Toploigiai.vn

TRƯỜNG THPT GIA BÌNH SỐ 1
TỔ TOÁN – TIN

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KỲ 1
NĂM HỌC 2024 – 2025
MÔN TOÁN LỚP 12
Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

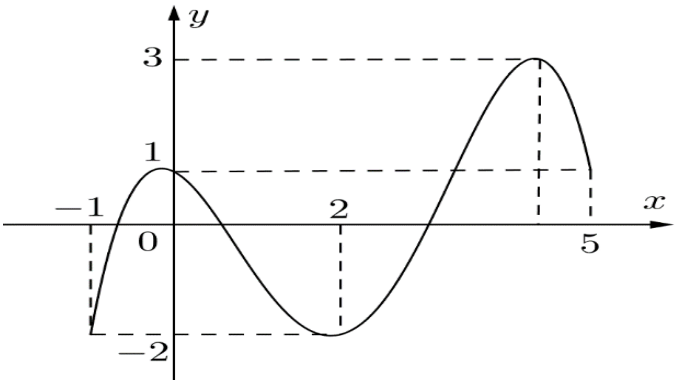
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x.(x-1)^3.(x+2)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y			$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

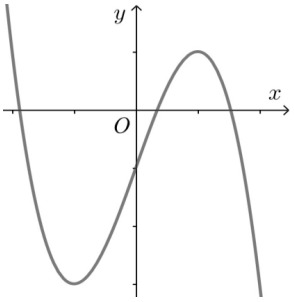
Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

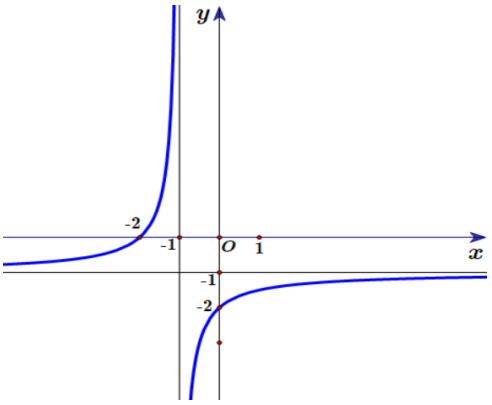
A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x^2+2x+3}{x-5}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(2;2;-1)$, $\vec{c}=(4;0;-4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

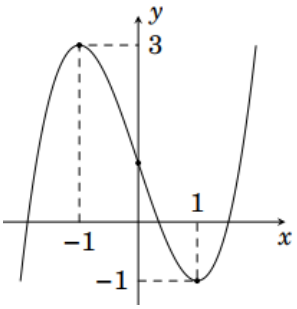
A. $\vec{d}=(-7;0;-4)$. **B.** $\vec{d}=(-7;0;4)$. **C.** $\vec{d}=(7;0;-4)$. **D.** $\vec{d}=(7;0;4)$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{13}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở ~~mỗi câu h~~ọc sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



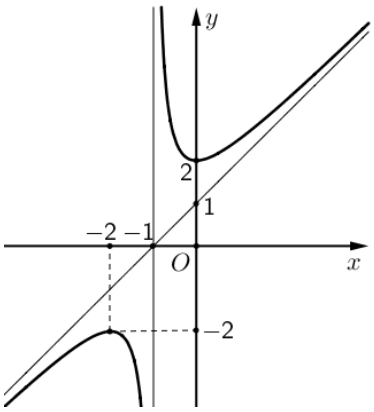
a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=-1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ là -1.

c) Hàm số $g(x)=f\left(x^2+\frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.

d) Hàm số $h(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1;0)$.

d Gọi A,B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC.

a) $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$.

b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$.

c) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'}=2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D=(5;10;1)$.

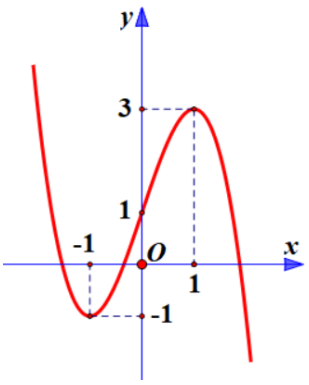
d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,c,b,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(x^2+x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2-4f\left(x\right)+3}$ là bao nhiêu?

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x\ge 0$. Khi $x\in[5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành . Tính tổng $a+b+c$.

--------- Hết ---------

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	C	A	D	A	A	B	C	C	D

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4
a) sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	3	1,01	4	82	2,5	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;1)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD}=1$ tại $x=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x.(x-1)^3.(x+2)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

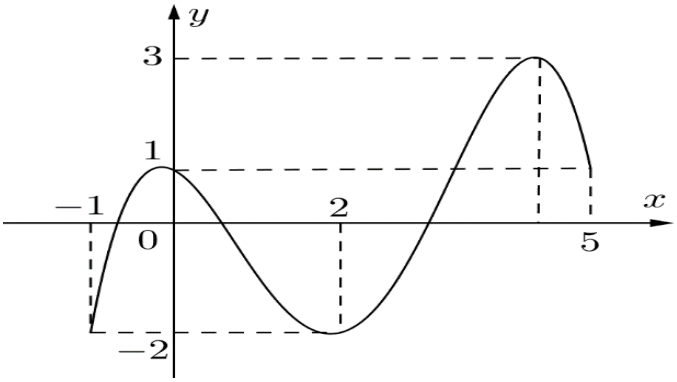
+ Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x.(x-1)^3.(x+2)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↗	CĐ	↘	CT	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\begin{cases} M = \max\limits_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ m = \min\limits_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1.$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y			$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là -3.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = 2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = 2$.

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

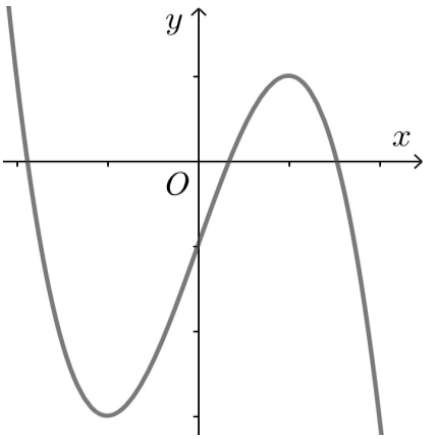
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty\end{array}\right\} \Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



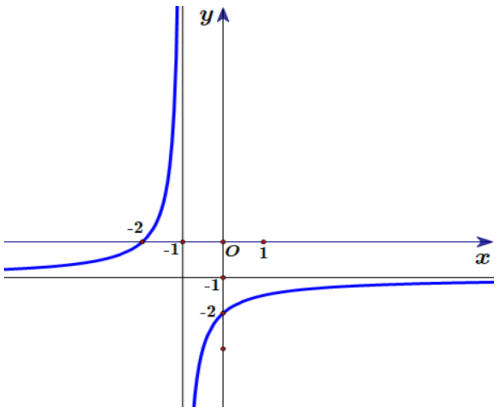
A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{-x^2+2x+3}{x-5}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a<0$ nên nhận đáp án $y=-x^3+3x-1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-1$ nên nhận đáp án $y=\dfrac{-x-2}{x+1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CB}$ nên suy ra $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(2;2;-1)$, $\vec{c}=(4;0;-4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ là

A. $\vec{d}=(-7;0;-4)$. **B.** $\vec{d}=(-7;0;4)$. **C.** $\vec{d}=(7;0;-4)$. **D.** $\vec{d}=(7;0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}=(1-2+2.4;2-2+2.0;3+1+2.(-4))=(7;0;-4)$

Câu 12. Cho ba điểm $A(0;1;2),B(1;2;3),C(1;-2;-5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$

Theo đề ta có $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$ nên suy ra

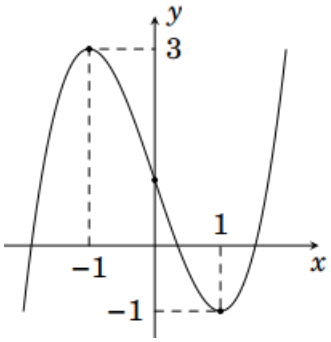
$$\begin{cases}1-x=-3+3x\\2-y=6+3y\\3-z=15+3z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=-3\end{cases}$$

Vậy điểm $M(1;-1;-3)$

Độ dài đoạn thẳng AM là $AM=\sqrt{(1-0)^2+(-1-1)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở ~~mỗi câu h~~ọc sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=-1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ là -1.

c) Hàm số $g(x)=f\left(x^2+\frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.

d) Hàm số $h(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng

a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x=1$.

Chọn SAI.

b) Từ đồ thị ta thấy $\max\limits_{[-3;0]} f(x)=f(-1)=3$.

Chọn SAI.

c) Ta có:

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 2x.f'\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=0\\f'\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+\frac{3}{4}=-1\\x^2+\frac{3}{4}=1\end{array}\right.\text{(vô nghiệm)}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $g'(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Từ đồ thị trên ta có: $\begin{cases} f(-)=3 \\ f(1)=-1 \\ f'(-1)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c+d=3 \\ a+b+c+d=-1 \\ 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=1 \end{cases}$

Vậy $f(x)=x^3-3x+1$

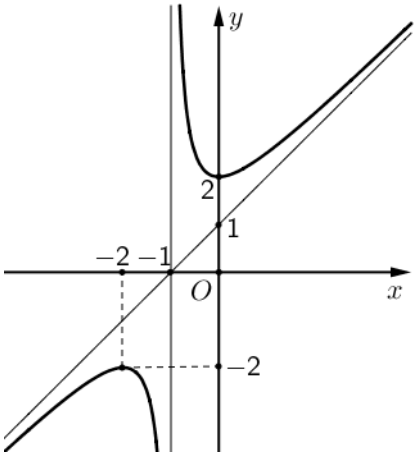
Ta có: $h(x)=\dfrac{f(x)-1}{x} \Leftrightarrow h(x)=x^2-3$

Xét $h'(x)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \Leftrightarrow x=0$

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, nên cũng nghịch biến trên khoảng $(-2024;-1)$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1;0)$.

d Gọi A,B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn a) Sai| b) Đúng| c) Đúng | d) Sai

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=-1$.

Chọn ĐÚNG.

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số cắt nhau tại điểm $I(-1;0)$ nên có tâm đối xứng là $(-1;0)$.

Chọn ĐÚNG.

d) Gọi $A(-2;-2)$ là điểm cực đại, $B\ (0;2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho, ta có:

$OA=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$, $OB=2$, $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

Từ đó : $p=\dfrac{OA+OB+AB}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}+2+2\sqrt{5}}{2}=1+\sqrt{2}+\sqrt{5}$

Theo công thức He-ron ta có $S_{\Delta OAB}=\sqrt{p\left(p-2\sqrt{2}\right)(p-2)\left(p-2\sqrt{5}\right)}=2$.

Chọn SAI.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC.

a) $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$.

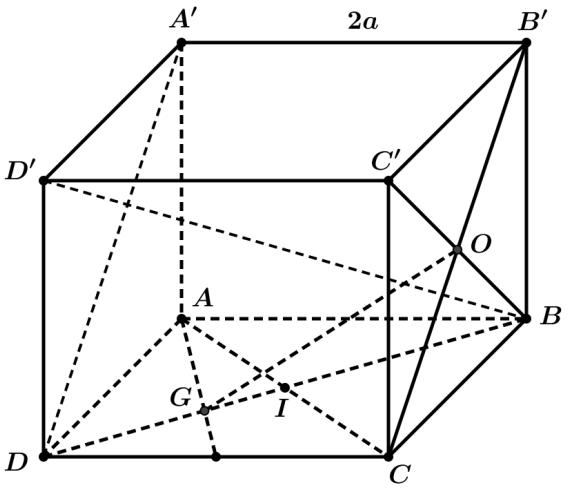
b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$.

c) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'}=2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng



a) Vì $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ nên ta có $\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD'}$ theo quy tắc hình hộp.

Chọn ĐÚNG.

b) Ta thấy $\overrightarrow{DA'}=\overrightarrow{CB'}$ nên góc $\left(\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{CB'},\overrightarrow{AC}\right)=180^\circ-\widehat{ACB'}$.

Vì $AC,\ B'C,\ AB'$ là đường chéo của các hình vuông bằng nhau nên $AC=B'C=AB'$

$\Rightarrow \Delta ACB'$ đều $\Rightarrow \widehat{ACB'}=60^\circ$. Vậy $\left(\overrightarrow{A'D},\overrightarrow{AC}\right)=180^\circ-\widehat{ACB'}=120^\circ$.

Chọn SAI.

c) Vì $\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC}=BD.BC.\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right)=2a\sqrt{2}.2a.\cos 45^\circ=4a^2$.

Chọn SAI.

d) Gọi $I=AC\cap BD$.

Vì G là trọng tâm tam giác ADC nên $DG=\frac{2}{3}DI=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}DB=\frac{1}{3}DB\Rightarrow BG=\frac{2}{3}BD$.

Ta có $\overrightarrow{GO}=\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{BG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD'}-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D=(5;10;1)$.

d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai| c) Đúng | d) Đúng

a) Tọa độ trọng tâm $G(x_G;y_G;z_G)$ của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1+2-4}{3} \\ y_G=\dfrac{2-1+7}{3} \\ z_G=\dfrac{-1+3+5}{3} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x_G=-\dfrac{1}{3} \\ y_G=\dfrac{8}{3} \\ z_G=\dfrac{7}{3} \end{cases}\Rightarrow G\left(-\frac{1}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right).$$

Chọn SAI.

b) Vì $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-3;4)\\ \overrightarrow{AC}=(-5;5;6)\end{cases}$. Ta có: $\frac{-2}{-5}\neq\frac{-1}{1}\neq\frac{2}{-3}\Rightarrow A,B,C$ không thẳng hàng

$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{1.(-5)+3.(-5)+4.6}{\sqrt{26}.\sqrt{86}}>0$ nên tam giác ABC có góc A là góc nhọn

Chọn SAI.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}2-1=-4-x_D\\-1-2=7-y_D\\3-(-1)=5-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-5\\y_D=10\\z_D=1\end{cases}\Rightarrow D(5;10;1).$$

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có $BA=\sqrt{26};BC=2\sqrt{26}$.

Gọi E là chân đường phân giác trong góc B ta có $\dfrac{EA}{EC}=\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow EC=2EA$.

Vì E là chân đường phân giác trong nên $2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}x_E=\dfrac{2x_A+x_C}{3}=-\dfrac{2}{3}\\y_E=\dfrac{2y_A+y_C}{3}=\dfrac{11}{3}\\z_E=\dfrac{2z_A+z_C}{3}=1\end{cases}$.

Vậy $E\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3};1\right)$.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-m+2\end{array}\right.$.

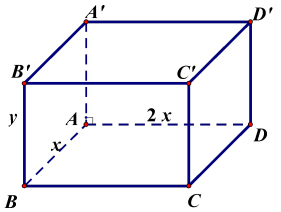
Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$ thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng $(-2;3)$ $\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2\neq-1\\-2<-m+2<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq3\\-1<m<4\end{cases}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 1,01



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Ta có thể tích bể cá $V = 2x^2 y$.

Theo đề bài, ta có $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

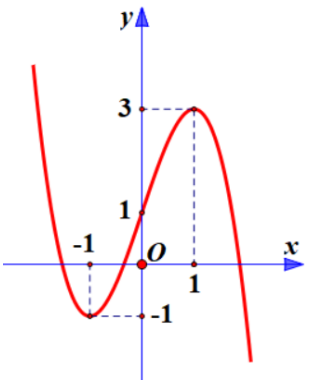
$\Leftrightarrow y = \dfrac{5-2x^2}{6x}$ (Điều kiện kiện $y > 0 \Leftrightarrow 5 - 2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{\dfrac{5}{2}}$)

$\Rightarrow V = 2x^2 \dfrac{5-2x^2}{6x} = \dfrac{5x-2x^3}{3} \Rightarrow V' = \dfrac{5-6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\dfrac{5}{6}}$.

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	$\nearrow$	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	$\searrow$	0

$\Rightarrow V_{\max} = \dfrac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01$ m^3.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, c, b, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(x^2-1)(x^2+x)}{[f(x)]^2 - 4f(x) + 3}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4

Xét tử: $(x^2-1)(x^2+x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(béi bËc 1)} \\ x = 1 & \text{(béi bËc 1)} \\ x = -1 & \text{(béi bËc 2)} \end{array}\right.$. $(*)$

Xét mẫu: $\left[f(x)\right]^2-4f(x)+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=3 \end{array}\right.$.

Với $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \text{(béi bËc 1)} \\ x=a<-1 & \text{(béi bËc 1)} \\ x=b>1 & \text{(béi bËc 1)} \end{array}\right.$.

Với $f(x)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & \text{(béi bËc 2)} \\ x=c<-1 & \text{(béi bËc 1)} \end{array}\right.$.

Suy ra $\left[f(x)\right]^2-4f(x)+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \text{(béi bËc 1)} \\ x=a<-1 & \text{(béi bËc 1)} \\ x=b>1 & \text{(béi bËc 1)} \\ x=1 & \text{(béi bËc 2)} \\ x=c<-1 & \text{(béi bËc 1)} \end{array}\right.$.

Kết hợp với $(*)$ suy ra: $x=a$; $x=b$; $x=1$; $x=c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Lời giải

Trả lời: 82

Trong 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml chứa $20.100=2000$ mg KOH.

Trong x ml dung dịch KOH với nồng độ 10 mg/ml chứa $x.10=10x$ mg KOH.

Dung dịch KOH có nồng độ là $C(x)=\dfrac{10x+2000}{x+20}$.

Ta có $C(x)=\dfrac{10x+2000}{x+20}$ xác định trên đoạn $[5;15]$.

$C'(x)=\dfrac{200-2000}{(x+20)^2}<0$, $\forall x \in [5;15]$.

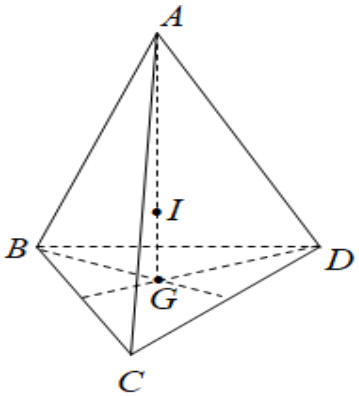
Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[5;15]$.

Vậy $\max\limits_{[5;15]} C(x)=C(5)=82$ mg/ml.

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.

Lời giải

Trả lời: 2,5



Gọi I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD, suy ra $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

Ta có $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG\perp(BCD)$, nên $AG=10$ cm và $IG\perp(BCD)$

Do đó khoảng cách từ I đến các mặt của nó là IG

Vì I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên ta có $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{ID}$ hay $\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DG}+3\overrightarrow{GI}=3\overrightarrow{GI}$, suy ra $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AG}$

Suy ra $IG=\frac{1}{4}AG=2,5$.

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1),N(2;3;4),P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 13

Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;2;3),\overrightarrow{QP}=(7-a;7-b;5-c)$.

$MNPQ$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}\Leftrightarrow\begin{cases}1=7-a\\2=7-b\\3=5-c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=5\\c=2\end{cases}$.

Vậy $Q(6;5;2)$. Suy ra $a+b+c=13$.

……Hết……