Câu 47. **[2H3-2.4-3] (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy A, B, C lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. Rõ ràng $D\in(ABC)$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AD}=(1;-2;0)$ nên $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AD}$, suy ra D nằm trên đường thẳng AB.

Bởi vậy, có 5 mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là (OAB), (OBC), (OAC), (ABC) và (OCD).

Câu 32: **[2H3-2.4-3] (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA=MB=MC$.

Tính $T=a+2b+3c.$

A. $T=5$. **B.** $T=3$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $\begin{cases}M\in(P)\\BM=AM\\BM=CM\end{cases}$ nên $\begin{cases}a+b+c-2=0\\(a-1)^2+b^2+c^2=(a-2)^2+b^2+(c-1)^2\\(a-1)^2+b^2+c^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=2\\2a+2c=4\\2b+2c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=1\end{cases}$ vậy $T=a+2b+3c=4.$

Câu 42. **[2H3-2.4-3] (CHUYÊN KHTN-LẦN 3-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

Gọi $N(x;y;z)$

Theo giả thiết ta có N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$ suy ra $\overrightarrow{OM}=\frac{12}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$

Do đó $M\left(\frac{12x}{x^2+y^2+z^2};\frac{12y}{x^2+y^2+z^2};\frac{12z}{x^2+y^2+z^2}\right)$.

Mặt khác $M\in(ABC)$ nên $6\frac{12x}{x^2+y^2+z^2}+3\frac{12y}{x^2+y^2+z^2}+2\frac{12z}{x^2+y^2+z^2}-12=0$

$\Leftrightarrow 6x+3y+2z-(x^2+y^2+z^2)=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$.

Do đó điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định $(S):x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$ có tâm $I\left(3;\frac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2}=\frac{7}{2}$.

Câu 49. **[2H3-2.4-3] (SỞ GD-ĐT PHÚ THỌ-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0+3y_0+z_0$ bằng

A. 11. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B.

Xét điểm I thỏa $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{0}$ suy ra $I(1;2;-2)$.

$2MA^2-MB^2+MC^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2$.

$2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I lên (P).

Lúc đó, đường thẳng MI có phương trình $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-3t\\z=-2+2t\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}x_0=1+3t\\y_0=2-3t\\z_0=-2+2t\end{cases}$.

Mà $3x_0-3y_0+2z_0-15=0\Leftrightarrow 3(1+3t)-3(2-3t)+2(-2+2t)-15=0\Leftrightarrow t=1$.

$2x_0+3y_0+z_0=2(1+3t)+3(2-3t)+(-2+2t)=6-t=5$.

Câu 30. **[2H3-2.4-3] (SỞ GD-ĐT SÓC TRĂNG-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

A. $M'(-4;0;-3)$. **B.** $M'(-4;-4;-1)$. **C.** $M'(4;2;1)$. **D.** $M'(-2;0;5)$.

Câu 30. **[2H3-2.4-3] (SỞ GD-ĐT SÓC TRĂNG-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

A. $M'(-4;0;-3)$. **B.** $M'(-4;-4;-1)$. **C.** $M'(4;2;1)$. **D.** $M'(-2;0;5)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng d qua M vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=4+4t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$

Gọi $H=d\cap(P) \Rightarrow H(0;1;-1)$.

M' đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm $MM' \Rightarrow M'(-4;0;-3)$.

Câu 19: **[2H3-2.4-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x+y+6z-1=0$ và $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB lên (P) có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{155}{61}}$. **B.** $\sqrt{\frac{237}{41}}$. **C.** $\sqrt{\frac{137}{41}}$. **D.** $\sqrt{\frac{255}{61}}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: A thuộc (P) nên hình chiếu của A lên (P) là điểm A.

Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên (P).

Lúc đó: Phương trình đường thẳng qua B vuông góc với (P) có dạng

$d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=1+6t \end{cases}$

Khi đó tạo độ điểm B' là giao điểm của d và (P) nên $B'\left(-\frac{47}{41};-\frac{3}{41};\frac{23}{41}\right)$

Vậy $AB'=\sqrt{\frac{237}{41}}$.

Câu 18: **[2H3-2.4-3] (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA-LẦN 2-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ tâm I và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(3;4;2)$. **D.** $M(4;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$. Do $d(I;(P))=9>R$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S). Do H là hình chiếu của I lên (P) và MH lớn nhất nên M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (P).

$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng IH là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=3-t\end{cases}$.

Giao điểm của IH với (S): $9t^2=9 \Leftrightarrow t=\pm 1 \Rightarrow M_1(3;4;2)$ và $M_2(-1;0;4)$.

$M_1H=d(M_1;(P))=12$; $M_2H=d(M_2;(P))=6$.

Vậy điểm cần tìm là $M(3;4;2)$.

Câu 41: **[2H3-2.4-3] (THPT LÊ QUÝ ĐÔN HẢI PHÒNG-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+2y+2z-6=0$. Trong (P) lấy điểm M và xác định điểm N thuộc đường thẳng OM sao cho $\overrightarrow{ON}.\overrightarrow{OM}=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm N luôn thuộc mặt cầu có phương trình $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+\left(z-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{4}$.

B. Điểm N luôn thuộc mặt cầu có phương trình $\left(x-\frac{1}{12}\right)^2+\left(y-\frac{1}{6}\right)^2+\left(z-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{16}$.

C. Điểm N luôn thuộc mặt phẳng có phương trình $x+2y+2z-1=0$.

D. Điểm N luôn thuộc mặt phẳng có phương trình $x+2y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn B.

Vì O, M, N thẳng hàng và $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=1$ nên $OM.ON=1$, do đó $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$.

Gọi $N(a;b;c)$, khi đó $M\left(\frac{a}{a^2+b^2+c^2};\frac{b}{a^2+b^2+c^2};\frac{c}{a^2+b^2+c^2}\right)$.

Vì $M\in(P)$ nên $\frac{a}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2b}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2c}{a^2+b^2+c^2}-6=0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-\frac{a}{6}-\frac{b}{3}-\frac{c}{3}=0 \Leftrightarrow \left(a-\frac{1}{12}\right)^2+\left(b-\frac{1}{6}\right)^2+\left(c-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{16}$.

Câu 47: **[2H3-2.4-3] (SGD Bắc Giang - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là

hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất ?

A. $a+b=-\frac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$x+my+(2m+1)z-m-2=0 \Leftrightarrow m(y+2z-1)+x+z-2=0$ (*)

Phương trình (*) có nghiệm với $\forall m$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y+2z-1=0 \\ x+z-2=0 \end{cases}$.

Suy ra (P) luôn đi qua đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1-2t \\ z=t \end{cases}$.

$K \in d \Rightarrow K(2-t;1-2t;t)$, $\vec{AK}(-t;-2t;t-3)$

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}(-1;-2;1)$

$\vec{AK}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t+4t+t-3=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $AH \le AK \Rightarrow AH_{\max}=AK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Vậy $a+b=\frac{3}{2}$.