



**PROGRAMME OFFICIEL DE L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES AU SECOND CYCLE DE L'ENSEIGNEMENT
FONDAMENTAL**

Bamako, juin 1990

PROGRAMME CONDENSE DE MATHEMATIQUES

7^{ème} ANNEE

(7 Chapitres- 32 Leçons)

ALGEBRE :

I – NOMBRES NATURELS (ENSEMBLE $\mathbb{N}$)

- Comparaison des entiers naturels : utilisation des signes : $= : \neq : > : < : \geq : \leq$.
- Pratique des opérations dans $\mathbb{N}$ dans le système décimal à partir de problèmes pratiques de la vie courante : addition, multiplication, soustraction, exploitation de leurs propriétés, en particulier dans le calcul mental.
- Puissance d'un entier naturel. Opération sur les puissances.
- Pratique des caractères de divisibilité par 2 et 5 ; 4 et 25 ; 3 et 9 ; 10 etc...
- Nombres premiers. Décomposition d'un nombre non premier en un produit de facteurs premiers.

II – ENTIERS RELATIFS (ENSEMBLE $\mathbb{Z}$)

- Introduction non constructive : faire appel à des exemples de la vie courante (gain, perte, positions relatives de villes le long d'une route... etc.)
- Valeur absolue d'un élément de $\mathbb{Z}$.
- Les exemples d'introduction permettront de dégager les règles d'addition dans $\mathbb{Z}$ Multiplication dans $\mathbb{Z}$.
- Utilisation pratique des propriétés de la multiplication.
- Puissance d'entiers à exposants entiers positifs ou nuls. Opération sur les puissances.
- Comparaison de deux entiers relatifs.
- Ecriture conventionnelle des entiers relatifs. Utilisation dans les Opérations.
- Soustraction dans $\mathbb{Z}$.

III – NOMBRES DECIMAUX (ENSEMBLE $\mathbb{D}$)

- Adoption de l'écriture des nombres décimaux sous forme de nombres à virgule.
- Valeur absolue.
- Opérations : addition, soustraction, multiplication.
- Propriétés de ces opérations.
- Quotient à 0,1 près ; à 0,01 près ; à 0,001 près ; par excès et par défaut de la division de deux nombres naturels ou décimaux.

GEOMETRIE :

I – LA DROITE :

- La droite, le segment, la demi-droite.
- Longueur d'un segment, distance de deux points, milieu d'un segment,

- Médiatrice d'un segment : construction

II - REPERAGE :

- Repérage sur la droite graduée. Abscisse d'un point de la droite graduée.
- Repérage dans le plan (repérage d'un lieu de la classe, de la carte).

III – LE SECTEUR ANGULAIRE :

- Secteurs angulaires saillants et rentrants. Construction. Mesure à l'aide d'un rapporteur. Bissectrice d'un secteur angulaire. Construction, définition.
- Secteurs angulaires particuliers : Constructions.
- Secteurs angulaires saillants et adjacents.
- Secteurs angulaires complémentaires, supplémentaires, opposés par le sommet, alternes-internes, alternes-externes, correspondants

IV – LE CERCLE :

- Le cercle : construction-définition.
- Périmètre du cercle.
- Disque – Aire du disque.

PROGRAMME CONDENSE DE MATHEMATIQUES

8^{ème} ANNEE

(9 Chapitres- 44 Leçons)

ALGEBRE :

I. NOMBRES NATURELS (ENSEMBLE $\mathbb{N}$).

- Puissances à exposants entiers ou nuls de 10.
- Ecriture des nombres sous la forme $a \cdot 10^n$ ($a \in \mathbb{N}$; $n \in \mathbb{N}$). Utilisation de cette écriture dans les calculs sur les grands nombres.
- Puissances à exposants entiers naturels d'un nombre naturel.
- Diviseurs et multiples (exemples numériques seulement).
- Nombres premiers (rappels)
- Décomposition d'un nombre non premier en un produit de facteurs premiers.
- P.P.M.C. et P.G.C.D. Problèmes pratiques.
- Ensemble des diviseurs communs, des multiples communs à deux ou plusieurs nombres simples
- Ecriture par énumération des ensembles obtenus.
- Dans les cas plus complexes, utilisation de la décomposition des nombres en facteurs premiers.

II – NOMBRES DÉCIMAUX (ENSEMBLE $\mathbb{D}$).

- Puissances de 10 : 10^p avec $p \in \mathbb{Z}$
- Ecriture des nombres décimaux sous la forme $a \cdot 10^p$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $a \in \mathbb{D}$.

III – NOMBRES RATIONNELS (ENSEMBLE $\mathbb{Q}$)

- Notion de fraction ; fractions équivalentes ; nombre rationnel. Ce paragraphe doit faire appel uniquement à des exemples numériques.
- Calcul dans $\mathbb{Q}$: addition, soustraction, multiplication, produit d'une somme de rationnels par un rationnel, produit de deux sommes de rationnels, produits remarquables, factorisation, quotient d'un nombre rationnel a par un nombre rationnel $b \neq 0$.

-Notation $\frac{a}{b}$ (rapport).

- Pratique du calcul sur les proportions.
- Encadrement d'un nombre rationnel par un couple de décimaux ($a \cdot 10^p$; $(a + 1) \cdot 10^p$) avec a et p éléments de $\mathbb{Z}$.
- Sur des exemples, encadrement d'une somme, d'un produit, d'un quotient exact.
- Equation du premier degré à une inconnue.
- Inéquation du premier degré à une inconnue. Solution graphique.

GEOMETRIE

I. LA DROITE :

- La droite graduée. Abscisse d'un point de la droite graduée (Rappel).
- Mesure algébrique d'un bipoint et distance de deux points sur la droite graduée.
- Relation de Chasles. Abscisse du milieu d'un bipoint.
- Droites parallèles du plan : premières propriétés (avec démonstration) ; notion de direction.
- Droites perpendiculaires du plan : premières propriétés ; notion de directions orthogonales.

II – ANGLES :

- Mesure d'un angle.
- Somme de deux angles saillants.
- Somme des angles d'un triangle.

III – LE CERCLE :

- Secteur angulaire au centre, secteur angulaire inscrit.
- Arc et mesure d'un arc en degrés, en grades.
- Opérations sur ces mesures : addition, soustraction, multiplication par un entier naturel.

IV – LES POLYGONES :

A partir de propriétés choisies à cause de leur évidence, en faire appréhender quelques autres par voie déductive.

- Triangle, triangles particuliers, hauteurs, médianes, médiatrices, bissectrices intérieures et extérieures (cercle inscrit, cercle circonscrit).
- Quadrilatères croisés et non croisés. Diagonales.
- Parallélogramme, rectangle, losange, carré.
- Trapèze, trapèze isocèle, trapèze rectangle.

V – LES VECTEURS :

- Bipoints équipollents.
- Classe d'équivalence de bipoints équipollents : vecteurs.
- Vecteurs colinéaires.
- Addition de vecteurs. Propriétés.
- Multiplication d'un vecteur par un nombre. Propriétés.
- Mesure de la longueur d'un bipoint du vecteur. Norme d'un vecteur.

VI – LES PROJECTIONS :

Projections parallèles et orthogonales du plan sur une droite du plan.

-Image du milieu d'un segment.

-Distance dans le plan (d'un point à un point, d'un point à une droite, de deux droites parallèles).

PROGRAMME CONDENSE DE MATHEMATIQUES

9^{ème} ANNEE (5 Chapitres- 37 Leçons)

ALGEBRE

I- NOMBRES REELS (ENSEMBLE $\mathbb{R}$)

- Racine carrée d'un nombre positif.
- Calcul dans $\mathbb{R}$.

- Propriétés $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (a et b sont positifs).

-Opérations sur les radicaux.

-Encadrement d'un nombre réel par des couples de décimaux $(a \cdot 10^p ; (a+1) \cdot 10^p)$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

-Sur des exemples, encadrement d'une somme, d'un produit, d'un quotient exact, d'une racine carrée.

-Puissances à exposants entiers positifs ou nuls d'un nombre réel.

- Application linéaire.
- Application affine.

-Equation du 1er degré à deux inconnues.

-Système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Solution graphique.

-Inéquation du 1er degré à deux inconnues.

-Système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues. Solution graphique.

Ces équations et ces inéquations ne comporteront que des coefficients numériques. Elles seront utilisées dans la résolution de problèmes pratiques.

-Applications polynômes à une variable : degré d'un polynôme, exercices de calcul sur les polynômes.

-Exercices de factorisation sur les polynômes, applications à la résolution d'équations à une inconnue de degré supérieur à un.

-Fonction fraction rationnelle. Ensemble de définition, calcul de valeurs numériques.

-Exercices de simplification.

GEOMETRIE :

I – LE CERCLE :

- Positions relatives d'un cercle et d'une droite ; tangente.
- Longueur d'un arc mesuré en degrés, en grades et en radians.
- Passage d'une mesure en degrés à une mesure en radians et réciproquement.
- Aire d'un secteur circulaire

II – L'ANGLE :

- Relation entre la mesure d'un secteur angulaire inscrit dans un cercle et celle du secteur angulaire au centre correspondant.
- Mesure d'un angle en radians

III – EQUATION DE DROITE – VECTEUR – GÉOMÉTRIE MÉTRIQUE :

- Cosinus d'un angle aigu.
- Relations métriques dans le triangle rectangle.
- Relation de Pythagore et sa réciproque.
- Repère du plan – coordonnées cartésiennes d'un point.
- Coordonnées d'un vecteur. Composantes d'un vecteur.
- Equation d'une droite dans le repère cartésien.
- Problème de l'intersection de deux droites représentées par leurs équations.
- Repère orthonormé.
- Orthogonalité de deux vecteurs.
- Distance de deux points. Norme d'un vecteur.
- Condition de parallélisme de deux droites.
- Condition d'orthogonalité de deux droites définies par leurs équations dans un repère orthonormé.
- Trigonométrie pratique.

IV – LES APPLICATIONS DU PLAN DANS LE PLAN /

- Translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale.

COMMENTAIRES DES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES (Second Cycle Fondamental)

LA DROITE :

Au début du fondamental, on ne peut pas donner une définition rigoureuse de la droite, pas plus d'ailleurs que des sous-ensembles que sont le segment et la demi-droite.

Cependant, à l'aide d'activités appropriées, on peut amener les élèves à concevoir la droite comme un ensemble de points jouissant des propriétés suivantes : deux points suffisent à la déterminer ; elle possède une infinité d'éléments ; elle est illimitée.

A propos des segments, on pourra présenter un premier exemple de partition en géométrie, c'est-à-dire un classement des segments suivant leur longueur. La longueur apparaît ainsi comme une classe d'équivalence. On différencie les longueurs à l'aide de nombres appelés mesure d'une longueur à l'aide d'une certaine unité.

Les symboles 5cm, 7m, 5dm désignent des longueurs.

L'égalité $7,5 \text{ dm} = 75 \text{ cm}$ est une égalité entre deux ensembles.

Si les longueurs sont exprimées à l'aide de la même unité, elles peuvent être ordonnées grâce à l'ordre sur les nombres.

On dira alors qu'un segment $[AB]$ est plus grand qu'un segment $[CD]$ si la mesure de la longueur de $[AB]$ est plus grande que la mesure de la longueur de $[CD]$. Une unité de longueur étant choisie, la distance du point A au point B est le nombre qui mesure la longueur de $[AB]$ à l'aide de cette unité.

Le milieu d'un segment $[AB]$ est le point unique O de $[AB]$ qui partage $[AB]$ en deux

segments $[OA]$ et $[OB]$ de même longueur.

La droite graduée sera l'occasion d'utiliser le double décimètre ou les graduations du cahier pour placer dans un repère donné des points d'abscisses données, pour encadrer par deux nombres décimaux les abscisses d'un point choisi au hasard sur la droite.

L'étude des droites parallèles comprendra 3 niveaux d'approfondissement.

1^{er} niveau : la définition :

Deux droites d et d' du plan sont dites parallèles lorsqu'elles sont égales ou lorsque leur intersection est vide.

Cette définition ne doit pas être énoncée aux élèves « ex abrupto ».

Elle doit être la conséquence d'observations et de constructions diverses réalisées à l'aide des instruments de dessin géométrique, en particulier la construction qui consiste à faire glisser un côté de l'angle droit de l'équerre le long d'une règle.

2^{ème} niveau :

On peut conduire, à propos des droites parallèles, des raisonnements de type déductif fondés sur la propriété « par un point pris hors d'une droite, on peut mener une parallèle à cette droite et on ne peut en mener qu'une ».

Ainsi pourra-t-on établir les deux théorèmes :

- Si deux droites sont parallèles à une droite, elles sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles, toute droite qui coupe l'une coupe l'autre.

3^{ème} niveau :

Il s'agit d'acquérir le concept de direction et donc de classer les droites du plan en sous-ensembles de droites parallèles.

De même l'étude des droites perpendiculaires comprendra trois niveaux d'approfondissement :

1^{er} niveau - la définition :

Deux droites d et d' du plan sont dites perpendiculaires lorsqu'elles se coupent suivant un secteur angulaire droit.

2^{ème} niveau :

En se fondant sur la propriété : par un point on ne peut mener qu'une droite perpendiculaire à une droite, on pourra démontrer le théorème suivant : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles.

3^{ème} niveau :

Les élèves peuvent alors acquérir le concept de directions orthogonales.

A toute direction est associée de manière unique, une direction privilégiée dite direction orthogonale à la direction donnée.

Il est recommandé de mettre en évidence cette direction à partir de l'observation (observation du quadrillage d'une feuille de papier) et à l'aide du dessin géométrique.

La géométrie vectorielle permettra de donner une définition de la droite.

Etant donné deux points A et B , la droite (AB) est l'ensemble des points tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

Cette dernière propriété permet d'établir l'équation d'une droite dans un repère cartésien.

Tous les calculs qui concernent l'équation d'une droite, seront exécutés sur des valeurs numériques. En aucun cas ne devra intervenir un paramètre.

LE CERCLE :

L'étude du cercle donnera l'occasion d'utiliser règle graduée, compas et rapporteur dans des travaux pratiques au cours desquels les élèves détermineront des encadrements du périmètre du cercle et de la mesure de l'aire du disque et donc des valeurs approchées de π (π). Ces travaux pratiques devront leur permettre de construire sur un cercle des arcs dont la mesure est donnée en radians. On admettra que la mesure en degrés (resp. en radians r) est une fonction linéaire de la mesure en radians r (resp. en degrés d).

$$d = k r \text{ (rep. } r = k' \cdot d \text{)}$$

La constante k (resp. k') est déterminée dès lors que l'on connaît un couple (d, r) .

LE SECTEUR ANGULAIRE – L'angle :

Le concept d'angle doit être traité dans l'enseignement fondamental à plusieurs niveaux d'approfondissement.

Au début n'interviennent que des secteurs angulaires, c'est-à-dire des intersections ou des réunions de deux demi-plans dont les frontières sont des droites sécantes, des secteurs angulaires particuliers, le secteur angulaire nul, le secteur angulaire plat, le secteur angulaire plein et le secteur angulaire droit.

Le rapporteur permet d'associer à tout secteur angulaire une division bien déterminée qu'on appelle improprement une mesure en degrés du secteur angulaire. Il permet aussi de construire des secteurs angulaires de même mesure et donc de classer les secteurs angulaires suivant leurs mesures ; chacune des classes est un angle.

Ainsi le sigle 58° désigne un angle et si $\widehat{[0x, Oy]}$ désigne un secteur de cet angle, on

peut écrire $\widehat{x Oy} = 58^\circ$ où $\widehat{x Oy}$ désigne lui aussi l'angle de 58° .

LES POLYGONES :

Dans une première phase on donnera des définitions comportant le nombre minimal de propriétés définissant l'objet. Ainsi, un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Un losange est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur etc. Elle permettra aussi de conjecturer des propriétés importantes, par exemple :

- dans un parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur ;
- les diagonales se coupent en leur milieu.

Dans une deuxième phase on initiera les élèves au raisonnement déductif. Pour cela il conviendra de se fonder sur des propriétés admises pour leur évidence :

- par un point hors d'une droite, on ne peut mener qu'une parallèle à cette droite ;
- dans un parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur et réciproquement si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, c'est un parallélogramme ;
- si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, c'est un parallélogramme. De ces propriétés on peut en déduire de nombreuses autres, par exemple : le segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa longueur est la moitié de la longueur de ce dernier.
- Le milieu d'un segment se projette au milieu du segment projeté.
- Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Il n'est pas question, de dresser une liste exhaustive de ces propriétés et de démontrer chacune d'elles.

Il suffit de présenter aux élèves quelques exemples de démonstration en précisant avec soin les propriétés admises ou déjà démontrées sur lesquelles on s'appuyera pour conduire le raisonnement, en mettant en évidence les hypothèses et la conclusion, en dessinant à l'aide des instruments des figures géométriques soignées sur lesquelles on pourra éventuellement conjecturer.

On proposera ensuite aux élèves de conduire eux-mêmes des démonstrations faciles en s'inspirant des modèles donnés.

LES VECTEURS :

On dit que deux bipoints (A, B) et (D, C) sont équipollents et si $ABCD$ est un parallélogramme.

A ce propos on adjoindra aux parallélogrammes habituels les parallélogrammes aplatis et les parallélogrammes réduits à un point.

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ doit apparaître comme l'ensemble des bipoints équipollents à (A, B) . Chaque bipoint détermine un vecteur. A l'aide des propriétés du parallélogramme on établira que : deux vecteurs qui ont un bipoint commun sont égaux. Il en résulte que deux vecteurs qui n'ont aucun bipoint commun sont disjoints.

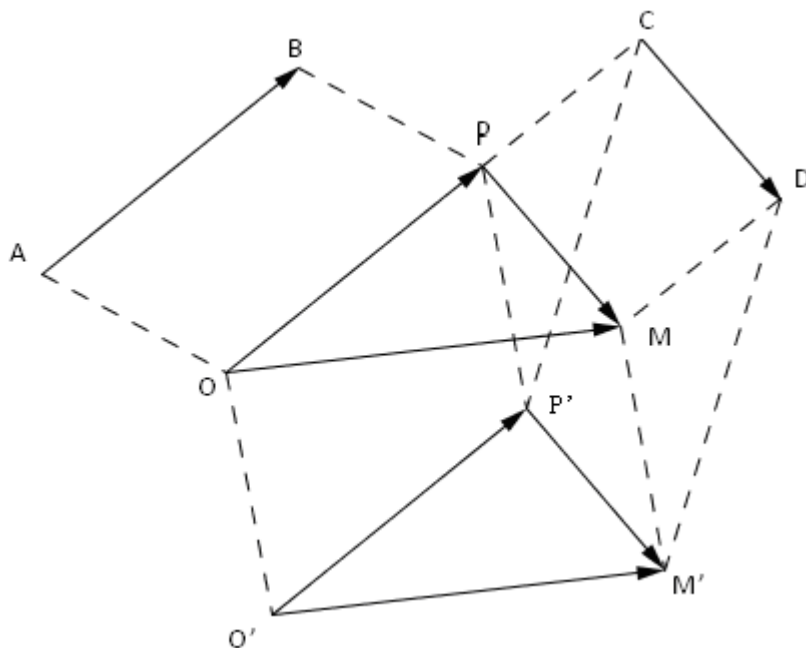
La réunion de tous les vecteurs du plan est l'ensemble des bipoints du plan.

Les vecteurs réalisent donc une partition de l'ensemble des bipoints du plan. On établira l'équivalence entre les deux égalités.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

ADDITION DE DEUX VECTEURS

A propos de l'addition de deux vecteurs, en s'appuyant sur cette équivalence, on démontre que le bipoint (O, M) obtenu en construisant le bipoint (O, P) équipollent au bipoint (A, B) et le bipoint (P, M) équipollent au bipoint (C, D) est équipollent au bipoint (O', M') obtenu par une construction analogue à partir d'un autre point O' .



Cette démonstration justifie l'égalité

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

Les propriétés de l'addition seront acquises à partir de nombreux exercices de calcul vectoriel.

MULTIPLICATION D'UN VECTEUR PAR UN REEL :

On expliquera la multiplication d'un vecteur par un réel en prenant des valeurs numériques simples pour ce réel.

$$2; -2; 3; -3; \frac{2}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{-3}{4} \text{ etc.}$$

Les propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel seront toujours établies avec des réels simples ; certaines se réduisent à des exercices de calcul numérique sur les abscisses de points dans une graduation donnée. C'est le cas de

$$(ab)\overrightarrow{v} = a(b\overrightarrow{v}); (a+b)\overrightarrow{v} = a\overrightarrow{v} + b\overrightarrow{v}; 1.\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}$$

Pour $a(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = a\overrightarrow{u} + a\overrightarrow{v}$ on doit faire appel à la propriété de Thalès.

COORDONNEES D'UN VECTEUR. NORME D'UN VECTEUR

Un vecteur étant un ensemble de bipoints équipollents, les **coordonnées** d'un vecteur et la norme d'un vecteur doivent apparaître comme des propriétés communes à tous ces bipoints. Dans un plan repéré on appellera coordonnées d'un bipoint (A, B) le couple de nombres

$(x_B - x_A; y_B - y_A)$ où $(x_A; y_A)$ sont les coordonnées de A, $(x_B; y_B)$ celles de B. Il suffit de démontrer que deux bipoints équipollents ont les mêmes coordonnées. Pour cela on pourra utiliser la propriété de la projection du milieu.

On pourra dès lors parler des coordonnées d'un vecteur. Les coordonnées d'un vecteur sont les coordonnées de l'un quelconque de ses bipoints.

Deux bipoints équipollents (A, B) et (D, C) définissent un parallélogramme ABCD.

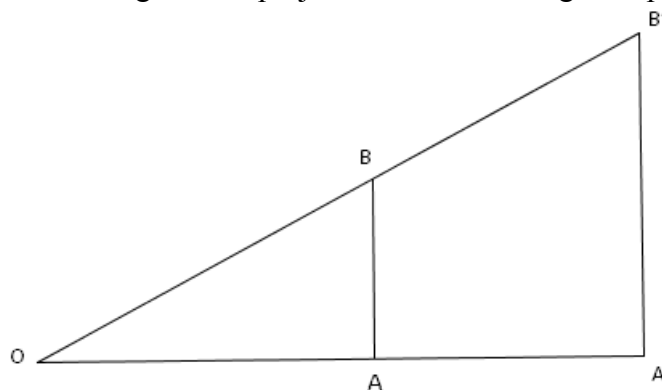
Les côtés $[AB]$ et $[DC]$ ont même longueur. C'est la mesure de cette longueur commune qu'on appelle la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$. On la note $\|\overrightarrow{AB}\|$

Le théorème de Pythagore permettra d'en donner une expression dans un repère orthonormé.

LES APPLICATIONS DU PLAN DANS LE PLAN :

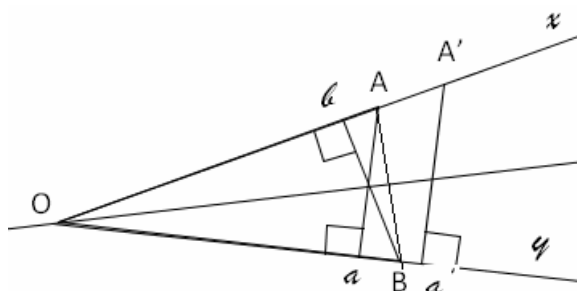
Dans ce chapitre il conviendra d'utiliser constamment le dessin géométrique, pour visualiser les applications du plan dans le plan citées au programme : la projection, la translation, la symétrie centrale, la symétrie orthogonale, l'homothétie.

On pourra admettre :
 - pour la projection,
 la propriété « le milieu d'un segment se projette au milieu du segment projeté »,



LA GEOMETRIE METRIQUE :

On définira ainsi le cosinus d'un angle aigu :



Sur les côtés $[Ox]$ et $[Oy]$ d'un secteur angulaire aigu on marque deux points A et B situés à une même distance de O.

La médiatrice de AB est axe de symétrie de la figure.

Soit a la projection orthogonale de A sur $[OY]$ et b la projection orthogonale de B sur $[OX]$. Dans la symétrie par rapport à d , A et B sont échangés, a et b aussi.

Le rapport $\frac{oa}{oA}$ est donc égal au rapport $\frac{ob}{oB}$

Ce rapport ne dépend que de l'angle $\widehat{xoy}$.

On l'appelle le cosinus de l'angle $\widehat{xoy}$ et on note $\cos \widehat{xoy}$.

Cette propriété permet d'établir très simplement la relation métrique $\overline{AB^2} = \overline{BC} \cdot \overline{BH}$ dans un triangle ABC rectangle en A , H désignant la projection de A sur $[BC]$.

Le théorème de Pythagore en résulte immédiatement. La réciproque est plus difficile à démontrer. On l'admettra après vérification expérimentale si on juge la démonstration trop difficile pour l'ensemble de la classe.

Si dans un triangle ABC , $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors ce triangle est rectangle en A .

Projection B en A' sur (AC) . Supposons A' différent de A . Le triangle BAA' est rectangle en A' donc on a : $A'B^2 + A'A'^2 = AB^2$.

D'autre part $BC^2 = AB^2 + AC^2$ et $BC^2 = A'B^2 + A'C^2$.

$$AB^2 + AC^2 = A'B^2 + A'C^2$$

$$AB^2 - A'B^2 = A'C^2 - AC^2$$

$$\begin{aligned} A'A'^2 &= A'C^2 - AC^2, \text{ soit en orientant la droite } (AC) \\ \overline{A'A'^2} &= \overline{A'C^2} - \overline{AC^2} = (\overline{A'C} + \overline{AC})(\overline{A'C} - \overline{AC}) \\ \overline{A'A'^2} &= (\overline{A'C} + \overline{AC}) \overline{A'A} \end{aligned}$$

A' étant supposé différent de A , $A'A \neq 0$.

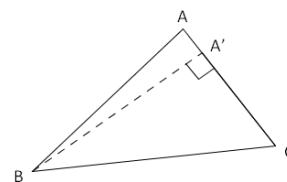
Divisons les deux membres par $\overline{A'A}$. On obtient : $\overline{A'A} = \overline{A'C} + \overline{AC}$

Or d'après la relation de Chasles $\overline{A'C} = \overline{A'A} + \overline{AC}$

$$\overline{A'A} = \overline{A'A} + \overline{AC} + \overline{AC}$$

$$0 = 2 \cdot \overline{AC} \text{ ce qui est impossible, donc}$$

nécessairement A' est confondu avec A .



LA TRIGONOMETRIE :

La trigonométrie pratique consiste à définir dans le triangle rectangle le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle, à établir les relations.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ et } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Les élèves ne disposant pas toujours de tables trigonométriques, on pourra leur faire construire un quart de cercle trigonométrique de rayon 1 dm que l'on partagera en arcs de 10° . Les élèves pourront ainsi avoir très simplement des valeurs approchées des rapports trigonométriques des angles de 0° à 90° .

Ils pourront s'initier à la lecture et à l'usage d'une table trigonométrique.

Ils devront savoir par cœur les rapports trigonométriques des angles remarquables, que ces angles soient exprimés en degrés ou en radians.

ENSEMBLE IN :

Une bonne motivation des opérations dans IN réside dans les problèmes de la vie courante.

En ce qui concerne leurs propriétés, il importe surtout de les faire fonctionner.

A ce titre on insistera à travers de nombreux exercices sur l'utilisation des parenthèses et sur la pratique du calcul mental, lequel doit être exploité chaque fois qu'un thème s'y prête

(identités remarquables, diviseurs et multiples communs, recherche de l'ordre de grandeur d'un résultat, calculs sur les nombres de la forme $a \times 10^n$ etc.)

Factorisation : Il importe de rappeler que la formule de distributivité de la multiplication :

$a \times (m + n) = am + an$ doit être lu dans les deux sens.

- de gauche à droite : c'est le développement du produit ;

- de droite à gauche : c'est la factorisation.

On accordera une importance particulière à des exercices de factorisation en deuxième et troisième année du second cycle fondamental.

Les systèmes oraux de numération en vigueur dans les ethnies ne permettent pas d'exprimer les grands nombres.

C'est pourquoi il convient que les élèves apprennent non seulement à écrire ces nombres. En particulier sous la forme $a \times 10^n$ ($a \in \mathbb{D}$, $n \in \mathbb{Z}$) mais aussi à les percevoir (problèmes de budget, de distances astronomiques, d'ères géologiques.

ENSEMBLE $\mathbb{Z}$

L'une des difficultés dans l'introduction de $\mathbb{Z}$ réside dans la distinction entre les signes opératoires et les signes prédicatoires (vocabulaire à ne pas utiliser dans l'enseignement fondamental) par exemple dans l'expression $a-b$, '-' est un signe opératoire tandis que dans l'expression $a + (-b)$ qui lui est égale, '-' est un signe prédicatoire qui signifie « opposé de ».

Il importe d'insister auprès des élèves sur le fait que $(-b)$ n'est pas nécessairement négatif, et à ce titre on continuera à le lire « opposé de » aussi longtemps que cela sera nécessaire.

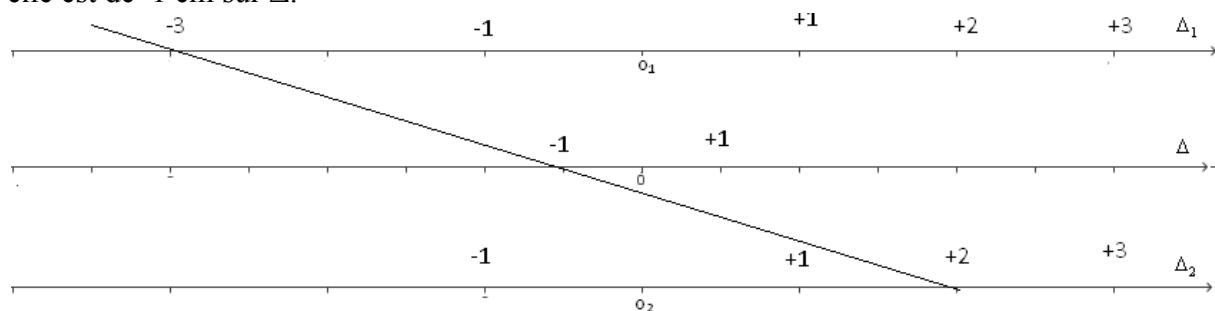
L'appellation traditionnelle de « règle des signes » dans la suppression de parenthèses du signe '-' sera avantageusement remplacée par « on ajoute l'opposé ».

Exemple : $a-(b-c+d) = a + (-b+c-d)$.

Addition dans $\mathbb{Z}$

On peut construire une « machine » à calculer la somme de deux entiers relatifs.

Considérons trois axes de même direction Δ_1 , Δ_2 , Δ , de même sens ; leurs origines respectives O_1 , O_2 , O sont sur la même perpendiculaire commune : enfin, l'unité sur Δ_1 et Δ_2 est 2cm, mais elle est de 1 cm sur Δ .



Mode d'emploi de la « machine »

Soit à ajouter -3 et +2. On pose le bord d'une règle sur le -3 de Δ_1 et le +2 de Δ_2 . On lit le résultat -1 sur l'axe Δ .

Multiplication dans $\mathbb{Z}$

1ère METHODE :

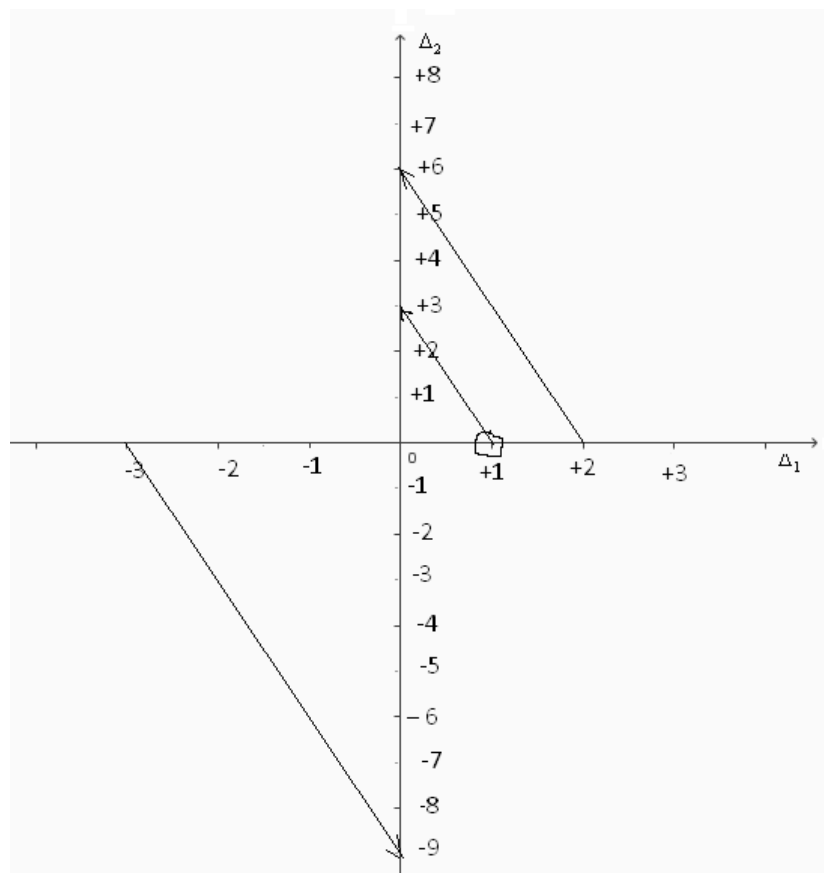
On peut construire une « machine » à calculer le produit de deux entiers relatifs.

Considérons deux axes perpendiculaires Δ_1 et Δ_2 ; sur Δ_1 portons à droite de 0, à partir de celui-ci, les entiers de signe « + » dans l'ordre croissant de leurs valeurs absolues et à gauche les entiers de signes « - » également dans l'ordre croissant de leurs valeurs absolues.

Nous procédons identiquement sur l'axe Δ_2 où les entiers de signe « + » sont à droite de 0 et les entiers de signe « - » à gauche.

Δ_1 est l'axe de départ

Δ_2 est l'axe d'arrivée
qui portera les produits.



MODE D'EMPLOI DE LA « MACHINE ».

Soit à effectuer une multiplication par +3, ceci est signifié par flèche $\xrightarrow{+3}$. +3 qui sera la flèche de référence. Demandons à la machine de fournir par exemple le produit (+2) (+3) : on construit par +2 la parallèle à la flèche de référence. Cette parallèle coupe l'axe d'arrivée en +6 ; +6 est le produit cherché ; alors (+2) (+3) = +6
de la même façon la machine nous fournit : (+3) (-3) = -9.

La flèche de référence serait $\xrightarrow{+1, -2}$ si le multiplicateur était -2.

Ainsi à l'aide de la « machine », nos constatations nous conduisent naturellement aux règles de multiplication de deux entiers.

- le produit de deux nombres du même signe est un nombre de signe + dont la valeur absolue est le produit des valeurs absolues.
- Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre de signe – dont la valeur absolue est le produit des valeurs absolues.

DEUXIEME METHODE :

Pour justifier des résultats tels que $(-4). (+3) = -12$ et $(-7).(-2) = 14$, on peut utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Par exemple : $(-4).(+3) + (+9). (+3) = [(-4) + (+9)] (+3)$

On sait calculer $(+9). (+3) = (+27)$.

$$[(-4) + (+9)] (+3) = (+5). (+3) = (+15)$$

Ce qui conduit à l'égalité :

$$(-4). (+3) + (+27) = (+15).$$

Ce qui nous contraint de poser :

$$(-4) . (+3) = -12$$

Il reste entendu qu'en ce qui concerne les propriétés de la multiplication, ce qui importe, c'est de les faire fonctionner et non pas d'en faire une théorie ennuyeuse au fondamental.

NOMBRES DECIMAUX. ENSEMBLE ID.

Les élèves arrivent du 1^{er} cycle avec des connaissances sur l'ensemble des décimaux. Il est donc superflu de faire une étude exhaustive de cet ensemble. On se bornera à contrôler que les élèves connaissent la signification de l'écriture d'un élément de $\mathcal{D}$ et savent faire les quatre opérations $\mathcal{D}$. On identifiera $\mathcal{D}$ à $\mathcal{D}^+$ et on prolongera à $\mathcal{D}^-$ à partir d'exemples simples comme le repérage sur un axe. On obtiendra ainsi l'ensemble ID.

NOMBRES REELS. ENSEMBLE IR.

En classe de deuxième année du second cycle fondamental, pour aborder les fractions décimales il faut se fonder sur les acquis concernant les fractions. Il est superflu de faire un développement de la leçon sur les fractions. Par exemple 3,53 peut être considéré comme la mesure d'une longueur en mètre. La mesure de cette longueur en centimètre est 353. Or le centimètre est le centième du mètre ; ce qui conduit à

remplacer 0,01 par $\frac{1}{100}$ (qu'on lit un centième). On pourra représenter la mesure de

longueur en mètre par $353 \times \frac{1}{100}$ qu'on écrit $\frac{353}{100}$ (353 centièmes). On en déduit que

$$\frac{353}{100} = 3,53$$

Un nombre rationnel doit être présenté comme élément d'une partition particulière de l'ensemble des fractions. Pour cela il suffit que les élèves sachent que par exemple $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ etc. représentent le même nombre rationnel. Les élèves se borneront à

Manipuler $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a, b, c, d tous différents de 0) équivalant à $ad = bc$.

En outre les nombres rationnels permettent d'introduire commodément la notion d'inverse. Il n'est pas nécessaire de s'appesantir sur les propriétés des opérations dans IR qui sont les mêmes que celles des opérations dans ID à l'exclusion de l'existence d'un inverse pour tout réel différent de 0.

Cette propriété peut être l'une des motivations de l'introduction de IR. Une autre motivation étant l'impossibilité de trouver un nombre rationnel, racine carrée exacte de certains nombres rationnels.

Les notions d'application linéaire et d'application affine doivent toujours être introduites à partir d'exemples puisés dans la vie pratique. En se fondant sur le calcul vectoriel, on justifiera le fait que les points obtenus dans une représentation graphique de ces fonctions sont alignés.

EQUATION :

Les notions d'équation et d'inéquation seront introduites à partir de situations concrètes. Les élèves savent en effet résoudre par des procédés dits « arithmétiques » certains problèmes. Il convient d'abord de leur présenter des problèmes de ce type que l'on formalisera à l'aide d'une équation, d'une inéquation.

Il faut être conscient qu'il y a deux niveaux de difficultés dans ce genre d'exercice.

- 1) – La formalisation d'un problème sous forme d'équation ou d'inéquation
- 2) – La résolution de l'équation ou de l'inéquation.

En ce qui concerne les équations de degré supérieur à 1 ; les acquis sur la factorisation des fonctions polynômes seront réinvestis dans la résolution de ces équations. Ils permettront en effet de mettre par exemple l'équation $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ sous la forme $(x-1)(x^2-1) = 0$; $(x-1)(x-1)(x+1) = 0$, où les facteurs sont du 1^{er} degré. Il convient de rappeler que : pour qu'un produit de facteurs soit nul, il suffit que l'un au moins des facteurs soit nul.

$$x - 1 = 0 \text{ soit } x = 1$$

$$x + 1 = 0 \text{ soit } x = -1$$

LES RELATIONS :

Les relations introduites dès la première année du second cycle ne doivent pas faire l'objet d'une étude spécifique, mais ils seront acquis à travers les différentes rubriques du programme, y compris la géométrie.

Ces relations seront remplacées par des symboles tels que : « , , $\mathbb{A}$, $\blacksquare$ »

Le mot « et » traduit en mathématiques la locution « à la fois » et non pas l'idée d'énumération.

Il est parfois interprété par une accolade. Par exemple, le schéma

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ x - y = 2 \end{array} \right. \quad \text{signifie}$$

que l'on doit trouver un couple (x,y) solution des deux équations à la fois.

A propos de l'ordre il suffit que les élèves sachent comparer deux nombres à l'aide des symboles $\leq$; $\geq$; $\neq$; $=$, et qu'ils connaissent des propriétés fondamentales telles que :

si $a \neq b$ et $b \neq c$ alors $a \neq c$;
 si $c \neq 0$ alors $a \leq b$ équivaut à $ac \leq bc$.