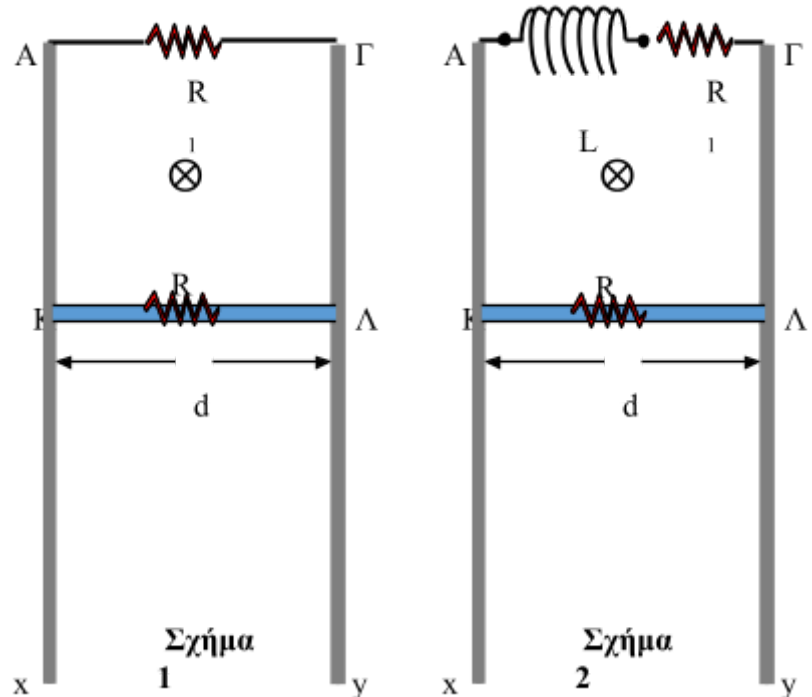
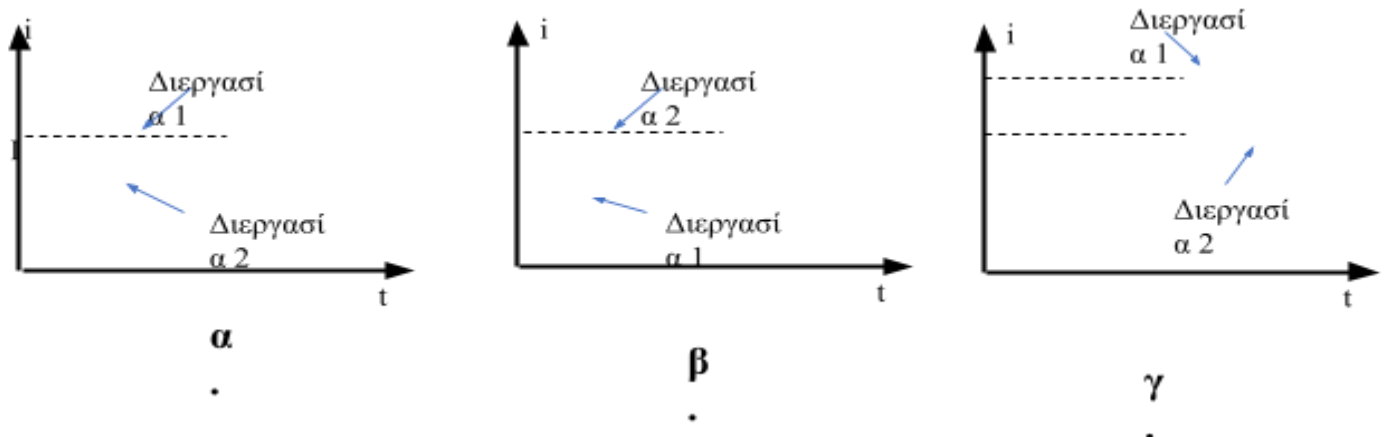


Ποιο διάγραμμα σε κάθε διεργασία;

Δύο κατακόρυφοι μεταλλικοί αγωγοί Αx και Γy, πολύ μεγάλου μήκους απέχουν μεταξύ τους απόσταση d, έχουν αμελητέα αντίσταση και τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται αγωγίμα με αντιστάτη ωμικής αντίστασης R. Το επίπεδο των αγωγών Αx και Γy είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέτρου έντασης B και κατεύθυνσης όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Μια μεταλλική ράβδος ΚΛ μάζας m, μήκους d και ωμικής αντίστασης R μπορεί να ολισθαίνει στους κατακόρυφους αγωγούς χωρίς τριβές. Κάποια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$ ο αγωγός ΚΛ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα προς τα κάτω, 1^η διεργασία.



Σε μια δεύτερη διεργασία, στα άκρα Α και Γ συνδέουμε σε σειρά με τον αντιστάτη ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και κάποια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$ αφήνουμε την ράβδο ΚΛ να κινηθεί ελεύθερα, (σχήμα 2). Ποιο από τα ακόλουθα διαγράμματα αναπαριστά σωστά την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για τη διεργασία 1 και 2 αντίστοιχα;



Επιλέξτε τη σωστό διάγραμμα.
Δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Σωστή επιλογή είναι το α.

Πρώτη διεργασία

Καθώς ο αγωγός κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του θα δεχτούν δύναμη Lorentz που θα προκαλέσει συσσώρευση αρνητικού φορτίου στο άκρο Κ και πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άκρο Λ. Έτσι αναπτύσσεται πάνω στον αγωγό μια ΗΕΔ από επαγωγή, με θετικό πόλο προς το άκρο Λ και με τιμή:

$$E_{επ} = BvL$$

Επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό θα εμφανιστεί ρεύμα και δύναμη Laplace.

Το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ υπολογίζεται από την σχέση:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{\phi\lambda} + R_{ολ}} \rightarrow I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} = \frac{B \cdot v \cdot L}{R} \quad (1)$$

Και η δύναμη Laplace:

$$F_{επ} = B \cdot I \cdot L \Rightarrow F = \frac{B^2 v L^2}{R_{ολ}} \quad (2)$$

Ο αγωγός ξεκινά με μηδενική ταχύτητα και συνεπώς θα επιταχυνθεί:

$$\Sigma F = m\alpha \rightarrow w - F_L = m\alpha \rightarrow \alpha = \frac{w - F_L}{m} = \frac{mg - \frac{B^2 v L^2}{R_{ολ}}}{m} \Rightarrow \alpha = g - \frac{B^2 L^2}{R_{ολ} \cdot m} v \quad (3)$$

Όσο μεγαλώνει η ταχύτητα τόσο μειώνεται η επιτάχυνση.

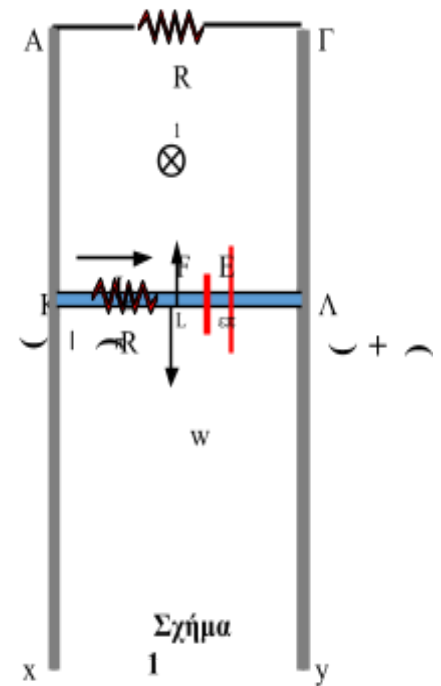
Η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση το μέτρο της οποίας συνεχώς μειώνεται μέχρι που κάποια στιγμή το μέτρο της F_L θα γίνει ίσο με το μέτρο του βάρους, και κατόπιν ο αγωγός θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Από την σχέση (3) μηδενίζοντας την επιτάχυνση προκύπτει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w - F_L = 0 \Rightarrow mg = \frac{B^2 v L^2}{R_{ολ}} \Rightarrow v_{op} = \frac{mg \cdot R_{ολ}}{B^2 L^2} \quad (4)$$

Επειδή η ταχύτητα αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό με τον ίδιο τρόπο θα μεταβάλλεται

και η ένταση του ρεύματος. Η τελική τιμή του ρεύματος είναι $I_{op} = \frac{B \cdot v_{op} \cdot L}{R_{ολ}} \quad (5)$ ή από την ισότητα της δύναμης του βάρους και της δύναμης Laplace προκύπτει $I_{op} = mg / B \cdot L$



Δεύτερη διεργασία

Εξαιτίας της παρουσίας του πηνίου θα εμφανιστούν φαινόμενα αυτεπαγωγής για όσο χρόνο ο αγωγός επιταχύνεται και η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται. Έτσι το ρεύμα θα καθυστερήσει να σταθεροποιηθεί σε σχέση με την πρώτη διεργασία.

Αναλυτικά

Από το 2^ο κανόνα Κίρχοφ, για όσο χρόνο μεταβάλλεται το ρεύμα προκύπτει:

$$E_{επ} - iR - |E_{αυτ}| - iR_1 = 0 \rightarrow$$

$$I_{επ} = \frac{E_{επ} - |E_{αυτ}|}{R_{\phi\lambda} + R} \rightarrow I_{επ} = \frac{B \cdot v \cdot L - |E_{αυτ}|}{R} \quad (6)$$

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα θα καταλήξουμε ότι όταν οι δυνάμεις του βάρους και της δύναμης Laplace εξισωθούν ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα η οποία είναι ίδια με αυτή της διεργασίας 1 αφού το πηνίο είναι ιδανικό και δεν έχει αντίσταση.

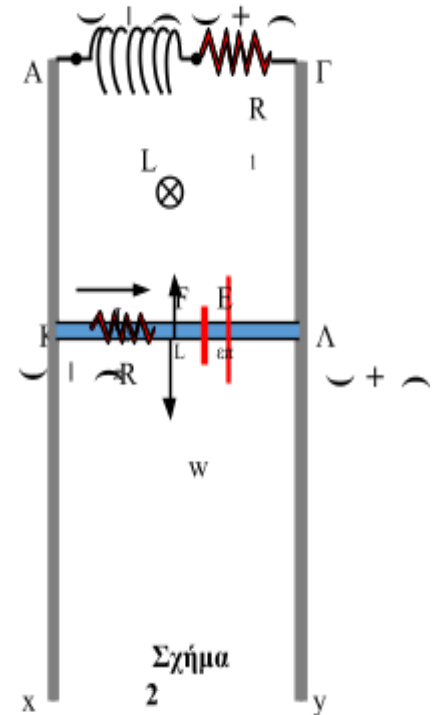
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w - F_L = 0 \Rightarrow mg = BIL \Rightarrow mg = BL \frac{B v_{op} \cdot L - |E_{αυτ}|}{R_{o\lambda}} \Rightarrow$$

$$v_{op} = \frac{mg \cdot R_{o\lambda}}{B^2 L^2} \quad \text{και} \quad I_{op} = \frac{B v_{op} \cdot L}{R_{o\lambda}} \quad \text{ή} \quad I_{op} = mg / B \cdot L$$

Από τη σχέση (6) προκύπτει ότι ο χρόνος που θα σταθεροποιηθεί το ρεύμα θα είναι μεγαλύτερος σε σχέση με αυτόν της 1^{ης} διεργασίας καθώς για ίδιες τιμές της ταχύτητας η τιμή του ρεύματος είναι μικρότερη από αυτή της 1^{ης} διεργασίας.

Από τον δεύτερο κανόνα του Κίρχοφ προκύπτει $E - IR - L \cdot dI/dt = 0$

Την χρονική στιγμή μηδέν είναι $I=0$ και $E=0$ αφού η ράβδος ΚΛ είναι ακόμα ακίνητη. Άρα και $dI/dt=0$ που σημαίνει ότι την $t=0$ η κλίση του διαγράμματος θα είναι μηδενική.

**Παρατήρηση**

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι ακόμη και αντίσταση να είχε το πηνίο στην οριακή κατάσταση η τιμή του θα ήταν ίδια και ίση με $I_{op}=mg/B \cdot L$.