### ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

Дата <u>6.03.2023 г</u>. Группа: XKM 2/1. Курс: второй, семестр: IV

Дисциплина: Техническая механика

**Специальность:** 15.02.06 «Монтаж и техническая эксплуатация холодильно-компрессорных машин и установок (по отраслям)»

**Тема занятия:** Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в случае приложения сосредоточенной нагрузки

### Цель занятия:

*–методическая*– совершенствование методики проведения лекционного занятия; сочетание инновационных методов обучения с традиционной методикой преподавания;

-учебная – дать представление студентам об эпюрах поперечных сил и изгибающих моментов в случае приложения сосредоточенной нагрузки;

*—воспитательная*— воспитывать культуру общения с использованием специальной терминологии, усидчивость, внимательность, графические и аналитические способности, чувство гордости за выбранную профессию.

Вид занятия: лекция

Вид лекции: лекция-визуализация

**Форма проведения занятия:** объяснительно - иллюстративная **Междисциплинарные связи:** 

Обеспечивающие: Инженерная графика, Физика, Математика

*Обеспечиваемые:* Техническая механика, Детали машин, Курсовое и дипломное проектирование,

### Обеспечение занятия:

Техническое:

Методическое: иллюстративный раздаточный материал.

### Рекомендуемая литература

Основная литература:

- 1. Никитин Е.М. Теоретическая механика для техникумов. М.: Высшая школа, 2014
- 2.Олофинская В.П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий. Москва, Форум, Инфра M, 2014.
- 3. Аркуша А.И. Техническая механика. Москва, Высшая школа, 2013. Дополнительная литература:
- 1. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. М.: Высшая школа, 2012.

# **Тема:** Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в случае приложения сосредоточенной нагрузки (4 часа)

- 1. Подходы к построению эпюр внутренних силовых факторов
- 1. Дифференциальные зависимости между q, Q  $_{\mbox{\tiny V}}$ , M  $_{\mbox{\tiny Z}}$  Пример решения
- 2. Балки на двух опорах. Пример решения

## 1. Подходы к построению эпюр внутренних силовых факторов

Помимо рассмотренных в предыдущих лекциях и практических занятиях, можно выделить еще два подхода к построению эпюр.

В первом случае намечают не характерные сечения, а характерные точки, в качестве которых выделяют точки приложения сосредоточенных сил и моментов, а также точки начала и конца участков с распределенными нагрузками. Затем определяют величину внутреннего силового фактора слева и справа (бесконечно близко) от характерной точки. Другой возможный подход состоит в том, что балка разбивается на участки (с распределенными нагрузками и между точками приложения сил и моментов). Для каждого участка записывается выражение внутреннего силового фактора в общем виде как функции координаты z . Затем вычисляются значения на концах каждого участка.

Очевидно, что при обоих подходах, в конечном счете, все сводится к вычислению внутренних силовых факторов в характерных сечениях, то есть соответствует описанному выше способу, но требует дополнительной, как правило неоправданной, работы.

Правда, следует отметить, что запись общих выражений как функций от z удобна при программировании построения эпюр при помощи вычислительной техники.

Пример. Для заданной балки (рис. 1) требуется:

- 1. по характерным точкам построить эпюры Q и М;
- 2. из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать номер двутавра, если [ $\sigma$ ] = 160 МПа;
- 3. проверить прочность балки по касательным напряжениям, если  $[\tau] = 80$  МПа.

Исходные данные: F = 50 кH, q = 40 кH/м; M = 30 кH·м.

### Решение:

Определим реакции опор:

$$\begin{split} & \sum M_B = 0 \; ; \; F \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 1 + M - R_D \cdot 3 = 50 \; + 40 \cdot \; 2 + 30 = 3 \\ & R_D \; ; \; R_D = 53,3 \; \kappa H \\ & \sum M_D = 0 \; ; \; F \; \cdot \; 4 + R_B \; \cdot 3 - q \; \cdot \; 2 \; \cdot \; 2 + M = 0; \; 50 \; \cdot 4 - \; 40 \cdot \; 4 + 30; \; \; RB = -23,3 \; \kappa H \end{split}$$

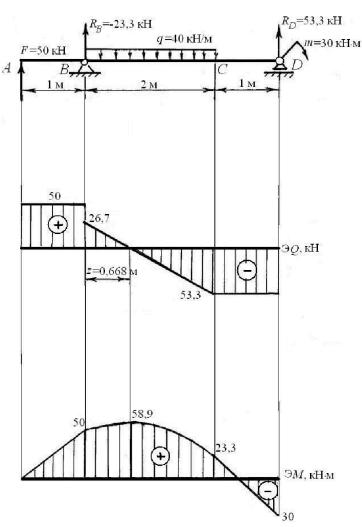


Рисунок 1 – Эпюра поперечных сил и изгибающих моментов

Реакция  $R_{\rm B}$  отрицательная, следовательно, сила направлена вниз. Можно сменить направление и знак у  $R_{\rm B}$ , а можно оставить направление силы и подставлять отрицательное значение. Остановимся на втором варианте.

Проверка: 
$$\Sigma = F_v = 0$$
,  $F + R_B - q \cdot 2 + R_D = 50 - 23,3 - 40 \cdot 2 + 53,3 = 0$ ;

Эпюры Q и M будем строить по характерным точкам.

Правила построения эпюры Q:

- 1. На участках с равномерно распределенной нагрузкой эпюра представляет собой наклонную прямую.
- 2. На участках, свободных от q эпюра представляет горизонтальную прямую.

- 3. В сечениях, где приложена сосредоточенная сила, эпюра делает скачек на величину этой силы.
- 4. Внешний момент не влияет на эпюру.
- 5. В концевых сечениях Q равна сосредоточенной силе, приложенной в этом сечении.

Построение эпюры Q производим слева направо. В концевом сечении AQ = F = 50 кH (п. 5). Знак положительный, так как сила поворачивает сечение по часовой стрелке. Знак положительный, так как сила поворачивает сечение по часовой стрелке. На участке АВ распределенная нагрузка (п.2), поэтому эпюра представляет собой горизонтальную линию. В сечении В эпюра делает скачек (п. 3) на величину силы R<sub>B</sub>. Сила R<sub>B</sub> фактически вниз И поворачивает сечение против часовой стрелки (отрицательная), поэтому отнимаем ее от значения  $F_{OR} = F + R_B = 50-23,3=26,7$ кН. Распределенная нагрузка поворачивает сечение против часовой стрелки, поэтому вызывает отрицательную силу Q. Согласно п. 1 на участке BC эпюра представляет собой наклонную прямую. Определим значение Ов сечении С

$$Q_C = F + R_B - q \cdot 2 = 50 - 23,3 + 40 \cdot 2 = -53,3 \text{ kH}$$

На эпюре Q проводим прямую, соединяющую точки  $Q_B$  и  $Q_C$ . Прямая пересекла нулевую линию. В точке пересечения Q=0, а M имеет экстремальное значение. Обозначим расстояние от начала q (точка B) до точки пересечения через zи определим его значение. Поперечная сила  $Q_{zB}$  этом сечении равна

$$Q_{zB}$$
= F+R $_{B}$  - q·z=50-23,3+40· z=0, z  $pprox$ 0,668 м

Дальнейшее построение эпюры Q выполняем справа налево. В сечении  $Q_D = -R_D = -53,3\,$  кH (п. 5). Знак «минус» берем потому, что сила  $R_D$  поворачивает сечение против часовой стрелки. Согласно п. 4 момент M не учитывается. На участке DC эпюра представляет горизонтальную прямую (п. 2).

Эпюра Q построена (рис. 1).

**Проверка:** Значения Q для левой и правой частей балки должны совпасть, если в этом сечении нет сосредоточенной силы, или различаться на величину силы, если она приложена. В сечении C нет сосредоточенной силы и значения Q совпадают.

Построим эпюру М.

Правила построения эпюры М по характерным точкам:

1. На участке, где равномерно распределенная нагрузка, эпюра представляет собой параболу дугой навстречу нагрузке.

- 2. На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра представляет собой наклонную прямую. В частном случае она может представлять собой горизонтальную прямую (сила Q на этом участке равна нулю).
- 3. В сечении, где приложен внешний момент, эпюра делает скачек на величину этого момента.
- 4. В концевых сечениях M = 0, если не приложен внешний момент m, и M = m, если внешний момент приложен.
- 5. В сечениях, где начинается или заканчивается распределенная нагрузка, если не приложена сосредоточенная сила, эпюра делает плавный переход (сопряжение) от прямой к параболе или наоборот. Если сила приложена, то сопряжения не будет. Это положение соблюдается при выполнении эпюры в масштабе.
- 6. В сечении, где эпюра Q пересекает нулевую линию, значение М экстремально.

Построение эпюры M будем выполнять слева направо. В сечении  $M_A = 0$  (п. 4). На участке AB эпюра представляет собой наклонную прямую (п. 2)

$$M_B = F \cdot 1 = 50 \text{ kH} \cdot \text{M}$$

Знак «плюс» взят потому, что сила F поднимает конец балки (не путать с правилом знаков для Q — по часовой стрелке и против). На эпюре M соединяем эти две точки прямой (рис.4). На участке BC эпюра изображается параболой дугой вверх (п. 1), а в сечении z=0,668 м имеет максимум (п. 6). Определим  $M_Z$  в этом сечении

$$M_Z = F \cdot (1+0,668) + R_B \cdot 0,668 - q \cdot 0,668^2 / 2 = 58,9 \text{ kHm}$$

Определим Мс:

$$M_{C}$$
= F · 3+  $R_{B}$  · 2- $q$  · 2 · 1=53,4 кНм

По трем полученным точкам проводим параболу дугой вверх так, чтобы при z = 0,668 м, был максимум (рис. 1).

Дальнейшее построение эпюры M выполняем справа налево. Согласно п. 4 в сечении  $DM_D = -m = -30 \ \mathrm{kH} \cdot \mathrm{m}$ . Момент m опускает конец балки D вниз, поэтому он отрицательный. На участке DC эпюра представляет собой наклонную прямую (п. 2).

$$M_C = -m + R_D \cdot 1 = -30 + 53,3 = 23,3$$
 кНм

По полученным значениям  $M_D$  и  $M_C$  на эпюре M проводим прямую (см. рис. 1). CM

Согласно п. 5 в сечении С должен быть плавный переход от прямой к параболе (при соблюдении масштаба).

Эпюра М построена.

**Проверка:** значения M для левой и правой частей балки должны совпасть, если в этом сечении не приложен внешний момент. В сечении C нет внешнего момента. Слева Mc=23,4 к $H\cdot M$ , справа Mc=23,3к $H\cdot M$ .

Расхождение в 0,1 к $H\cdot м$  вызвано округлением значений реакций опор до 0,1 кH. Если бы округлили до 0,01 кH, то расхождение составило бы 0,01 к $H\cdot м$ . Точность до 0,1 к $H\cdot м$  вполне достаточна. Эпюра M построена правильно.

Подберем двутавровое сечение.

$$W_x$$
= $M_{max}/[\sigma]$ =58,9·10³/160=368 cm³

Поскольку  $1 \text{м}^3 = 10^6 \text{ см}^3$ , то напряжение можно подставлять в формулу в МПа и результат получится в см³. По таблице сортамента находим № 27 Wx=371 см³.

## Задание для самостоятельной работы.

- 1. Краткий конспект лекции
- 2. Внимательно разобраться в примере расчета двухопорной балки по характерным точкам
- 3. Подготовить вопросы по моментам, которые вызвали затруднение при решении задачи

Фотографии конспекта и вопросов прислать в личном сообщении BK <a href="https://vk.com/id139705283">https://vk.com/id139705283</a>

На фотографиях вверху должна быть фамилия, дата выдачи задания, группа, дисциплина. Например: «Иванов И.И, <u>6.03.2023</u>, группа ХКМ 2/1, Техническая механика».