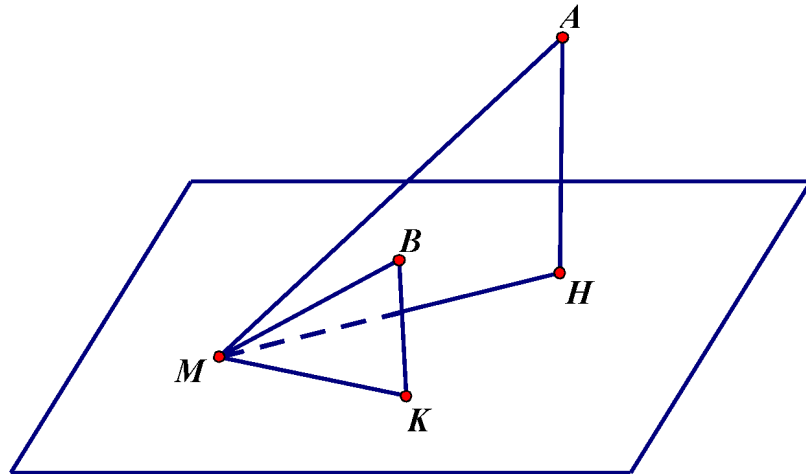


Câu 48. [2H3-2.6-4] (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA , MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) có định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

- A. -4 . B. $\frac{9}{2}$. C. 2 . D. 10 .

Lời giải

Chọn C.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + (-9) - 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Vì MA , MB với (α) các góc bằng nhau nên $\angle AMH = \angle BMK$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có:

$$MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow (x-10)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = 4[(x-5)^2 + (y-10)^2 + (z+9)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Do đó, đường tròn (ω) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn D là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \end{cases}.$$

Tọa độ điểm J là nghiệm (x, y, z) của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} + 2t \\ y = \frac{34}{3} + 2t \\ z = -\frac{34}{3} + t \\ 2x + 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \\ z = -\frac{38}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy $J = \left(2; 10; -\frac{38}{3}\right).$