

**Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії.
10 клас. Рівне, 25 січня 2019 року**

1.1 авбг

1.2 багв

1.3 г

1.4 б

1.5 г) Веста - це мала планета, всі інші назви зір

1.6. г) сузір'я – це уявна ділянка неба, всі інші – це реальні об'єкти

1.7 1-в, 2-а, 3-д, 4-г

1.8 1-д, 2-г, 3-б, 4-в

1.9 ні, ні, так, так, ні

1.10 ні, так, так, ні, так

2. Марс знаходиться у протистоянні. Це означає, що Сонце, Земля і Марс знаходяться в одній площині, яка перпендикулярна до

екліптики. Зобразимо всі три тіла в даній площині. Тут $\beta = 4,6^\circ$ згідно умови.

Знаючи кутовий діаметр Марса, можна знайти відстань між Землею і Марсом:

$d = \frac{D}{\delta}$, де D - діаметр Марса, δ - кутовий діаметр Марса в радіанах

$$\delta = \frac{13,9''}{3600} \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{13,9''}{206265} \quad d = \frac{6780 \cdot 206265}{13,9} \approx 100,8 \cdot 10^6 \text{ км} \approx 0,67 \text{ а.о.}$$

Знаючи відстань від Сонця до Землі $l_1 = 1$ а.о., відстань між Сонцем і Марсом l_2 , можна обчислити за теоремою косинусів $l_2^2 = l_1^2 + d^2 - 2l_1d \cos(180 - \beta) = l_1^2 + d^2 + 2l_1d \cos \beta$,

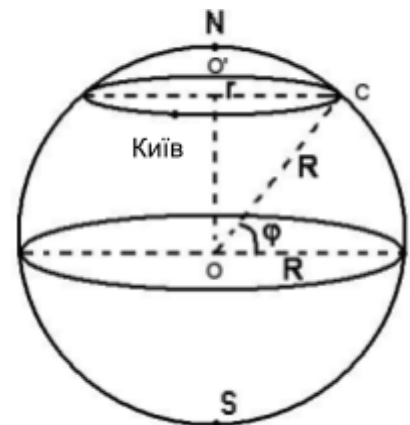
але з урахуванням того, що кут β дуже малий, і його косинус дуже близький до одиниці, отримаємо, що

$$l_2 = l_1 + d = 1,67 \text{ а.е.}$$

Шукана кутова відстань між Сонцем і Землею на небі Марса обчислюється з теореми

синусів: $\frac{l_1}{\sin \gamma} = \frac{l_2}{\sin(180 - \beta)}$. Звідси $\sin \gamma = \frac{l_1 \cdot \sin \beta}{l_2} \approx 0,048$. Тоді $\gamma \approx 2,8^\circ$.

3. Як відомо, місцевий час різний на різних меридіанах (географічних довготах) і $\Delta t = t_1 - t_2 = \lambda_1 - \lambda_2$ (якщо довготи виражені в одиницях часу). Потрібно оцінити кутову відстань $\alpha = \lambda_1 - \lambda_2$ між крайньою західною S_1 і крайньою східною S_2 точками Києва. З умови задачі $S_1S_2 = 56$ км. Для малих відстаней її можна вважати дугою кола S_1S_2 . Кутова відстань α пов'язана з довжиною дуги S_1S_2 наступним



чином: $\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{S_1 S_2}{2\pi r}$. Тут α вимірюється в градусах, а r – радіус малого кола – паралелі, на якій лежить Київ (широта $\phi \approx 50^\circ$). З малюнка, отримуємо $r = R \cdot \cos \phi$, де R – радіус Землі. Отже, $r = 6370 \cdot \cos 50^\circ \approx 4100$ км.

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot 56 \text{ км}}{2\pi \cdot 4100 \text{ км}} \approx 0,8^\circ$$

Оскільки одна година часу відповідає 15° в кутовій мірі, то різниця часу на різних кінцях

$$\Delta t = \frac{\alpha}{15^\circ} \approx 0,05 \text{ год}$$

Києва або приблизно 3 хвилини.

4. Визначимо період обертання супутника навколо Землі $T = \frac{2\pi r}{v}$; $\frac{mv^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$. Тоді

$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$ (1). Радіус орбіти складе $r = R_3 + h = 6780$ км. Тоді період обертання $T \approx 5550 \text{ с} \approx 1,54$ год. Однак не слід забувати, що сам спостерігач також обертається разом із Землею з періодом 24 години (або, якщо бути точним, 23 години 56 хвилин), отже, спостерігача і супутника можна розглядати як два тіла, що обертаються навколо одного і того ж центру. Тоді синодичний період обертання супутника по відношенню до спостерігача із Землі можна

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_3} \quad (2).$$

визначити з формули

(Або згідно законів обертального руху відносна кутова швидкість супутника і

$$\omega = \omega_c - \omega_3 = \frac{\Delta \phi}{S} \quad (3).$$

спостерігача на Землі. Кутові швидкості супутника і Землі відповідно

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}; \quad \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3}$$

Супутник випередить Землю на один оберт, отже $\Delta \phi = 360^\circ = 2\pi$. Після підстановки в (3), отримаємо ту ж формулу (2).)

$$S = \frac{T_c \cdot T_3}{T_c - T_3} \approx 5930 \text{ с}$$

З неї

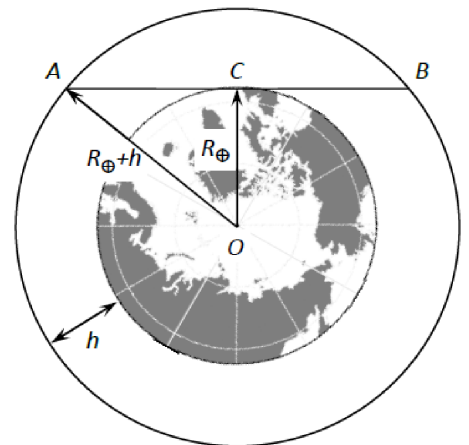
Отже, наприклад, кожні 5930 секунд супутник буде проходити через зеніт для спостерігача на екваторі Землі. Обчислимо, яку частину цього часу супутник буде перебувати над горизонтом спостерігача.

Розглянемо малюнок, на якому зображений вид Землі, де O – полюс. Якщо спостерігач знаходиться в точці C , то площа його горизонту буде відрізок AB . Отже, спостерігач може бачити супутник тільки тоді, коли він знаходиться на

$$\cos \angle AOC = \frac{R_3}{R_3 + h};$$

дузі AB . Знайдемо довжину цієї дуги в градусах. Очевидно, що

$\angle AOB = 2 \arccos \frac{R_3}{R_3 + h} \approx 39,55^\circ$. Тоді можна скласти пропорцію: повний оберт в 360° супутник проходить по відношенню до точки C за 5930 секунд, а, отже, $39,55^\circ$ - за 651 секунду, тобто майже за 11 хвилин. Саме стільки часу супутник можна буде спостерігати над горизонтом на екваторі.



5.

а) Місяць перебуває у фазі першої чверті. Тому в дні рівнодення під час заходу Сонця він знаходиться на півдні.

б) Повний оберт навколо Землі Місяць робить за 27,3 діб, рухаючись в тому ж напрямку, що і

добовий рух Землі. За добу він зміститься на $\frac{360^\circ}{27,3} \approx 13^\circ$ на схід. Отже, щоб бути в тому ж місці на небі Місяцю потрібно пройти ці 13° зі швидкістю добового обертання Землі. Земля робить повний оберт в 360° за 24 години (точніше за 23 год 56 хв – зоряна доба). 13° буде

пройдено за $\frac{13^\circ}{360^\circ} \cdot 24 \cdot 60 \approx 52$ хв. Отже в тому ж місці Місяць буде через 24 год 52 хв.

в) Через три тижні Місяць перебуватиме у фазі нового Місяця і буде знаходитися поблизу Сонця. Отже, під час заходу Сонця він теж буде знаходитися на заході. Через три тижні можливе сонячне затемнення.

6.

Використовуючи карту зоряного неба, знаходимо, що поблизу зеніту опівночі зоря α Лебеда знаходиться приблизно 1 серпня.

Оскільки дана зоря проходить поблизу зеніту ($h \approx 90^\circ$), то це означає, що вона перебуває у

верхній кульмінації. Згідно формули $h = 90^\circ - \varphi + \delta$ (1), де $\varphi = 50^\circ$, отримуємо, що схилення зорі $\delta \approx 50^\circ$ (знак наближено ставимо тому, що зоря не точно в зеніті). (наближене значення схилення зорі можна також знайти за картою зоряного неба).

Для всіх точок Землі на меридіані Києва, вона також буде кульмінувати, але на різних висотах. В умові сказано, що для іншого астронома вона кульмінує на горизонті, отже $h = 0$. Використання формули (1) приведе до відповіді $\varphi_1 = 140^\circ$, що неможливо, тому застосуємо

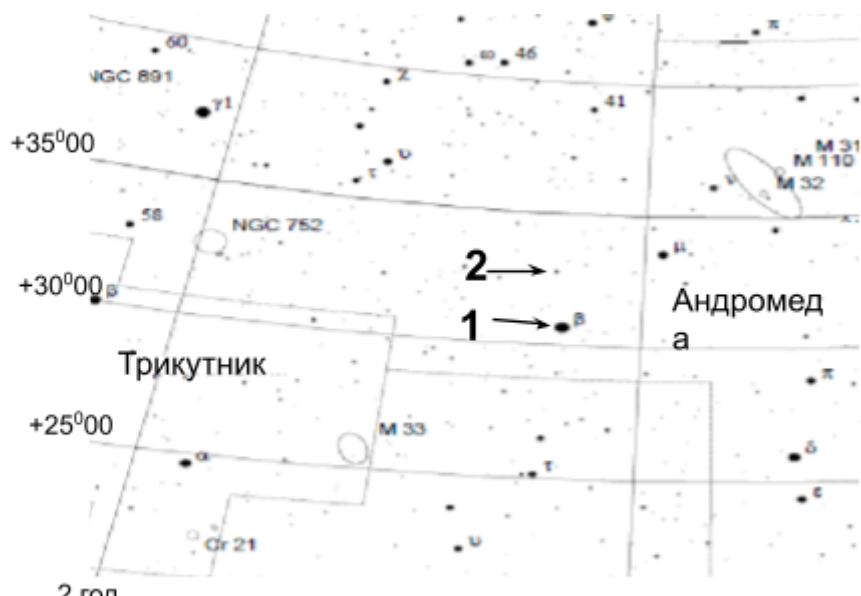
формулу $h = 90^\circ + \varphi - \delta$. З неї $\varphi_1 = -40^\circ$, отже астроном знаходиться в південній півкулі на широті 40° пд.ш. (Це можна визначити без використання формул: Оскільки обидва астронома спостерігають одну й ту ж далеку зірку, то напрямок на неї з обох міст має збігатися. Однак в Києві цей напрям збігається з напрямком радіуса Землі, проведеного до міста, а в іншому місті перпендикулярно до нього. Отже, радіуси, проведені до Києва і іншого міста перпендикулярні один до одного, а значить широта відрізняється на 90° . А оскільки міста знаходяться на одному меридіані, то астроном знаходиться в південній півкулі на широті 40° пд.ш.)

Знаючи з курсу географії, що довжина дуги меридіана в 1° становить 111 км (або обчислимо, що довжина всього меридіана $l = 2\pi R = 6,28 \cdot 6371 = 40009,9$ км, що відповідає 360° . Тоді 1° відповідає $40009,9/360 \approx 111$ км.), отримуємо, що відстань між містами $90 \cdot 111 = 9990$ км.

7.

За фрагментом карти зоряного неба можна визначити кутову відстань між двома точками на малюнку. Для цього співставимо карту і малюнок і знайдемо дві зорі 1 і 2 на малюнку, які розміщені майже вздовж одного меридіана, тобто пряме сходження їх однакове. Тоді кутова

відстань між цими зорями ϕ – це різниця схилень. 5° схилення на карті відповідає відстань 1,6 см, отже відстані 0,7 см на карті між позначеними зорями відповідає кутова відстань $\phi \approx 2,2^\circ$. (Якщо використовувати зорі з різним прямим сходженням, то для знаходження кутової



відстані між ними потрібно використовувати закони сферичної геометрії)

Порівнявши по фотографії відстані, виміряні лінійкою, між зорями (точками 1 і 2) l_3 та початком і кінцем сліду метеора l_M , можна отримати наступну пропорцію:

$$\frac{l_3}{l_M} = \frac{\varphi}{\beta}$$

$$\beta = \frac{l_M \cdot \varphi}{l_3} = \frac{7,8 \text{ см} \cdot 2,2^\circ}{1,3 \text{ см}} \approx 13^\circ$$

Можемо вважати, що точка спостереження і точки кінця і початку траєкторії утворюють рівнобедрений трикутник, в якому відома бісектриса d і кут при вершині β . Схематично зобразимо його, і позначимо на ньому потрібні нам величини: l – дійсна довжина траєкторії метеора, β – його кутова відстань, d – відстань від спостерігача до середини траєкторії.

Тоді з трикутника отримуємо, що довжина

$$l = 2d \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \approx 57 \text{ км}$$

траєкторії дорівнює:

Тоді середня швидкість на цьому відрізку шляху дорівнює 57 км/с.

