**الجمهورية ا لجزائرية الدمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية** **امتحان بكالوريا تجربي للتعليم الثانوي**

**ثانوية *19* ماي *1956*** ***2013/2014*** **الشعبة *:***

**رياضيات, تقني رياضي.** **المدة *: 04* ساعات و *30* دقيقة**

## اختبار في مادة الرياضيات

---

**على التلميذ الإجابة على أحد الموضوعين التاليين *:***

## الموضوع الأول

### التمرين الأول

في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

نعتبر النقط $A$ و $B$ صور الأعداد $z_1$ و $z_2$ على الترتيب حيث : $z_1 = -1 + i$ و $z_2 = -i$ و ليكن $z$ عدد مركب حيث $z$ لاحقة النقطة $M$ و $z \neq -2i$.

نعرف العدد المركب $L$ كما يلي: $L(z) = \frac{z+1-i}{z+2i}$ .

1) أكتب $L(1-i)$ على الشكل المثلثي.

نضع $K = L(3\sqrt{3}+i)$. أحسب العدد $\left(\frac{6K}{1+3\sqrt{3}}\right)^{2011}$.

2) عين قيم $n$ من $N$ حتى يكون العدد $\left(\frac{6K}{1+3\sqrt{3}}\right)^{n}$ حقيقي.

3) عين مجموعة النقط من المستوي حتى يكون :

أ) $L(z)$ حقيقي.

ب) $L(z)$ تخيلي.

ج) $Arg(L(z)) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$.

### التمرين الثاني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(2; 0; 1)$ , $B(-2; 1; 0)$ , $C(1; -1; 4)$

1) أثبت أن النقط $A$ , $B$ و $C$ ليست في استقامية.

2) حدد طبيعة المثلث $ABC$ ثم أحسب مساحته.

3) بين أن $\vec{n}(2, 13, 5)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ ثم أكتب معادلته الديكارتية.

4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل $O$'' '' و يعامد $(ABC)$.

5) عين إحداثيات النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $O$ على المستوي $(AB)$ ثم أحسب المسافة $OH$.
6) أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

## التمرين الثالث

**I.**

**1)** حل في $Z \times Z$ المعادلة: $11x - 9y = 2$.

**2)** عين كل الأعداد الصحيحة $L$ التي تحقق:

$$\{L \equiv -1[9]\ L \equiv -3[11]$$

**3)** أوجد الرقمين $\alpha$ و $\beta$ بحيث يكون العدد: $A = 10\alpha009\beta$ قابلا للقسمة على 99

**II.**

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ من $N^* - \{1, 2\}$ :

$$1\times2\times3 + 2\times3\times4 + \ldots + (n-1)n(n-2) = \frac{n(n-2)(n^2-1)}{4}.$$

## التمرين الرابع

I. لتكن $g$ دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب:

$$g(x) = -3 - lnx + \frac{1}{x}$$

1) أدرس تغيرات الدالة $g$.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,45 \leq \alpha \leq 0,46$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

II. $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل لدالة $f$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث:

$$f(x) = e^{-x}(3 + lnx)$$

1) أ) أدرس نهاية $f(x)$ عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما: $f(x) = 3e^{-x} + \frac{lnx}{x} \times \frac{x}{x}$

ج) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى $\left(C_f\right)$.

2) أ) تحقق أنه من أجل كل $x$ من $]0, +\infty[$ :

$$f'(x) = e^{-x}.\ g(x)$$

ب)استنتج مما سبق دراسة تغيرات الدالة $f$.

ج) أحسب $f(\alpha)$ حيث : $\alpha = 0,45$.

*3)* أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة *1*.

*4)* أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$\{U_0$ حيث $_0 \quad 2U_{n-1} = U_n + 4022$ عدد حقيقي مجهول

1) ماهي قيمة الحد $U_0$ التي تجعل المتتالية $(U_n)$ ثابتة؟

نفرض أن المتتالية $(U_n)$ غير ثابتة و نعرف من أجل كل عدد طبيعي $n$ المتتالية $(V_n)$ كما يلي:

$$V_n = \frac{1}{2}\ _n - \alpha$$

2) عين قيمة العدد الطبيعي $n$ حتى تكون $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها؟

نفرض أن $\alpha = 2011$ و $U_0 = 6886$.

3) أكتب بدلالة $n$ عبارة المتتالية $(V_n)$.

4) بين أن $(V_n)$ متقاربة ثم أحسب نهايتها ثم استنتج النهاية: $U_n$.

5) أحسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.

**6)** أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S'_n = V_0 + \frac{2}{2011}\ _1 + \left(\frac{2}{2011}\right)^2 V_2 + \ldots + \left(\frac{2}{2011}\right)^n V_n$.

**7)** أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S''_n = \ _0^{\ 2} + V_1^{\ 2} + V_2^{\ 2} + \ldots + V_n^{\ 2}$

### التمرين الثاني

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(1; -1; 3)$ , $B(0; 3; 1)$ , $C(6; -7; -1)$ و $D(2; 1; 3)$ , $E(4; -6; 2)$.

1) أ) أوجد مرجح الجملة $\{(A, 2), (B, -1), (C, 1)\}$.

ب) استنتج $(T)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء حيث: $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2\sqrt{21}$ .

2) أ) بين أن النقط $A$ , $B$ و $C$ تعين مستويا.

ب ) أثبت أن المستقيم $(EC)$ عموديا على المستوي $(ABD)$ ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي $(ABD)$.

3) أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(EC)$.

ب) عين إحداثيات النقطة $F$ تقاطع المستقيم $(EC)$ و المستوي $(ABD)$.

4) برهن أن المستوي $(A)$ و المجموعة $(T)$ المعينة سابقا متقاطعان.
حدد العناصر المميزة لهذا التقاطع.

**التمرين الثالث**

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب $z$ حيث:

$$P(z) = z^3 - (4 + i)z^2 + (5 + 3i)z - 2 - 2i$$

أ) تحقق أن $1 + i$ هو جذر ل $P(z)$.
ب ) عين كثير الحدود $g(z)$ حيث :
$P(z) = (z - 1 - i)g(z)$.

$P(z) = 0$ . المعادلة $\mathbb{C}$ حل في مجموعة الأعداد المركبة ج )

2) نعتبر المستوي المركب المنسوب الى معلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ النقط $A$ ; $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1$,
$z_C = 1 + i$ , $z_B = 2$.
أ) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر $S$ الذي مركزه $B$ و يحول النقطة $A$ إلى $C$.

ب)أكتب العبارة المركبة للتشابه $S$.

ج) لتكن $M$ نقطة من المستوي حيث $M$ تختلف عن $B$ و $M'$ صورة $M$ بالتشابه $S$ .
❖ ما طبيعة المثلث $BMM'$.

**التمرين الرابع**

$f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = 1 - x\left(1 + e^{x^2-1}\right)$

و ليكن $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل لدالة $f$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) أ) أدرس تغيرات الدالة $f$.
ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا $f(-x) = f(x) - 2$ , ثم فسر هذه النتيجة هندسيا.
2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من المجال $]0.6, 0.7[$ ثم استنتج أن $e^{\alpha^2-1} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$.
3) بين أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معامل توجيهه $-4$ و يمر بالنقطة $A(0; 3)$ مماس للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند نقطة يطلب تعيين احداثياها.
4) أرسم $(\Delta)$ و $\left(C_f\right)$.
5) أ) أحسب بالتكامل بالتجزئة و بدلالة $\alpha$ التكامل $I_\alpha$ حيث:

$$I_\alpha = \int_\alpha^1 xe^{x^2-1}dx$$

ب) بين أن $I_\alpha = 1 - \frac{1}{2\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $I_\alpha$.

6) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $R$ ب: $h(x) = 1 + |x|(1 + e^{x^2-1})$.
أ) بين أن $h$ دالة زوجية و أعط طريقة لرسم المنحنى $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$.ب) أرسم $(C_h)$ في المعلم السابق.

**<u>ملاحظة:</u>** السؤال 5) خاص بقسم 3 رياضيات

**<u>بالتوفيق للجميع</u>**