Лабораторная работа №5

Исследование характеристик звеньев САУ

Цель работы: исследование временных и частотных характеристик типовых звеньев систем автоматического управления (САУ) — пропорционального звена, интегрирующего звена, идеального и реального дифференцирующих звеньев, апериодического звена 1-го порядка и звена чистого запаздывания.

Исследование проводится при помощи программы схемотехнического анализа *Micro-Cap*, что позволяет осваивать основные приемы использования этой программы и ее возможности.

Задачи лабораторной работы

457798224. Получить временные характеристики указанных звеньев: переходную характеристику и импульсную характеристику.

457798225. Получить частотные характеристики указанных звеньев: логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ), логарифмическую фазо-частотную характеристику (ЛФЧХ) и амплитудно-фазовую характеристику (АФЧХ).

457798226. Определить основные параметры логарифмических амплитудночастотных характеристик: частоты сопряжения, величину наклона линейного участка ЛАЧХ, максимальный фазовый сдвиг ЛФЧХ и показать их связь с параметрами передаточной характеристики в операторной форме.

457798227. Построить асимптотические ЛАЧХ для рассмотренных звеньев САУ.

Введение

Для построения звеньев, имеющих передаточные функции в операторной форме, в *Micro-Cap* используются специальные типы источников – источники Лапласа (*Laplace Sources*). При построении исследуемых схем используется источник напряжения, управляемый напряжением – *LFVofV*. Передаточная функция этого источника записывается в виде *F(s)*, например, *1/(1+.001*s+1E-8*s*s)*. Запись передаточных функций в виде *F(s)* – это альтернативная (принятая в США) форма записи выражений в операторной форме, в которой вместо условного обозначения оператора Лапласа используется не p, а s.

Кроме того, специально для проведения лабораторных работ, в *MicroCap* выполнен набор функциональных блоков САУ, в которых передаточные функции уже заданы. Для их использования достаточно

указать параметры этих звеньев (коэффициент передачи K, постоянную времени TT или TAU, коэффициент затухания EE и т.п.). Этот набор функциональных блоков добавлен в версию *Micro-Cap,* которую можно скачать с кафедрального сайта.

При выполнении работы необходимо задать модель каждого из исследуемых звеньев двумя способами: источником *LFVofV* и соответствующим функциональным блоком.

Для исследования характеристик схем на вход подключается два функциональных источника NFV: генератор дельта-функции (задается параметром VALUE=Impulse(1E3)) и генератор ступенчатой функции (задается параметром VALUE=STP(1M)). Для обоих источников FREQ=1 (для возможности исследования поведения звена в частотной области).

Переключение источников осуществляется переключателем *S*. Это компонент *Animated SPDT Switch*, находящийся в разделе *Animation.* Переключение выполняется щелчком мыши по переключателю *S*.

Рабочее задание

1. Исследование пропорционального звена

1.1. Загрузить с сайта схему исследования пропорционального звена (рис. 5.1). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.1 приведен пример для 30-го варианта).

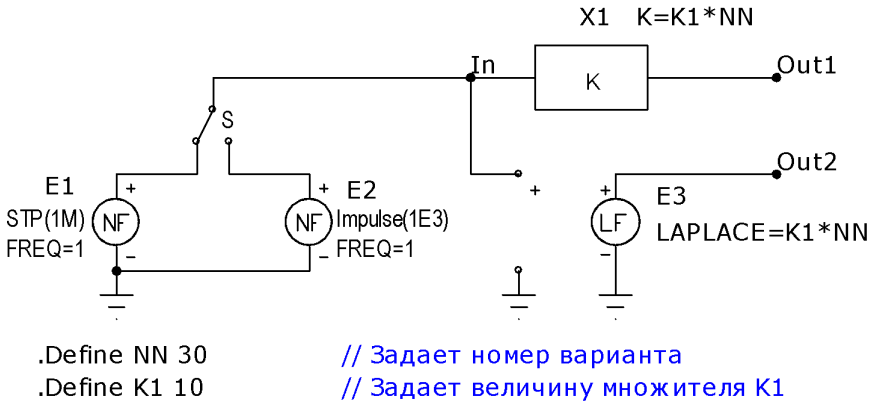


Рисунок 5.1 – Схема исследования пропорционального звена

1.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* к входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена (реакцию на единичную функцию). Время расчета 1 с. Максимальный шаг расчета 1 мс. На одном графике вывести зависимость напряжения от времени в узле *In*, на втором – в узлах *Out1* и *Out2*.

В заголовке графика указать группу и номер варианта. Для этого щелкнуть мышью по полю графика, в открывшемся окне выбрать вкладку *Plot* и исправить запись в поле *Title* (рис. 5.2).

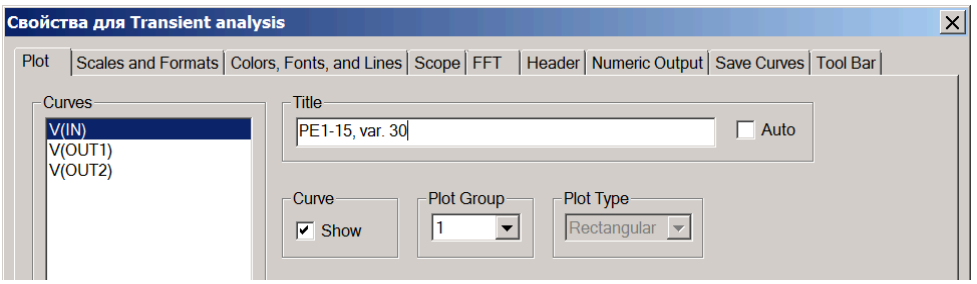


Рисунок 5.2 – Задание в заголовке графика номера группы и варианта

1.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* к входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику (функцию веса) исследуемого звена (реакцию на дельта-функцию). На одном графике вывести зависимость напряжения от времени в узле *In*, на втором – в узлах *Out1* и *Out2*.

1.4. В *режиме* анализа *AC* получить логарифмическую амплитудно-частотную (ЛФЧХ) и логарифмическую фазо-частотную (ЛФЧХ) характеристики исследуемого звена. Частотный диапазон 0.1 МГц–10 кГц, число точек 10001, шаг по оси частот логарифмический. Масштаб по оси *Y* для ЛАЧХ от 0 до 80 дБ, шаг сетки 20 дБ. Масштаб по оси Y для ЛФЧХ от -180° до 180°, шаг сетки 90°. Построения проводятся для циклической частоты ω, поэтому в поле *X Expression* задаётся выражение *2*PI*F.* Соответствующим образом корректируются границы частотного диапазона в графе *X range*.

В заголовке графика указать группу и номер варианта (так же, как в п. 1.1).

1.5. В режиме анализа *AC* получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента передачи *K1*. Для изменения коэффициента передачи *K1* использовать режим *Stepping* анализа *AC*. Установки: *Parameter Type: Symbolic, Method: List*. Семейство графиков получить для трех значений *K1*: 1, 10, 100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать X=100. На графиках текстовой надписью указать номер варианта. Перенести графики в отчет.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.* *Отключить степпинг.*

2. Исследование интегрирующего звена

2.1. Загрузить схему исследования интегрирующего звена (рис. 5.3). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.3 приведен пример для 30-го варианта).

2.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.

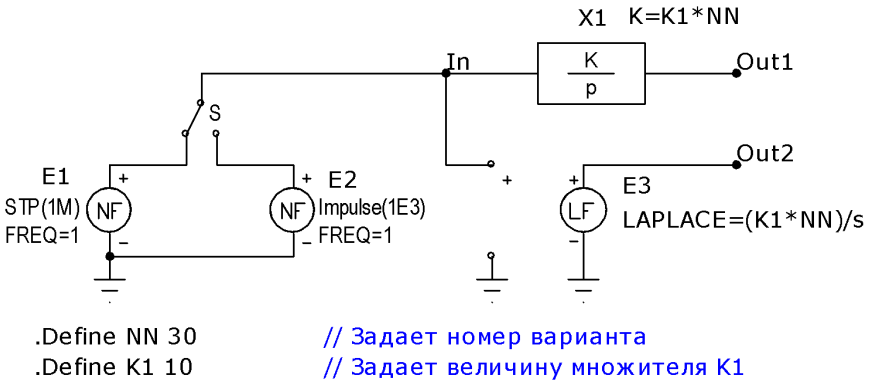


Рисунок 5.3 – Схема исследования интегрирующего звена

2.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

2.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

2.5. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при трех значениях коэффициента передачи *K1: 1, 10, 100.*

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать X=1 (координата X метки).

После копирования графиков в отчет **удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope***. *Отключить степпинг.*

2.6. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). По оси *X* задается действительная часть передаточной функции: *Re(V(OUT1)/V(IN))*. По оси *Y* задается мнимая часть передаточной функции: *Im(V(OUT1)/V(IN))*. При этом следует установить масштабы по осям: *X Range* — 1k,-1k,200; *Y Range* — 1k,1k,200.

3. Исследование идеального дифференцирующего звена

3.1. Загрузить схему исследования идеального дифференцирующего звена (рис. 5.4). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.4 приведен пример для 30-го варианта).

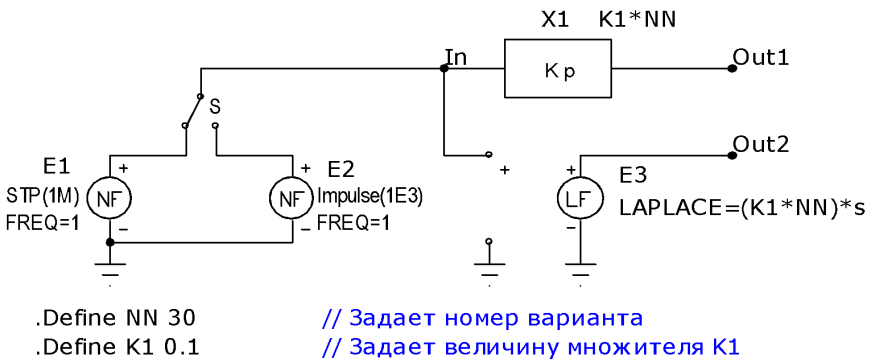


Рисунок 5.4 – Схема исследования идеального дифференцирующего звена

3.2. Переключателем S подключить источник *E1* ко входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена V(out1). В заголовке графика указать группу и номер варианта.

3.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена *V(out1)*.

3.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

3.5. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при значениях коэффициента передачи *K1:* 1, 10, 100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=1.

После копирования графиков в отчет **удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope***. *Отключить степпинг.*

3.6. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). При этом следует установить масштабы по осям: *X Range* — 1k,-1k,200; *Y Range* — 1k,1k,200.

4. Исследование реального дифференцирующего звена

4.1. Загрузить схему исследования реального дифференцирующего звена (рис. 5.5). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.5 приведен пример для 30-го варианта).

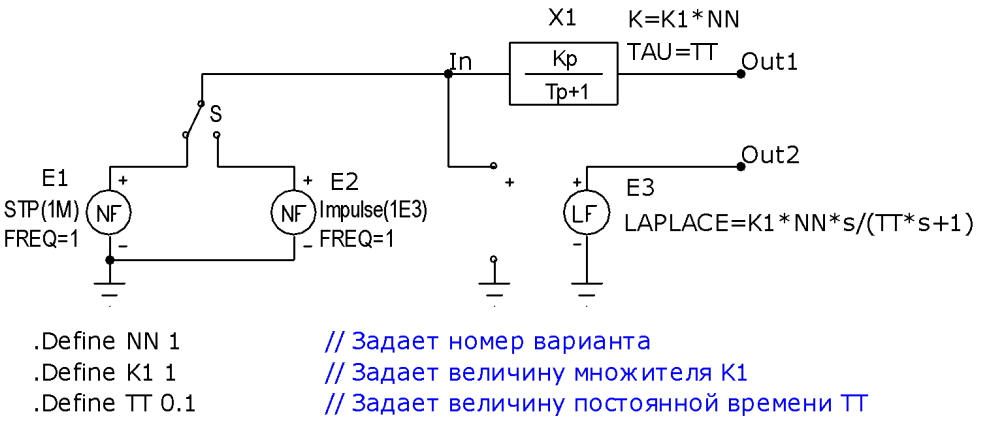


Рисунок 5.5 – Схема исследования реального дифференцирующего звена

4.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.

4.3. Подключить переключателем *S* источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

4.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

4.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования программы Micro-Cap.

Определить частоту ω_1 в точке пересечения асимптот (частоту сопряжения). Частоту определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученное значение частоты с теоретическим значением частоты сопряжения $\omega_1=1/TT$.

По ЛАЧХ определить величину фазового сдвига φ_1 на частоте сопряжения. Полученные результаты занести в отчет.

4.6. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при значениях коэффициента передачи *K1*: 0.1, 1, 10.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=1.

Сделать вывод о характере влияния коэффициента передачи *K1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена. **Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope*.**

4.7. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени *T1*: 0.01, 0.1, 1. (задать в степинге).

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток на ЛАЧХ задать *X*=100.

Сделать вывод о характере влияния постоянной времени $T1$ на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

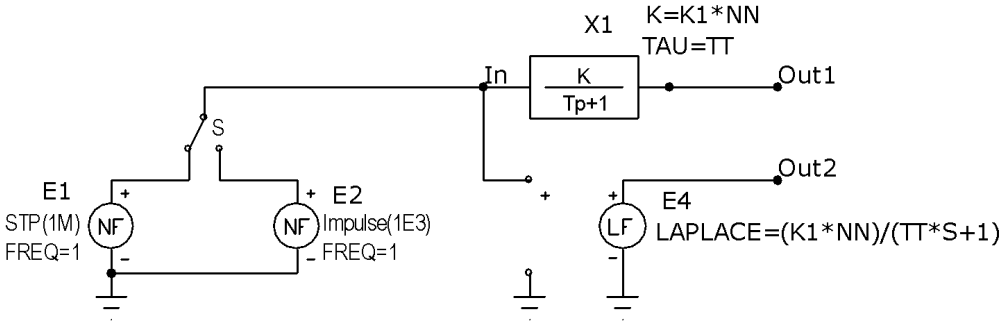
После копирования графиков в отчет **удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope***. *Отключить степпинг.*

4.8. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). При этом следует установить масштабы по осям: *X Range* — AutoAlways; *Y Range* — AutoAlways.

5. Исследование инерционного звена (апериодического звена первого порядка)

5.1. Загрузить схему исследования инерционного звена (рис. 5.6). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.6 приведен пример для 30-го варианта).

5.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.




```
.Define NN 30          // Задает номер варианта
.Define K1 1           // Задает величину множителя K1
.Define TT 0.1         // Задает величину постоянной времени TT
```

Рисунок 5.6 – Схема инерционного звена

5.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* ко входу *In* исследуемого звена. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

5.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

5.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования Micro-Cap.

Определить частоту ω_1 в точке пересечения асимптот (частоту сопряжения). Частоту определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученное значение частоты с теоретическим значением частоты сопряжения $\omega_1 = 1/TT$.

По ЛАЧХ определить величину фазового сдвига φ_1 на частоте сопряжения. Полученные результаты занести в отчет.

5.6. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента передачи *K1*. Семейство графиков получить для трех значений *K1*: 1, 10, 100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=1.

Сделать вывод о характере влияния коэффициента передачи *K1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

После копирования графиков в отчет **удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.***

5.7. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени TT. Семейство графиков получить для трех значений TT: 0.01, 0.1, 1.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток на ЛАЧХ задать *X*=100.

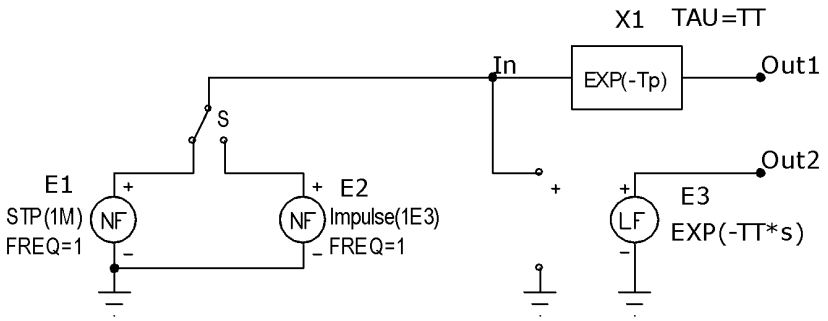
Сделать вывод о характере влияния постоянной времени $T1$ на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

После *копирования* графиков в отчет **удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.*** *Отключить степпинг.*

5.8. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). При этом следует установить масштабы по осям: *X Range* — AutoAlways; *Y Range* — AutoAlways.

6. Исследование звена чистого запаздывания

6.1. Загрузить схему исследования звена чистого запаздывания (рис. 5.7). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 5.7 приведен пример для 30-го варианта).




```
.Define NN 30          // Задает номер варианта
.Define TT 0.1         // Задает величину постоянной времени TT
```

Рисунок 5.7 – Схема исследования звена запаздывания

6.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.

Измерить время, через которое появляется выходной сигнал после прихода сигнала на вход. Сравнить полученное значение с параметром TT.

6.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

6.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. На отдельном графике построить ФЧХ звена (масштаб по оси частот — линейный). В заголовке графика указать группу и номер варианта. Сделать вывод о зависимости фазы коэффициента передачи от частоты звена чистого запаздывания.

6.5. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени TT. Семейство графиков получить для трех значений TT: 0.01, 0.1, 1.

6.6. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф).

Методические указания

Чтобы определить, какому именно графику соответствует каждое значение переменной, изменяемой в ходе выполнения *Stepping*, необходимо после выполнения анализа *Transient* и получения графика выполнить команду *Scope>Label Branches* (рис. 5.8).

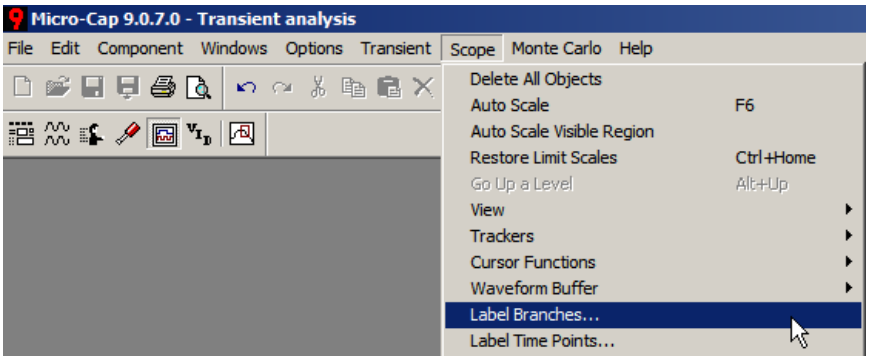


Рисунок 5.8 – Команда постановки меток на семейство графиков

В параметрах *Label Branches* указать значение *X,* на уровне которого нужно расставлять метки (рис. 5.9).

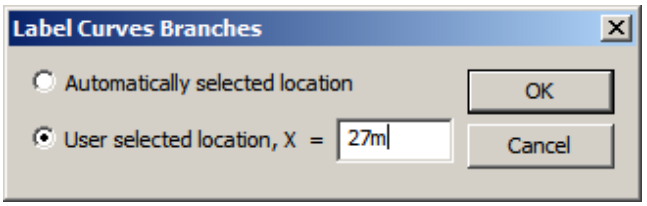


Рисунок 5.9 – Задание уровня вертикальной линии, на которой будут размещаться метки графиков

После построения графика необходимо отключить *Stepping*, поставив в окне многовариантного анализа *Stepping* флажок *Step It* в положение «*No*» и убрать с графика метки значений варьируемого параметра, выполнив команду *Scope>Delete All Objects* (см. рис. 5.8).

Контрольные вопросы

1. Что такое передаточная характеристика звена или системы?
2. Что такое переходная характеристика звена или системы?
3. Какой сигнал необходимо подать на вход звена или системы, чтобы получить переходную функцию (переходную характеристику)?
4. Какой тип анализа используется в Micro-Cap для получения переходной характеристики?
5. Что такое функция веса (характеристика веса)? Какое ещё название имеет эта характеристика?
6. Какой сигнал необходимо подать на вход звена или системы, чтобы получить функцию веса?

7. Какой тип анализа используется в Micro-Cap для получения функции веса?
8. Что такое амплитудно-частотная характеристика звена или системы?
9. Какой сигнал необходимо подать на вход звена или системы, чтобы получить амплитудно-частотную характеристику?
10. Какой тип анализа используется в Micro-Cap для получения амплитудно-частотной характеристики?
11. Чем отличаются амплитудно-частотная характеристика и логарифмическая амплитудно-частотная характеристика?
12. В каких единицах измеряется модуль коэффициента передачи при построении амплитудно-частотной характеристики и при построении логарифмической амплитудно-частотной характеристики?
13. Что такое фазо-частотная характеристика?
14. Какой сигнал необходимо подать на вход звена или системы, чтобы получить фазо-частотную характеристику?
15. Какой тип анализа используется в Micro-Cap для получения фазо-частотной характеристики?
16. В каких единицах измеряется сдвиг фазы при построении фазо-частотной характеристики?
17. Что такое амплитудно-фазовая характеристика? Какие еще названия имеет эта характеристика?
18. Какой сигнал необходимо подать на вход звена или системы, чтобы получить амплитудно-фазовую характеристику?
19. Какой тип анализа используется в Micro-Cap для получения амплитудно-фазовой характеристики?
20. Что откладывают по оси X и оси Y при построении амплитудно-фазовой характеристики?
21. Записать выражение, связывающее входной и выходной сигнал пропорционального звена.
22. Записать общий вид передаточной характеристики пропорционального звена в операторной форме.
23. Нарисовать общий вид переходной характеристики пропорционального звена.
24. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики пропорционального звена.
25. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики пропорционального звена.

26. Привести пример схемотехнической реализации пропорционального звена на пассивных компонентах.
27. Привести пример схемотехнической реализации пропорционального звена на активных компонентах.
28. Записать выражение, связывающее входной и выходной сигнал интегрирующего звена.
29. Записать общий вид передаточной характеристики интегрирующего звена в операторной форме.
30. Нарисовать общий вид переходной характеристики интегрирующего звена.
31. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики интегрирующего звена.
32. На какой частоте логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) интегрирующего звена пересекает ось 0 дБ?
33. Какой наклон имеет ЛАЧХ интегрирующего звена?
34. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики интегрирующего звена.
35. Какой поворот фазы обеспечивает интегрирующее звено?
36. Записать выражение, связывающее входной и выходной сигнал идеального дифференцирующего звена.
37. Записать общий вид передаточной характеристики идеального дифференцирующего звена в операторной форме.
38. Имеет ли идеальное дифференцирующее звено схемотехническую реализацию?
39. Нарисовать общий вид переходной характеристики идеального дифференцирующего звена.
40. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики идеального дифференцирующего звена.
41. На какой частоте логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) идеального дифференцирующего звена пересекает ось 0 дБ?
42. Какой наклон имеет ЛАЧХ идеального дифференцирующего звена?
43. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики идеального дифференцирующего звена.
44. Какой поворот фазы обеспечивает идеальное дифференцирующее звено?
45. Записать общий вид передаточной характеристики апериодического звена первого порядка в операторной форме.
46. Какое еще название имеет апериодическое звено первого порядка?

47. Нарисовать общий вид переходной характеристики апериодического звена первого порядка.
48. За какое время выходное напряжение апериодического звена первого порядка достигает 0.95 от установившегося значения, если на вход подано ступенчатое воздействие?
49. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики апериодического звена первого порядка.
50. Нарисовать общий вид асимптотической ЛАЧХ апериодического звена первого порядка.
51. На сколько дБ уменьшается модуль коэффициента передачи на частоте сопряжения?
52. Чему равен наклон участков асимптотической ЛАЧХ апериодического звена первого порядка?
53. Чему равна частота сопряжения асимптотической ЛАЧХ апериодического звена первого порядка?
54. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики апериодического звена первого порядка.
55. Чему равен поворот фазы в апериодическом звене первого порядка на частоте сопряжения?
56. Чему равны минимальный и максимальный повороты фазы в апериодическом звене первого порядка?
57. Привести пример схемотехнической реализации апериодического звена первого порядка на пассивных компонентах.
58. Записать общий вид передаточной характеристики реального дифференцирующего звена в операторной форме.
59. Нарисовать общий вид переходной характеристики реального дифференцирующего звена.
60. Чему равно максимальное значение выходного напряжения при построении переходной характеристики реального дифференцирующего звена?
61. За какое время выходное напряжение реального дифференцирующего звена достигает 0.95 от установившегося значения, если на вход подано ступенчатое воздействие?
62. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики реального дифференцирующего звена.
63. Нарисовать общий вид асимптотической ЛАЧХ реального дифференцирующего звена.
64. Чему равен наклон участков асимптотической ЛАЧХ реального дифференцирующего звена?

65. Чему равен модуль коэффициента передачи на горизонтальном участке асимптотической ЛАЧХ реального дифференцирующего звена?
66. Чему равна частота сопряжения асимптотической ЛАЧХ реального дифференцирующего звена?
67. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики реального дифференцирующего звена.
68. Чему равен поворот фазы в реальном дифференцирующем звене на частоте сопряжения?
69. Чему равны минимальный и максимальный повороты фазы в реальном дифференцирующем звене?
70. Привести пример схемотехнической реализации реального дифференцирующего звена на пассивных компонентах.
71. Записать общий вид передаточной характеристики звена чистого запаздывания в операторной форме.
72. Нарисовать общий вид переходной характеристики звена чистого запаздывания.

Теоретическое введение. Элементарные звенья систем автоматического управления

Математическое описание системы начинают с разбиения ее на звенья и составления математических моделей этих звеньев. При этом передаточные функции, временные и частотные характеристики, которыми описываются звенья, не учитывают их физической природы, т.е. рассматривается его математическая модель, а не реальное конструктивное исполнение и принципы работы звена. Очевидно, что при составлении математического описания системы целесообразно ориентироваться на математические модели звеньев стандартного вида, так называемые типовые звенья. Рассмотрим их основные характеристики.

Пропорциональное (усилительное, безинерционное, масштабирующее) звено – это звено, выходной сигнал которого пропорционален входному сигналу:

$$x_{вых}(t) = k \cdot x_{вх}(t),$$

где k – коэффициент усиления звена.

Операторное уравнение звена:

$$X_{вых}(p) = k \cdot X_{вх}(p),$$

а его передаточная функция:

$$W(p) = k.$$

Амплитудно-фазовая характеристика: $W(j\omega)=k.$

Соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики:

$$P(\omega) = k, \quad Q(\omega) = 0.$$

Амплитудно- и фазо-частотная характеристики звена:

$$A(\omega)=|W(j\omega)|=k, \quad \phi(\omega)=0. \qquad (5.1)$$

Переходная функция звена (рис. 5.10):

$$h(t) = k \cdot 1(t)$$

.

Логарифмическая АЧХ звена в соответствии с выражением для амплитудно-частотной характеристики (5.1):

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k)$$

.

Графики логарифмической амплитудно- и фазо-частотной характеристик приведены на рис. 5.11.

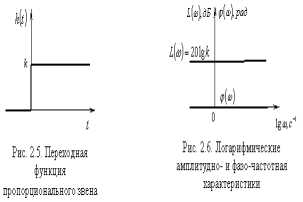


Рис. 2.5. Переходная функция пропорционального звена

Рис. 2.6. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики

Рисунок 5.10 – Переходная функция пропорционального звена

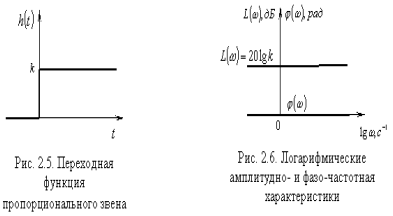


Рис. 2.5. Переходная функция пропорционального звена

Рис. 2.6. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики

Рисунок 5.11 – Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики

Примерами технической реализации пропорциональных звеньев являются потенциометр, полупроводниковый усилитель, зубчатая передача и т.п.

Интегрирующее звено — это звено, выходной сигнал которого пропорционален интегралу по времени от входного сигнала:

$$x_{вых}(t) = k\int_0^t x_{вх}(t)dt$$

.

Операторное уравнение, связывающее изображения входного и выходного сигналов звена: $X_{вых}(p) = \dfrac{k \cdot X_{вх}(p)}{p}$, а его передаточная функция:

$$W(p) = \frac{k}{p}$$

.

Амплитудно-фазовая характеристика звена (рис. 5.12):

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -j\frac{k}{\omega}.$$

Рисунок 5.12 – АФХ интегратора

Вещественная и мнимая и частотные характеристики:

$$P(\omega) = 0, \quad Q(\omega) = -\frac{k}{\omega}.$$

Амплитудно- и фазо-частотная характеристики:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega}, \qquad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}. \tag{5.2}$$

Логарифмическая АЧХ звена с учетом (5.2) описывается выражением:

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\omega.$$

Этому уравнению соответствует прямая линия с наклоном –20 дБ/дек. Логарифмическая ФЧХ не зависит от частоты и равна $-\frac{\pi}{2}$. Графики логарифмической амплитудно- и фазочастотной характеристик приведены на рис. 5.13.

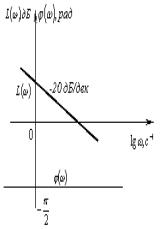


Рис. 2.8. Логарифмические амплитудно и фазо-частотная характеристики интегрирующего

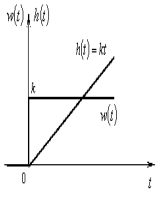


Рис. 2.9. Переходная функция и функция веса интегрирующего звена

Рисунок 5.13 – Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики интегратора

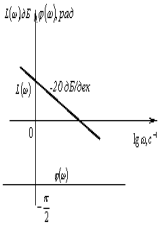


Рис. 2.8. Логарифмические амплитудно и фазо-частотная характеристики интегрирующего

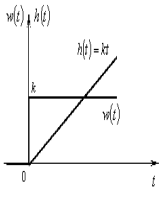


Рис. 2.9. Переходная функция и функция веса интегрирующего звена

Рисунок 5.14 – Переходная функция и функция веса интегратора

Выражения для переходной функции и функции веса интегрирующего звена (рис. 5.14):

$$h(t) = k \cdot t, \qquad w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = k \cdot 1(t).$$

Примеры технической реализации интегрирующего звена: усилитель постоянного тока с большим коэффициентом усиления, в цепь обратной связи которого включен конденсатор.

<u>Идеальное дифференцирующее звено</u> – это звено, выходной сигнал которого пропорционален производной по времени от входного сигнала:

$$x_{вых}(t) = k\frac{dx_{вх}(t)}{dt}.$$

Операторное уравнение, связывающее изображения входного и выходного сигналов звена:

$$X_{вых}(p) = kpX_{вх}(p),$$

а передаточная функция звена:

$$W(p) = kp.$$

Передаточная функция такого звена не удовлетворяет условиям физической реализуемости, поэтому звено называется идеальным.

Амплитудно-фазовая характеристика звена (рис. 5.15):

$$W(j\omega) = j\omega k.$$

Амплитудно- и фазо-частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = k\omega, \qquad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}.$$

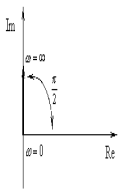


Рис. 2.10. АФХ идеального

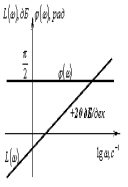


Рис. 2.11. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики

Рисунок 5.15 – АФХ идеального дифференцирующего звена

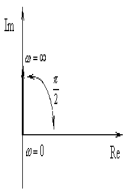


Рис. 2.10. АФХ идеального

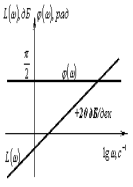


Рис. 2.11. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики

Рисунок 5.16 – Логарифмические амплитудно- и фазочастотная характеристики идеального дифференцирующего звена

Переходная функция звена:

$$h(t) = k\cdot\delta(t),$$ где $\delta(t)$ – дельта-функция.

Логарифмическая АЧХ звена описывается выражением (рис. 5.16):

$$L(\omega) = 20\lg k + 20\lg\omega.$$

Графики логарифмических амплитудно- и фазо-частотной характеристик дифференцирующего звена приведены на рис. 5.16.

Апериодическое звено первого порядка – это звено, выходной сигнал которого связан с входным сигналом следующим дифференциальным уравнением:

$$T\frac{dx_{вых}(t)}{dt}+x_{вых}(t)=kx_{вх}(t), \qquad (5.3)$$

где k, T – коэффициент усиления и постоянная времени звена соответственно.

Операторное уравнение звена:

$$TpX_{вых}(p)+X_{вых}(p)=kX_{вх}(p),$$

а передаточная функция

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1}.$$

Пример технической реализации апериодического звена первого порядка – RC-цепь, поскольку напряжение, приложенное к ней (входной сигнал), и протекающий в цепи ток (выходной сигнал), связаны между собой уравнением Кирхгофа вида (5.3).

Амплитудно-фазовая характеристика звена имеет вид:

$$W(j\omega)=\frac{k}{jT\omega+1}=\frac{k(1-j\omega T)}{T^2\omega^2+1}=\frac{k}{T^2\omega^2+1}-\frac{jk\omega T}{T^2\omega^2+1}.$$

Вещественная и мнимая частотные характеристики:

$$P(\omega)=\frac{k}{T^2\omega^2+1}; \qquad Q(\omega)=-\frac{k\omega T}{T^2\omega^2+1}. \qquad (5.4)$$

Складывая выражения (5.4), получим:

$$P(\omega)+Q(\omega)=\frac{k(1-T\omega)}{T^2\omega^2+1}. \qquad (5.5)$$

Возведя обе части выражения (5.5) в квадрат и прибавляя к обеим частям полученного равенства слагаемое $(k/2)^2$, получим:

$$\left(P(\omega)-\frac{k}{2}\right)^2+Q^2(\omega)=\left(\frac{k}{2}\right)^2. \qquad (5.6)$$

Из (5.4) – (5.6) следует, что АФХ звена имеет вид расположенной в четвертом квадранте полуокружности (рис. 5.17) с радиусом $k/2$, центр которой находится на

Рисунок 5.17 – АФХ апериодического звена 1-го порядка

действительной положительной полуоси в точке с координатами ($k/2$; 0).

В соответствии с формулой разложения переходная функция звена имеет вид:

$$h(t) = k\left(1 - e^{-t/T}\right).$$

Функция веса может быть найдена как:

$$w(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}.$$

Графики временных характеристик звена приведены на рис. 5.18.

Амплитудно- и фазо-частотная характеристики звена:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \qquad \varphi(\omega) = arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) = -arctg(T\omega). \quad (5.7)$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика звена

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{1 + \omega^2 T^2} \quad L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{1 + \omega^2 T^2}. \quad (5.8)$$

Предварительно построим приближенную характеристику $L(\omega)$ в низкочастотном диапазоне до ***частоты сопряжения*** $\omega = \frac{1}{T}$, пренебрегая в выражении (5.8) слагаемым, зависящим от частоты, так как оно много меньше единицы. В результате, получим:

$$L_1(\omega) = 20\lg k.$$

На графике (рис. 5.19) этому выражению соответствует прямая линия, параллельная оси частот. На частотах, много больших частоты сопряжения $\omega = \frac{1}{T}$, пренебрежем единицей. Тогда формула (5.8) приобретает вид:

$$L_2(\omega) = 20\lg k - 20\lg \omega T.$$

Так как частота по оси абсцисс откладывается в логарифмическом масштабе, то этому выражению соответствует прямая линия с наклоном 20 дБ/дек.

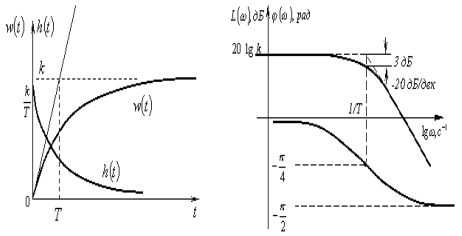


Рис. 2.13. Переходная функция и функция веса апериодического звена первого порядка

Рис. 2.14. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики апериодического звена

Рисунок 5.18 – Переходная функция и функция веса апериодического звена 1-го порядка

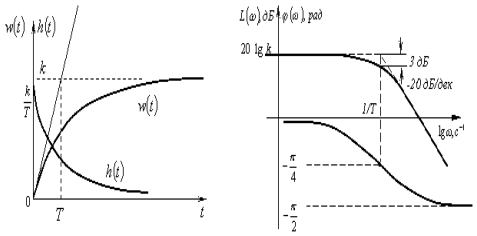


Рис. 2.13. Переходная функция и функция веса апериодического звена первого порядка

Рис. 2.14. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики апериодического звена

Рисунок 5.19 – Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики апериодического звена

Характеристику, составленную из прямолинейных отрезков $L_1(\omega)$ и $L_2(\omega)$, называют ***асимптотической***. Наибольшее отклонение асимптотической характеристики от точной получается на частоте сопряжения $\omega = \frac{1}{T}$: оно равно –3 дБ.

<u>Реальное дифференцирующее звено</u> – это звено, выходной сигнал которого связан с входным сигналом следующим дифференциальным уравнением:

$$T\frac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = k\frac{dx_{вх}(t)}{dt},$$

где k, T – коэффициент усиления и постоянная времени звена соответственно.

Операторное уравнение звена:

$$TpX_{вых}(p) + X_{вых}(p) = kpX_{вх}(p).$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{kp}{Tp+1}.$$

Частотные характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{kj\omega}{jT\omega+1} = \frac{kj\omega(1-Tj\omega)}{T^2\omega^2+1} = \frac{kT\omega^2 + jk\omega}{T^2\omega^2+1};$$

$$P(\omega) = \frac{kT\omega^2}{T^2\omega^2+1}; \qquad Q(\omega) = \frac{k\omega}{T^2\omega^2+1}. \tag{5.9}$$

Выражение для годографа $W(j\omega)$, полученное по (5.9) после преобразований, аналогичных тем, что были проделаны для

Рисунок 5.20 – АФХ реального дифференцирующего звена

апериодического звена первого порядка, имеет вид (рис. 5.20):

$$\left(P(\omega)-\frac{k}{2T}\right)^2+Q^2(\omega)=\left(\frac{k}{2T}\right)^2. \qquad (5.10)$$

Формально выражения (5.6) и (5.10) совпадают, но годограф $W(j\omega)$ реального дифференцирующего звена (рис. 5.20) находится в первом квадранте, так как знаки у мнимых частотных характеристик этих звеньев противоположны.

Остальные частотные характеристики:

$$A(\omega)=|W(j\omega)|=\frac{k\omega\sqrt{T^2\omega^2+1}}{T^2\omega^2+1};\qquad \varphi(\omega)=arctg\left(\frac{1}{T\omega}\right)=\frac{\pi}{2}-arctg(T\omega);$$

$$L(\omega)=20\lg k+20\lg\omega-20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}.$$

Графики логарифмических амплитудно- и фазо-частотной характеристик приведены на рис. 5.21.

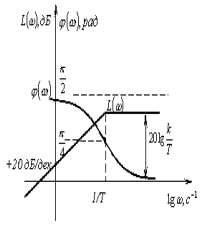


Рис. 2.16. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики реального

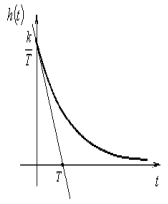


Рис. 2.17. Переходная функция реального дифференцирующего звена

Рисунок 5.21 – Логарифмические амплитудно- и фазочастотная характеристики реального дифференцирующего звена

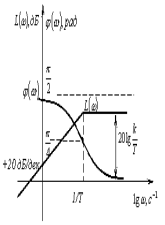


Рис. 2.16. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотная характеристики реального

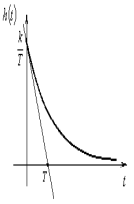


Рис. 2.17. Переходная функция реального дифференцирующего звена

Рисунок 5.22 – Переходная функция реального дифференцирующего звена

Переходная функция звена (рис. 5.22):

$$h(t)=\frac{k}{T}e^{-t/T}.$$

<u>Звено чистого запаздывания</u> – это звено, выходной сигнал которого полностью совпадает по форме с входным сигналом, но отстает от него на время т, т.е.

$$x_{вых}(t)=kx_{вх}(t-\tau).$$

На основании теоремы запаздывания: $X_{вых}(p)=X_{вх}(p)\cdot e^{-p\tau}$. Следовательно, передаточная функция звена имеет вид:

$$W(p)=e^{-\tau p},$$

где т – время запаздывания.

Частотные характеристики для звена чистого запаздывания:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) - j\sin(\omega\tau)\ ;$$

т.е. $P(\omega) = cos(\omega\tau)$ и $Q(\omega) = -sin(\omega\tau)$;

$$A(\omega) = 1, \qquad \phi(\omega) = -\omega\tau, \quad L(\omega) = 0.$$

На рис. 5.23 приведен график переходной функции звена, на рис. 5.24 – годограф АФХ, а на рис. 5.25 – логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики.

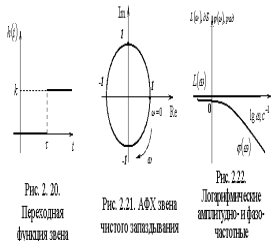


Рис. 2. 20. Переходная функция звена

Рис. 2.21. АФХ звена чистого запаздывания

Рис. 2.22. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные

Рисунок 5.23 – Переходная функция звена чистого запаздывания

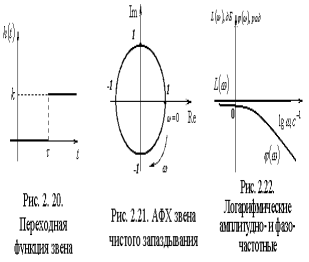


Рис. 2. 20. Переходная функция звена

Рис. 2.21. АФХ звена чистого запаздывания

Рис. 2.22. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные

Рисунок 5.24 – АФХ звена чистого запаздывания

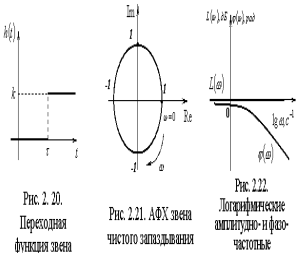


Рис. 2. 20. Переходная функция звена

Рис. 2.21. АФХ звена чистого запаздывания

Рис. 2.22. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные

Рисунок 5.25 – Логарифмические амплитудно- и фазочастотная характеристики звена чистого запаздывания