

إختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

نعتبر زهري نرد كل منهما مرقم من 1 إلى 6، زهري النرد متطابقان في المظهر لكن أحدهما مزيف والآخر غير مزيف.

إحتمال ظهور رقم 6 بالنسبة لزهري النرد المزيف يساوي $\frac{1}{3}$. (النتائج تعطى على شكل كسور غير قابلة للاختزال).

1. نرمي زهري النرد غير المزيف ثلاث مرات على التوالي، ونرمز بـ X إلى المتغير العشوائي الذي يهتم بعدد المرات التي نحصل فيها على رقم 6.

أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب - تحقق أن، $P(X=2) = \frac{5}{72}$.

ج - عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ، أحسب أمله الرياضي.
2. نختار عشوائياً أحد زهري النرد، ثم نرمي زهري النرد المختار ثلاث مرات على التوالي. (الإختيار يكون متساوي الإحتمال)

نعتبر الحادثين التاليين: B "زهري النرد المختار هو زهري النرد غير المزيف"
 A "الحصول على رقم 6 مرتين بالضبط".

أ - مستعينا بشجرة الإحتمالات، أحسب إحتمال الحادثين التاليين:
"زهري النرد المختار غير مزيف والحصول على رقم

6 مرتين بالضبط"

"زهري النرد المختار مزيف والحصول على رقم 6

مرتين بالضبط"

ب - إستنتج أن: $P(A) = \frac{7}{48}$.

3. تحصلنا على رقم 6 مرتين بالضبط ما هو إحتمال أن يكون زهري النرد المختار مزيف.

التمرين الثاني: (4.5 نقطة)

1. أ - عين العددان المركبان المترافقان Z_1 و Z_2 :
$$\begin{cases} Z_1 - Z_2 = 2i \\ Z_1 - iZ_2 = (1 + \sqrt{3})(-1 + i) \end{cases}$$

ب - أكتب كل من Z_1 و Z_2 على الشكل الأسّي.

2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

أ - مثل النقط A ، B و C صور الأعداد z_1 ، $-i - \sqrt{3}$ و 2 على الترتيب . مع ترك أثر الإنشاء .

ب - عين العدد المركب z_0 لاحقة النقطة H منتصف القطعة $[AC]$.

ج - عين عمدة للعدد z_0 .

د - إستنتج قيمتي $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3. لتكن (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z^2 + 2\sqrt{3}z + 3| = 1$

- عين طبيعة (F) ، يطلب تحديد عناصرها المميزة .

4. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $(z - z_1)(\bar{z} - z_2) = (z - z_2)(\bar{z} - z_1)$

- عين طبيعة (E) ، يطلب تحديد عناصرها المميزة .

صفحة 1 من 2

التمرين الثالث: (4.5 نقط):

(u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{1}{u_n}\right)$

(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

(2) أ- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم إستنتج أنها متقاربة . عين نهاية (u_n)

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$$

(3) نعرف المتتالية (v_n) على $\mathbb{N}$ كما يلي :

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = v_n^2$

$$0 < v_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : ثم إستنتج نهاية المتتالية (v_n)

$$v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2^n}$$

ج) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n :

د) إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

(4) أحسب بدلالة n الجداء S_n حيث : $S_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (6.5)

I الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+2)e^{x-2} - 2$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2. أدرس إتجاه تغير الدالة g .

3. أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $1.44 < \alpha < 1.46$

ب - إستنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

(II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x^2 - x^2 e^{x-2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب على المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3. أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -x.g(x)$ ، f' الدالة المشتقة الأولى للدالة f .

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) تحقق أن $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. ليكن (P) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$.

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x^2) = 0$. ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب - أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (P) .

5. عين معادلة كل من المماسين (T) و (T') للمنحنى (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب .

6. أنشئ (T) ، (T') ، (C_f) و (P) .

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = -4x + m$.

بالتوفيق والسداد

صفحة 2 من 2

