

Transformaciones II

Homotecia y Afinidad

ESQUEMA SEGUIDO EN LAS CLASES

Veremos el tema desde los blog de aula de Luis Pérez y Esther Alonso. En [uno618](#) y en [dibufirst](#). En [geogebra](#).

HOMOTECIA

Es una transformación **isomórfica**: la figura transformada conserva sólo la forma de la figura de partida, los **ángulos son iguales** y las **magnitudes proporcionales**. Se encuentra en la **homotecia** y la **semejanza**.

1. **CONDICIONES** en [uno618](#)

Partiendo de un punto O (centro de la homotecia) y un número real K (constante de la homotecia), se hace corresponder a un punto A otro A' alineados ambos con O de tal forma que se cumple:

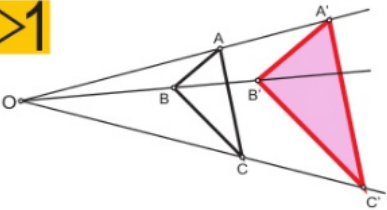
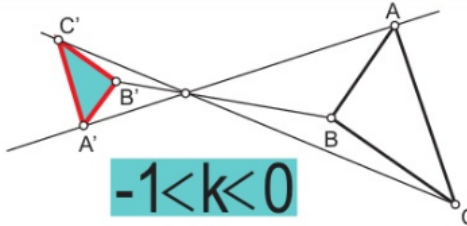
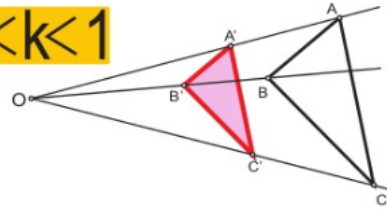
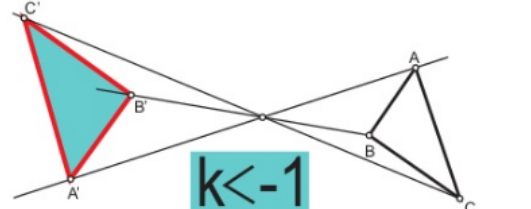
$$\frac{OA'}{OA} = K$$

Los invariantes (**elementos dobles**) en esta transformación son: el centro, las rectas que pasan por él y todos los puntos del plano en el caso de que la constante sea 1.

[VER GRÁFICO](#) Esther Alonso

la HOMOTECIA es un tipo especial de **semejanza entre figuras**, de forma que los vértices de la figura original y su transformada están alineados con un punto denominado centro de homotecia.

2. ELEMENTOS PROPIEDADES

HOMOTECIA	
RAZÓN	
LA RAZÓN entre dos segmentos homólogos en una homotecia es constante e igual a la razón de homotecia o coeficiente de homotecia.	$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ Según el valor de k, el tamaño de la figura transformada es mayor o menor que la original, y su posición es la misma que la inicial o queda invertida.
HOMOTECIA DIRECTA. k positiva $k > 1$ 	HOMOTECIA INVERSA. k negativa $-1 < k < 0$ 
$0 < k < 1$ 	$k < -1$ 

Ver presentación de [Juan Díaz Almagro](#)

- Centro de homotecia.
- K constante de homotecia.
- $+K$ y $-K$
- Si $K=1$. Identidad
- Si $K=-1$. Simetría central o giro de 180°
- Se forman dos figuras semejantes con razón de semejanza igual a K .
- Los lados de ambas figuras deben ser además paralelos entre sí, tanto si la homotecia es positiva como si es negativa.

3. CONSTRUCCIONES

- [De un triángulo \$K=2,5\$](#)
- Homotecia de un [polígono \$K= \frac{1}{2}\$](#) . En [youtube](#).
- Homotecia de un [hexágono \$K= \frac{2}{5}\$](#) . En [youtube](#).
- Homotecia [inversa](#) $K=-2$.
- Homotecia [de un polígono](#) $k= -\frac{3}{4}$
- Homotecia positiva de un [polígono con centro de homotecia en el centro del polígono](#).

4. HOMOTECIA DE CIRCUNFERENCIAS

- [Homotecia directa](#).
- Homotecia inversa.

Observa [el gráfico](#) y comprueba que:

1. Dos circunferencias cualesquiera **son siempre homotéticas** respecto a los centro de homotecia directo e inverso.
2. Los centros de homotecia entre circunferencias están alineados con los centros de éstas.
3. Los radios homotéticos son paralelos entre sí.
4. El **centro de homotecia directo** coincide con el punto de corte de la tangente común exterior y con la línea de centros.
5. El **centro de homotecia inverso** con el punto de intersección de dicha línea con la tangente común interior de ambas circunferencias.

EJERCICIO: Hallar los centros de homotecia directa e inversa de dos circunferencias. [Solución](#).

EJERCICIO: Algunos ejercicios de tangencias se pueden resolver por medio de homotecia. [Por ejemplo](#).

- Producto de homotecias. En el [canal de Nestor Martín Gulas](#) (**De ampliación**)

4. [PROBLEMAS](#)

AFINIDAD

1. DEFINICIÓN Y ELEMENTOS

La afinidad es una transformación ANAMÓRFICA: la figura transformada es totalmente diferente a la figura de partida. ([Ver generalidades](#))

En este curso vamos a definir afinidad como una transformación geométrica plana entre dos figuras que cumplen las siguientes características:

1. Sus puntos homólogos están alineados en rectas paralelas entre sí.
Dirección de afinidad.
2. Sus rectas afines (definidas por puntos afines), se cortan en un punto de una recta fija, denominada **eje de afinidad**.
3. **Razón de afinidad.** [Ver gráfico](#).

2. PROPIEDADES

- Si la dirección de afinidad es perpendicular al eje de afinidad se denomina **afinidad ortogonal**.
- La razón se considera negativa cuando los puntos afines se encuentran a un mismo lado del eje. Positiva a ambos lados del eje.
- La afinidad ortogonal $k=-1$ se transforma en una simetría axial cuyo eje es el eje de afinidad.
- Si $k=1$ la afinidad se transforma en identidad.

Visita [la web de Jose Antonio Cuadrado](#)

EJERCICIO: afinidad ortogonal de un cuadrado $k=1/3$. [Solución](#)

3. ELEMENTOS QUE DEFINEN UNA AFINIDAD

- Tres puntos y sus afines.
- Eje y una pareja de puntos afines. [Solución](#)
- Dos parejas de puntos afines y la dirección del eje.
- El eje, la dirección de afinidad y K .
- Dirección de afinidad, eje y un punto afín. [Solución](#)

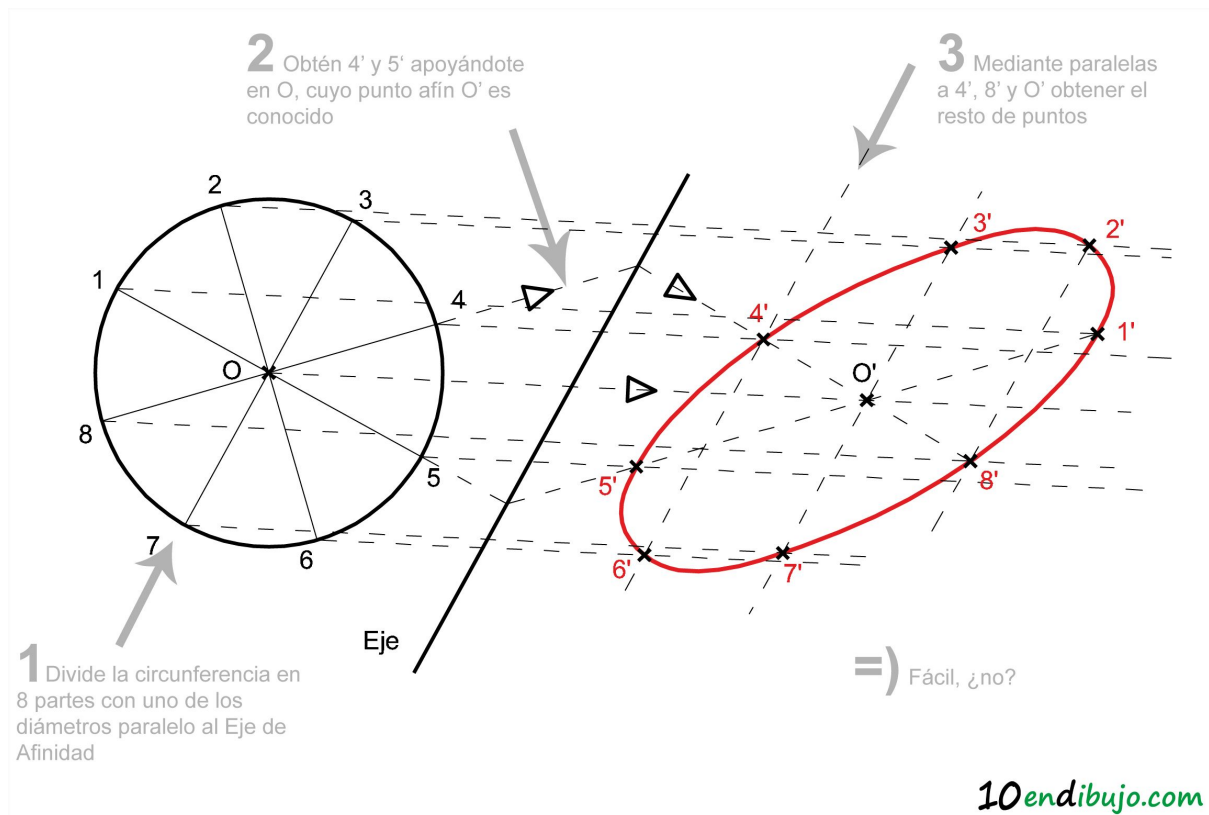
4. TRANSFORMACIÓN AFÍN DE UN POLÍGONO

- Triángulo afín de otro conocido el eje y el punto A' afín de A .
 - [Afinidad de un cuadrado](#).
 - Triángulo que corta al eje. Ver [ejercicio 1](#) de la lámina 2.
 - Cuadrado con lado paralelo al eje. [Ejercicio 2](#) de la lámina 2.
 - Triángulo afín de otro a un lado del eje. [Ejercicio 3](#) de la lámina 2.

PARA CASA: fig. 25 del libro

- Figura afín de un cuadrado que corta al eje y razón $k=3/2$.
- Figura afín de cuadrado $K=-1$.

5. TRANSFORMACIÓN AFÍN DE UNA CIRCUNFERENCIA (De ampliación)



- Afinidad de una circunferencia. En [geogebra](#). [Solución](#)
- Afinidad de una circunferencia con un punto contenido en el eje. [Solución](#). [Explicación](#).
- Afinidad ortogonal de una circunferencia. [Ejercicio](#).