas partes inclinadas que se encontram na zona central formando um “V” invertido).

1. Considera os palheiros apresentados na figura acima.

Recorrendo à [apliqueta do Geogebra](#) encontra uma equação reduzida (

$y = ax + b$), para:

- 1.1. a reta que passa na “3.ª risca verde horizontal”, a contar de cima.
- 1.2. a reta que passa nos pontos C e D (primeira casa à esquerda).
- 1.3. a reta que passa nos pontos F e G, (telhado da casa do meio da figura).

⁵ Fonte: <https://www.cm-ilhavo.pt/pages/911>



2. De acordo com o que observaste, os valores de **a (declive)** e de **b (ordenada na origem)** são diferentes nas várias equações das retas. Discute com os teus colegas as seguintes questões e de seguida regista as conclusões.
 - 2.1. Será que existem duas retas distintas com o mesmo declive?
 - 2.2. Qual é o declive de uma reta paralela ao eixo Ox ? Qual é o tipo de equação que representa uma reta paralela ao eixo Ox .
 - 2.3. Existem retas com declive negativo? Se sim, escreve, usando letras da figura, uma reta que tem declive negativo.
3. Recorrendo, novamente, à [apliqueta do Geogebra](#):
 - 3.1. Escreve as coordenadas dos pontos C e D.
 - 3.2. Determina o quociente entre a diferença do valor das ordenadas e a diferença do valor das abcissas, dos respetivos pontos.
 - 3.3. Compara o valor obtido na questão 3.2. com o valor do declive da reta da questão 1.2. O que podes concluir?

Parte II

Vila Real de Santo António guarda uma memória *sui generis*. O seu nascimento foi definido em data certa, 30 de dezembro de 1773, aquando da assinatura da Carta Régia da sua fundação. Como cidade construída de raiz, a primeira em Portugal, é o exemplo da cidade do Iluminismo, planeada pela mão férrea do Marquês de Pombal, ministro do rei D. José I (1714-1777), depois do terramoto de 1755, para a reconstrução da aldeia piscatória de Vila de Santo António de Arenilha.

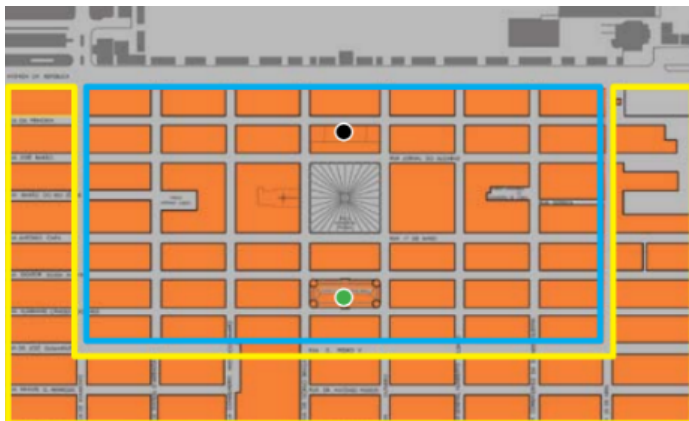


O centro foi inspirado na chamada Baixa Pombalina, em Lisboa. O traçado geométrico das ruas (quarteirões retos e perfeitos), a prolongarem-se nas radiais da bela calçada portuguesa da praça principal marcada pelos paços municipais e a



igreja matriz. Desta época ainda existem 190 edifícios, alguns originais, onde se destaca o belo trabalho em ferro forjado das varandas.⁶

Trata-se de uma “vila regular”, pois foi pensada de raiz segundo princípios que resultaram na regularidade do seu traçado. A planta da vila apresenta a forma de um retângulo. Contudo, não apresenta um reticulado perfeito, pois os seus quarteirões não são todos iguais e a Praça não se encontra no centro geométrico.⁷



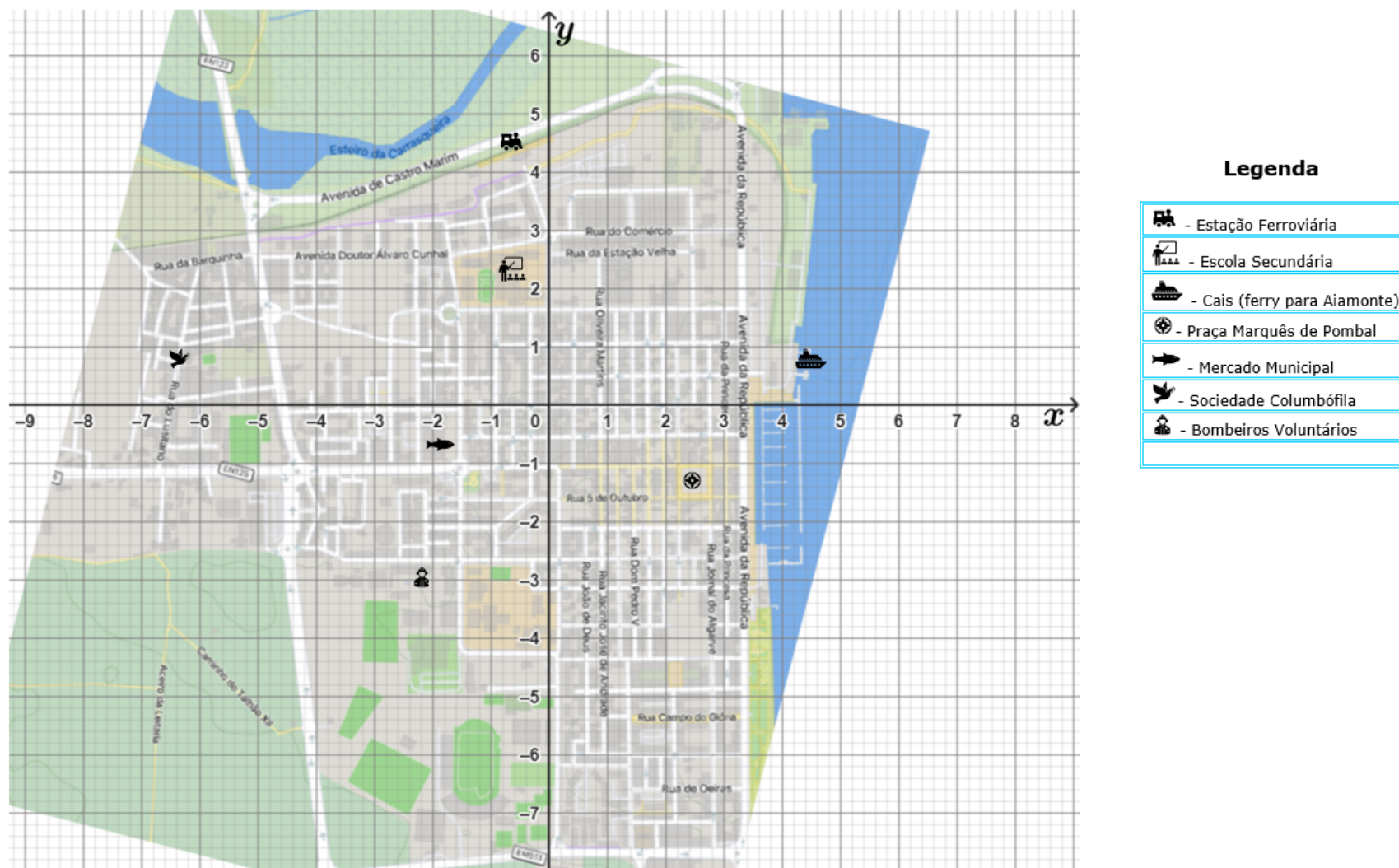
⁶ Fonte:

https://cms.cm-vrsa.pt/upload_files/client_id_1/website_id_1/Concelho/Turismo/GuiaTuristicoPortugues.pdf

⁷ Fonte: [AiCEi Vila Real Santo António](#)



Na figura abaixo, está representada parte do mapa da cidade de Vila Real de Santo António, onde foi fixado um referencial xOy , onde cada **unidade do referencial** representa **121 metros**.



1. Uma empresa de construção civil tem um armazém situado no cruzamento de duas ruas representadas pelas retas de equações $y = 0,5$ e $x = 4,2$.

Escreve as coordenadas do ponto que representa o armazém e assinala esse ponto no mapa da cidade.

2. A estação ferroviária de Vila Real de Santo António está situada no cruzamento da linha férrea representada pela reta de equação $y = 0,37x + 4,6$ e de uma rua representada pela reta de equação $y = -2,5x + 3$.

2.1. Completa as seguintes tabelas:

x	$y = 0,37x + 4,6$	$P(x, y)$
0		
1		
2		

x	$y = -2,5x + 3$	$P(x, y)$
0		
1		
2		

2.2. Assinala os pontos obtidos, no preenchimento das tabelas $P(x, y)$, para cada uma das retas no mapa da cidade e traça cada uma das retas.

2.3. Determina as coordenadas do ponto que representa a estação ferroviária.

3. A Praça Marquês de Pombal tem a forma de um quadrado e tem um imponente obelisco no seu centro (utiliza valores aproximados arredondados às décimas para responderes aos itens seguintes).

3.1. Localiza o obelisco através das suas coordenadas.

3.2. Determina a área da Praça Marquês de Pombal. Apresenta o resultado em metros quadrados (nota que a unidade do referencial representa 121 metros).

3.3. Escreve uma condição que representa o quadrado onde está situada a Praça Marquês de Pombal.



4. Escreve uma condição que representa o retângulo onde está situado o mercado municipal.
5. A empresa AdVRSA – Águas de Vila Real de Santo António S.A., informou a população que irá proceder à suspensão do serviço de abastecimento de água na área geográfica representada pela condição:

$$y \geq -2x - 1 \wedge x < 1 \wedge y \leq 4$$

Pinta no mapa da cidade a região que vai ter a suspensão do serviço de abastecimento de água.

(Sugestão: começa por determinar pontos da reta $y = -2x - 1$).



Tarefa 5

Viagens aéreas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é introduzir o estudo da geometria no espaço: identificar coordenadas de pontos num referencial cartesiano ortogonal e monométrico e desenvolver a capacidade de visualização no espaço tridimensional.

Os alunos são convidados a analisar criticamente os percursos/viagens aéreas, bem como as dimensões das malas de viagem.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conteúdos de Geometria Analítica no plano.

Materiais e recursos: Computador e internet.

Notas e sugestões:

No início da aula, o professor poderá introduzir a necessidade da geometria no espaço, por exemplo, com a visualização do vídeo “Is a straight line the shortest path”.

Seguidamente, os alunos podem explorar, com recurso à [apliqueta](#), a marcação de pontos num referencial tridimensional, através da exploração das dimensões de uma bagagem de viagem aérea (ver [Website da TAP](#)).

Propõe-se que a tarefa seja resolvida em pequeno grupo (pares), de forma autónoma pelos alunos, tendo o professor o papel de moderador facilitador. Nesta tarefa, o uso do Geogebra permite visualizar mais facilmente a localização dos pontos no espaço.

O professor poderá usar a [Versão Interativa](#) da tarefa, atribuindo-a aos alunos, o que permitirá acompanhar e avaliar o progresso dos alunos.

Sugere-se que a questão 2 seja aplicada como instrumento de avaliação formal.



Tarefa 5

Viagens aéreas

O que é que se passa com as companhias de aviação comercial? Porque é que os voos de longa distância não são em linha reta? As distâncias não são mais curtas em linha reta?

O vídeo “[Is a straight line the shortest path](#)” é exemplificativo do que se passa no transporte aéreo:

Existem vários sites em que podes observar o espaço aéreo em tempo real.



(obtido em 31/12/2023, às 17:10 a partir de [Flightradar24](#))

Se só fossem consideradas duas dimensões isto seria impossível.

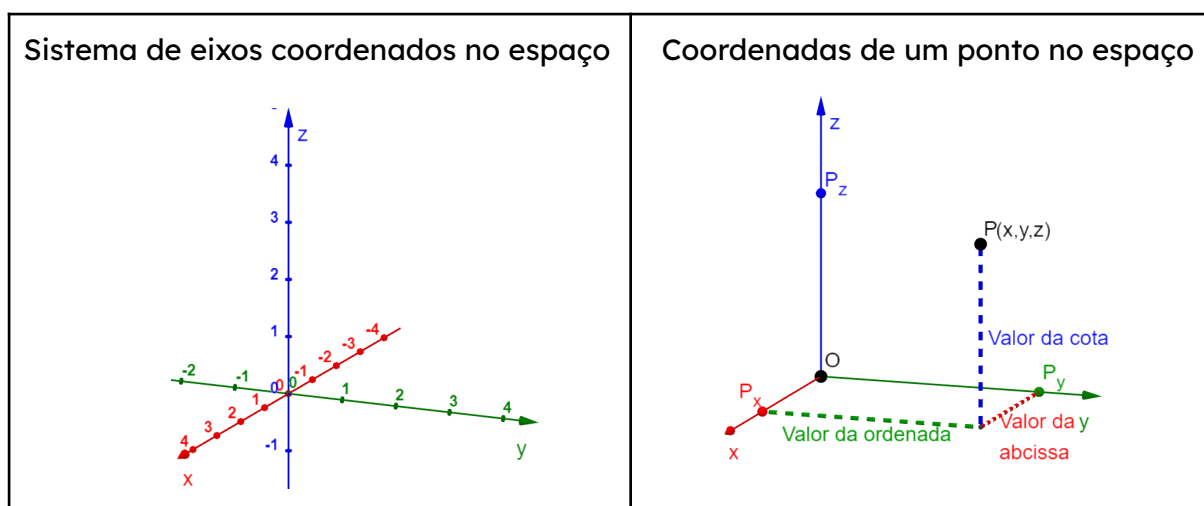
Porque é tão importante a geometria tridimensional (geometria no espaço ou 3D)?

Porque no mundo real quase tudo tem três dimensões, até mesmo uma simples folha de papel ou um fio de cabelo têm espessura.

À semelhança do que se passa na geometria no plano, também na geometria no espaço os pontos são definidos pelas suas coordenadas, só que em vez de duas vão ter três coordenadas ($P(x, y, z)$), cada coordenada é relativa a um eixo distinto: eixo das abcissas (Ox), eixo das ordenadas (Oy) e eixo das cotas (Oz).

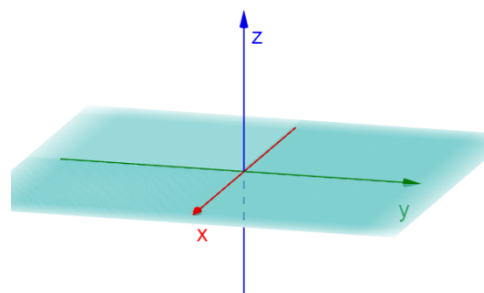


Recorre à [apliqueta](#) e observa a marcação de pontos num referencial no espaço.

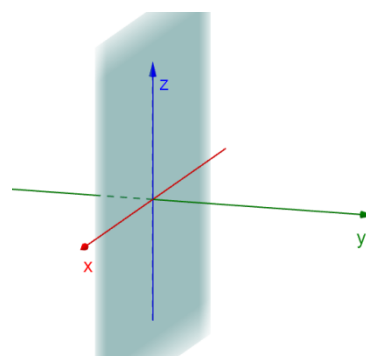


Os eixos coordenados, organizados dois a dois, definem três planos coordenados:

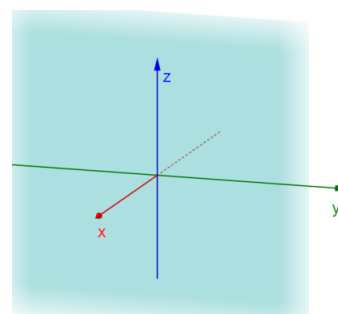
- O plano xOy, constituído por todos os pontos de cota 0 ;



- O plano xOz, constituído por todos os pontos de ordenada 0;



- O plano yOz, constituído por todos os pontos de abscissa 0;



1. Para viajar de avião é necessário ter atenção às dimensões e limites de peso da bagagem. Na TAP, uma das principais companhias aéreas portuguesas, as dimensões das malas variam consoante a viagem que queres realizar. Neste sentido, deves consultar o [website](#) da companhia aérea antes de preparar as malas.

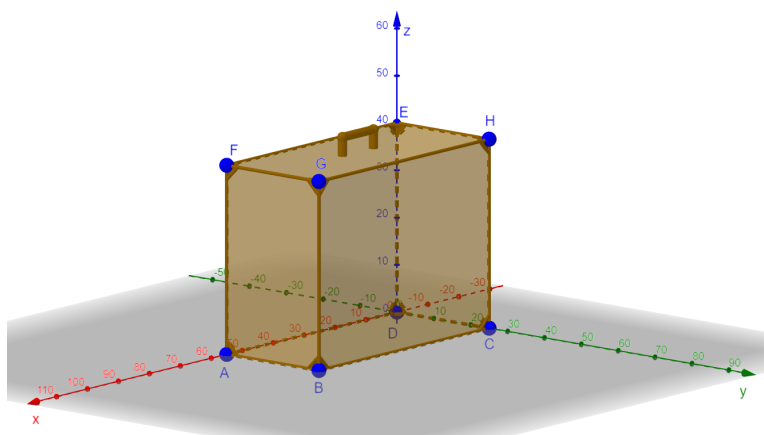
Após a consulta desse website, responde às seguintes questões:

- 1.1. Quais as dimensões máximas, em centímetros, permitidas para bagagens de mão na TAP?

- 1.2. A figura ao lado representa uma fotografia de uma mala de mão com as dimensões máximas permitidas.



Na figura, abaixo, apresenta-se um modelo geométrico de uma mala de mão, num referencial ortonormado $Oxyz$, em que as arestas são paralelas aos eixos coordenados.



Podes aceder à [aplicação do Geogebra](#) que te permitirá manipular a figura.

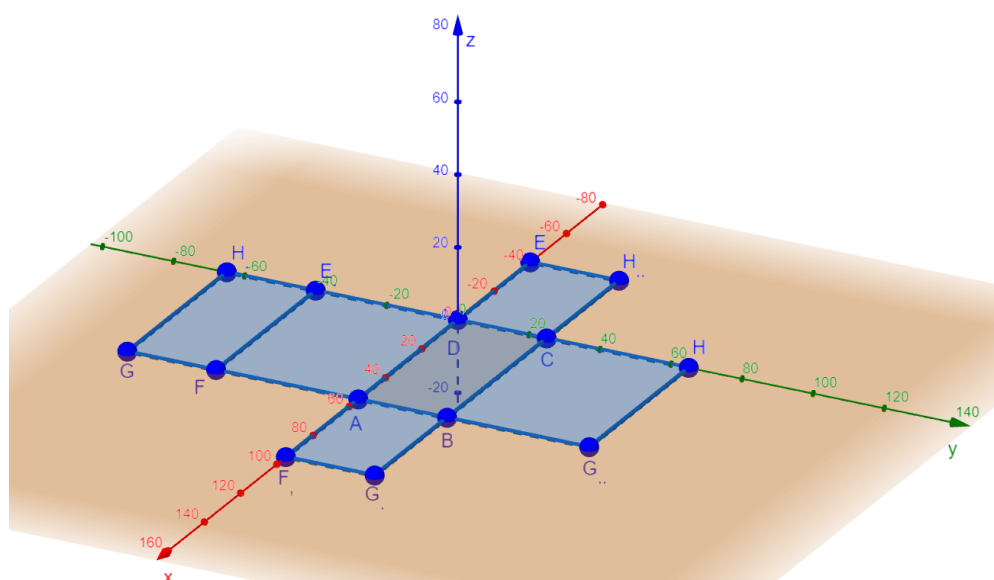
- 1.2.1. Escreve as coordenadas dos vértices da mala, sabendo que a origem do referencial coincide com o vértice D e a base $[ABCD]$ está contida no plano xOy (como se apresenta na figura).



1.2.2. Na [apliqueta do Geogebra](#), podes arrastar o ponto A para colocares a figura noutra localização. Obtém uma nova posição do ponto A e escreve as coordenadas dos vértices correspondentes à nova posição da figura. Desenha, com o referencial correspondente, a figura nessa posição ou em alternativa faz uma cópia da imagem obtida no Geogebra.

1.3. Considera, agora, a planificação da mala e escreve as coordenadas dos vértices que correspondem à planificação, que está representada no plano xOy .

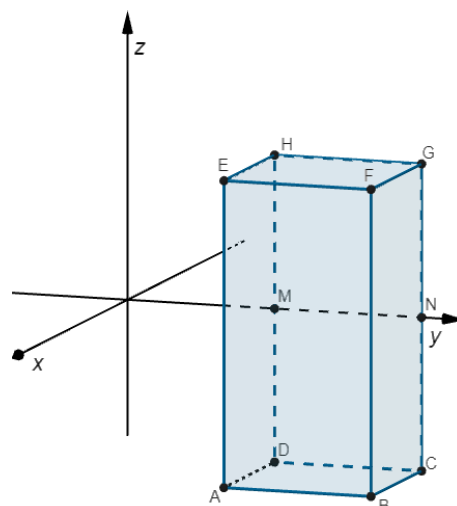
(Podes aceder à [apliqueta do Geogebra](#) que te permitirá manipular a figura).



2. Na figura ao lado, num referencial $Oxyz$, está representado o prisma quadrangular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- as faces são paralelas aos planos coordenados;
- o retângulo $[CDHG]$ está contido no plano yOz ;
- os pontos M e N pertencem ao eixo Oy e são os pontos médios das arestas $[HD]$ e $[GC]$, respectivamente;
- as coordenadas do ponto A são $(3, 3, -3)$.



- 2.1. Qual é o vértice do prisma que tem coordenadas $(3, 6, 3)$?
- 2.2. Quais são os vértices do prisma que têm abscissa 0?
- 2.3. Quais são os vértices do prisma que têm ordenada e cota iguais a 3?
- 2.4. Escreve as coordenadas dos pontos M e N .



Tarefa 6

“Planos” com malas de viagem

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas equações de planos paralelos aos planos coordenados e equações cartesianas de retas paralelas a um dos eixos. Continua-se a estimular o desenvolvimento da capacidade de visualização no espaço.

Conhecimentos prévios dos alunos: Geometria no plano e coordenadas de pontos no espaço.

Materiais e recursos: Computador e Internet.

Notas para professor:

O professor pode começar por recordar alguns conceitos abordados na tarefa 5 (eixos coordenados e planos coordenados).

Propõe-se que a tarefa seja resolvida em pequeno grupo (pares), de forma autónoma pelos alunos, tendo o professor o papel de moderador facilitador. Nesta tarefa, o uso do Geogebra é uma mais valia para a realização da tarefa.

O professor poderá usar a [Versão Interativa](#) da tarefa, atribuindo-a aos alunos, o que permitirá acompanhar e avaliar o progresso dos alunos.

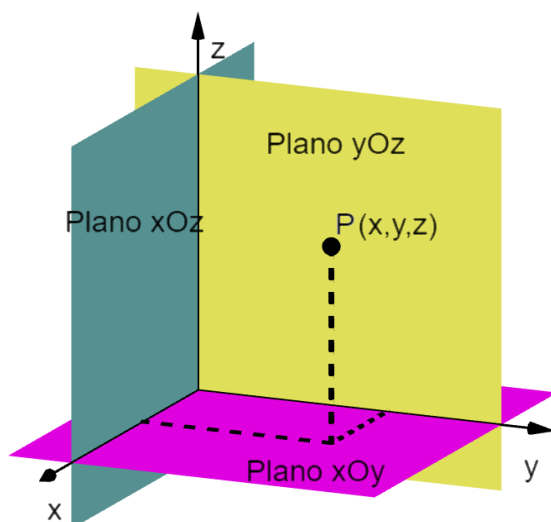
Sugere-se que a questão 4 seja aplicada como instrumento de avaliação formal.



Tarefa 6

“Planos” com malas de viagem

Como já observaste na tarefa 5, no espaço, um referencial cartesiano tem três eixos coordenados: eixo das abscissas (eixo Ox), eixo das ordenadas (eixo Oy) e o eixo das cotas (eixo Oz). Se considerares esses eixos dois a dois, há um plano que os contém a ambos e, assim, obtêm-se três planos coordenados: plano xOy , plano xOz e plano yOz .

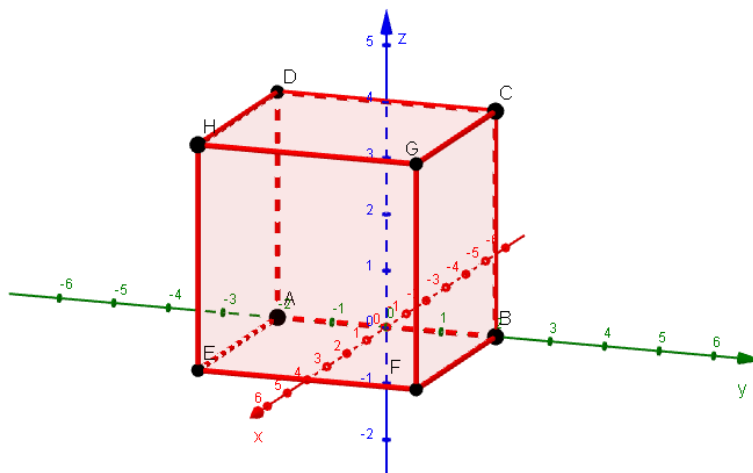


1. Utiliza a aplicação do Geogebra, [G3D0](#), para preencher a tabela seguinte, onde deves colocar a imagem da representação e a sua equação.

	os eixos Ox e Oy (plano xOy)	os eixos Ox e Oz (plano xOz)	os eixos Oy e Oz (plano yOz)
Imagem que representa o plano			
Equação que observas na janela de álgebra			

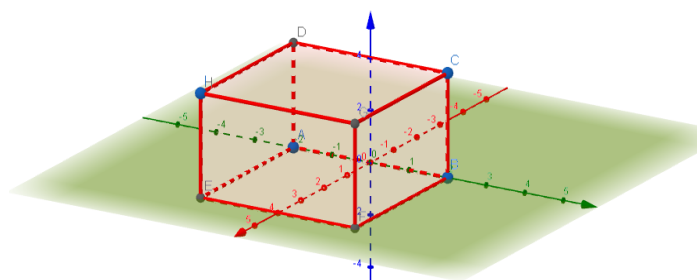


2. Considera o cubo $[ABCDEFGH]$, representado num referencial $Oxyz$, de aresta 4 unidades, cujo ponto G tem coordenadas $(4, 2, 4)$.

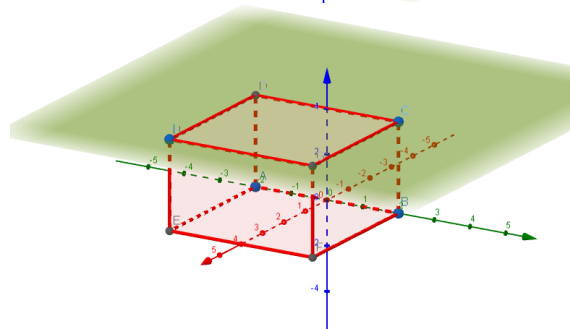


- 2.1. Utiliza a aplicueta do Geogebra, [G3D1](#), e faz variar os valores do seletor.

- 2.1.1. Escreve a equação do plano que contém a face $[ABEF]$.

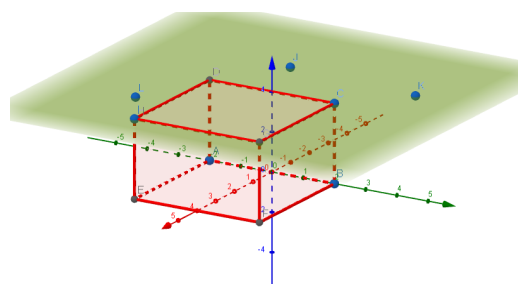


- 2.1.2. Escreve a equação do plano que contém a face $[CDGH]$.



- 2.1.3. O que podes concluir acerca da posição relativa dos planos obtidos, nas alíneas anteriores, relativamente ao plano xOy ? (Sugestão: Faz variar os valores do seletor).

- 2.1.4. Marca três pontos pertencentes ao plano que contém a face $[CDGH]$. Analisando as coordenadas desses pontos, o que têm em comum?



2.2. Utiliza, agora, a aplicação do Geogebra, [G3D2](#), e faz variar os valores do seletor.

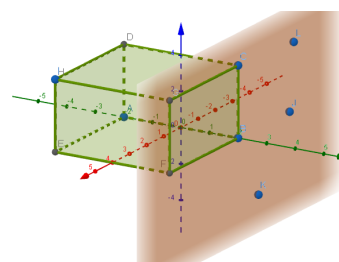
2.2.1. Escreve a equação do plano que contém a face lateral $[ADEH]$.

2.2.2. Escreve a equação do plano que contém a face lateral $[BCFG]$.

2.2.3. O que podes concluir acerca da posição relativa dos planos obtidos anteriormente relativamente ao plano xOz ?

(Sugestão: Faz variar os valores do seletor.)

2.2.4. Marca três pontos pertencentes ao plano que contém a face $[BCFG]$.
Analisando as coordenadas desses pontos, o que têm em comum?



2.3. Considera o mesmo referencial e responde aos seguintes itens.

2.3.1. Escreve a equação do plano que contém a face $[EFGH]$.

2.3.2. Escreve a equação do plano que contém a face $[ABCD]$.

2.3.3. O que podes concluir acerca da posição relativa dos planos obtidos anteriormente relativamente ao plano yOz ?

(Sugestão: Faz variar os valores do seletor).

2.3.4. Marca três pontos pertencentes ao plano que contém a face $[ABCD]$. Analisando as coordenadas desses pontos, o que têm em comum?

(Sugestão: Caso tenhas dúvidas, utiliza a aplicação do Geogebra, [G3D3](#), e faz variar os valores do seletor.)



3. Considera a e c números reais.

3.1. Acede à apliqueta [G3D4](#).

- 3.1.1. Faz variar os valores dos seletores e observa o que vais visualizando na Folha 3D relativamente à interseção dos dois planos representados. Qual é o lugar geométrico dos pontos da interseção dos dois planos?
- 3.1.2. Marca três pontos que pertençam a esse lugar geométrico. Observa, na Folha Algébrica, as coordenadas desses pontos e escreve o que têm em comum com as equações dos planos?
- 3.1.3. Qual é a condição que define esse lugar geométrico?

3.2. Acede à apliqueta [G3D5](#).

- 3.2.1. Faz variar os valores dos seletores e observa o que vais visualizando na Folha 3D relativamente à interseção dos dois planos representados. Qual é o lugar geométrico dos pontos da interseção dos dois planos?
- 3.2.2. Marca três pontos que pertençam a esse lugar geométrico. Observa, na Folha Algébrica, as coordenadas desses pontos e escreve o que têm em comum com as equações dos planos?
- 3.2.3. Qual é a condição que define esse lugar geométrico?

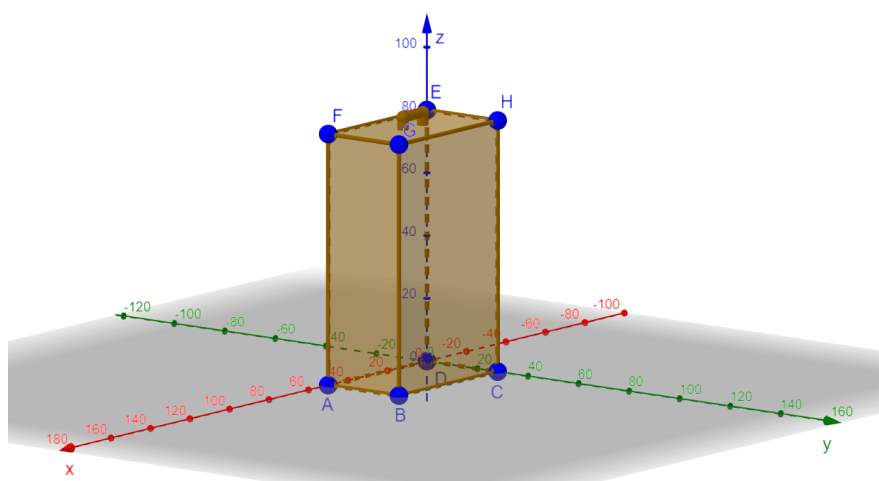
3.3. Acede à apliqueta [G3D6](#).

- 3.3.1. Faz variar os valores dos seletores e observa o que vais visualizando na Folha 3D relativamente à interseção dos dois planos representados. Qual é o lugar geométrico dos pontos da interseção dos dois planos?
- 3.3.2. Marca três pontos que pertençam a esse lugar geométrico. Observa, na Folha Algébrica, as coordenadas desses pontos e escreve o que têm em comum com as equações dos planos?
- 3.3.3. Qual é a condição que define esse lugar geométrico?



4. Após consultar o [website](#) da companhia aérea TAP, responde às seguintes questões:

- 4.1. A mala, representada na figura ao lado, tem as dimensões permitidas para bagagens de porão na TAP, sem pagamentos extras?
- 4.2. Na figura seguinte está representado um modelo geométrico da mala de porão da questão anterior, num referencial $Oxyz$, em que as arestas são paralelas aos eixos coordenados.



Podes aceder à [apliqueta do Geogebra](#) que te permitirá manipular a figura.

- 4.2.1. Escreve as coordenadas dos vértices da mala, sabendo que a origem do referencial coincide com o vértice D e a base $[ABCD]$ está contida no plano xOy (como se apresenta na figura).
- 4.2.2. Qual é o comprimento do segmento de reta $[BG]$?
- 4.2.3. Qual é a distância entre os vértices G e H ?
- 4.2.4. Qual é o comprimento da aresta $[AB]$?
- 4.2.5. Define por uma condição:
- 4.2.5.1. o plano EHC ;
 - 4.2.5.2. o plano BCG ;
 - 4.2.5.3. a reta AB ;
 - 4.2.5.4. a reta BG .



Tarefa 7

Reproduz a obra de arte

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é reproduzir uma obra de arte, recorrendo a condições que definem conjuntos de pontos, no Ambiente de Geometria Dinâmica - Geogebra.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conjuntos de pontos e condições, equação reduzida da reta e equação de retas paralelas aos eixos coordenados.

Materiais e recursos: Computador e software de geometria dinâmica - Geogebra.

Notas e sugestões:

Pretende-se com esta tarefa que os alunos em trabalhos de grupo ou a pares selecionem uma das obras de arte do movimento De Stijl (Neoplasticismo) e recriem-na utilizando condições no plano recorrendo ao Geogebra, preferencialmente no computador.

Em anexo há alguns exemplos de obras que podem ser utilizados. As obras de arte apresentadas na tarefa são sugestões que poderão ser substituídas por outras do agrado dos alunos ou do professor.

Podem surgir dificuldades:

- na escolha do referencial adequado e facilitador da representação;
- na obtenção das equações das retas que definem as fronteiras das diferentes regiões a representar.

O professor deve certificar-se que os alunos reproduzem a obra de arte a partir de condições e não recorrendo às ferramentas de construção de polígonos do Geogebra.

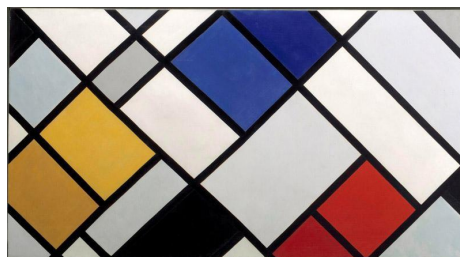


Tarefa 7

Reproduz a obra de arte

Neoplasticismo

Neoplasticismo é um movimento de arte abstrata que surgiu em 1917 e teve como principais representantes os pintores Piet Mondrian e The Van Doesburg.



Podemos afirmar que o Neoplasticismo é um movimento de contraponto às artes figurativas, um estilo artístico que se baseia na representação das formas, seja de seres humanos, objetos, animais, paisagens, entre outros.

O propósito dos criadores do Neoplasticismo é encontrar uma nova forma de expressão artística, compostas de elementos mínimos que formam figuras assimétricas de perfeito equilíbrio.

Para Mondrian, tudo o que existe tem uma essência por trás da aparência, e essa essência está em harmonia com o Universo.

Esse equilíbrio perfeito, segundo o movimento, pode ser alcançado por meio de linhas, ângulos retos e cores puras.

Diante desse contexto, o Neoplasticismo busca a limpeza das formas e a redução de detalhes ao essencial.

Por esse motivo, as figuras geométricas, cores primárias – azul, vermelho e amarelo, além do preto, branco e cinza são as principais características das obras de Neoplasticismo.

Adaptado de: <https://www.vivadecora.com.br/pro/neoplasticismo/>

Objetivo do Trabalho

Escolhe uma das obras de arte do movimento De Stijl (Neoplasticismo) e recria-a utilizando condições no plano recorrendo ao Geogebra.

Em anexo tens alguns exemplos de obras que poderás utilizar.



ANEXO

Obras do movimento De Stijl (Neoplasticismo)

Piet Mondrian

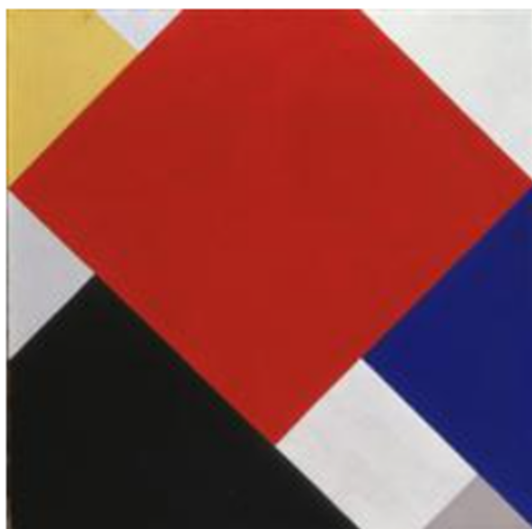
<https://www.wikiart.org/pt/piet-mondrian/all-works#!#filterName:all-paintings-chronologically,resultType:masonry>



Lozenge Composition with Red, Black, Blue and Yellow
Piet Mondrian • 1925

Theo van Doesburg

<https://www.wikiart.org/pt/theo-van-doesburg/all-works#!#filterName:all-paintings-chronologically,resultType:masonry>



Counter composition V
Theo van Doesburg • 1924

