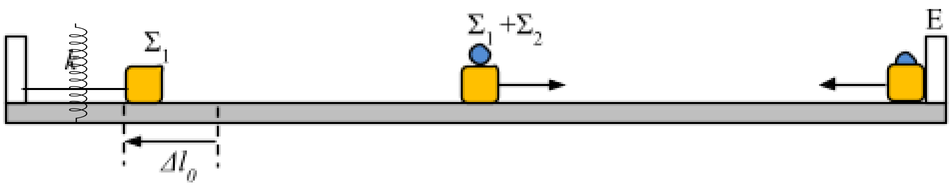
Όταν αλλάζει το είδος της κρούσης



Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σώμα $Σ_1$ μάζας $m = 0,1kg$, δεμένο στο ένα άκρο νήματος, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στον τοίχο. Μεταξύ του σώματος και του τοίχου βρίσκεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 40N/m$, συμπιεσμένο κατά $Δl_0 = 0,2m$, που έχει το αριστερό του άκρο στερεωμένο στον τοίχο, ενώ το δεξί απλώς ακουμπάει στο σώμα $Σ_1$. Κόβουμε το νήμα και το σώμα $Σ_1$ εκτοξεύεται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Λίγο μετά ένα κομμάτι πλαστελίνης $Σ_2$, μάζας m πέφτει κατακόρυφα με αμελητέα ταχύτητα και κολλάει στο $Σ_1$. Το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με πακτωμένο εμπόδιο Ε, ανακλάται και επιστρέφοντας συμπιέζει το ελατήριο κατά $Δl_1$.

i) Με ποια ταχύτητα εκτοξεύεται το σώμα $Σ_1$ από το ελατήριο;

ii) Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα ανακλάται από το εμπόδιο Ε;

iii) Ποια θα είναι η συμπίεση $Δl_1$ του ελατηρίου, από το συσσωμάτωμα $Σ_{1,2}$;

iv) Αν το πείραμα επαναλαμβάνεται με νέα πτώση πηλού, μήπως μπορείτε να γενικεύσετε τη σχέση που θα δίνει τη νιοστή συμπίεση του ελατηρίου; Ποια θα είναι η αντίστοιχη σχέση για την ενέργεια του ελατηρίου;

Απάντηση

i) Εφαρμόζουμε τη ΑΔΜΕ για την κίνηση του $Σ_1$, από τη θέση μέγιστης συμπίεσης του ελατηρίου μέχρι το σώμα να εγκαταλείψει το ελατήριο:

$$U_{ελ,0} = K_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kΔl_0^2 = \frac{1}{2}mυ_0^2 \Leftrightarrow υ_0 = Δl_0\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Με αντικατάσταση: $υ_0 = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{40}{0,1}} \Leftrightarrow υ_0 = 4\,m/s$

ii) Στη διεύθυνση της κίνησης του $Σ_1$ δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα $Σ_1$, $Σ_2$ άρα ισχύει η ΑΔΟ. Με θετική φορά δεξιά:

$$\vec{p}_{ΠΡΙΝ,x} = \vec{p}_{ΜΕΤΑ,x} \Leftrightarrow mυ_0 = 2mυ_{κ1} \Leftrightarrow υ_{κ1} = \frac{υ_0}{2} \quad (2)$$

Στον τοίχο η κρούση είναι ελαστική, άρα η ταχύτητα αντιστρέφεται και το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα $v_1 = -\upsilon_{\kappa 1} \xrightarrow{(2)} v_1 = -\frac{\upsilon_0}{2}$ (3)

Με αντικατάσταση $v_1 = -2m/s$.

iii) Η συμπίεση του ελατηρίου βρίσκεται από την ΑΔΜΕ

$$U_{\varepsilon\lambda,1} = K_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k\Delta l_1^2 = \frac{1}{2}2mv_1^2 \Leftrightarrow \Delta l_1 = |v_1|\sqrt{\frac{2m}{k}} \xrightarrow{(3)}$$

$$\Delta l_1 = \frac{\upsilon_0}{2}\sqrt{2\frac{m}{k}} \Leftrightarrow \Delta l_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\upsilon_0\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{(1)}$$

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l_0}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

Με αντικατάσταση

$$\Leftrightarrow \Delta l_1 = \frac{0,2}{\sqrt{2}}m = 0,1\sqrt{2}\,m$$

iv) Όταν γίνει δεύτερη επανάληψη του φαινομένου:

Ερμηνεύοντας τη σχέση (1), το σώμα θα εγκαταλείψει το ελατήριο με

$$\upsilon_1 = \Delta l_1\sqrt{\frac{k}{2m}} \quad (5)$$

Στην προσκόλληση της πλαστελίνης

$$\vec{p}_{\Pi PIN,x} = \vec{p}_{META,x} \Leftrightarrow 2m\upsilon_1 = 3m\upsilon_{\kappa 2} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_{\kappa 2} = \frac{2\upsilon_1}{3} \; (6)$$

Ακολουθεί η ανάκλαση με

$$v_2 = -\upsilon_{\kappa 2} \xrightarrow{(6)} v_2 = -\frac{2\upsilon_1}{3} \; (7)$$

και επανασυμπίεση ελατηρίου ώστε

$$U_{\varepsilon\lambda,2} = K_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k\Delta l_2^{\ 2} = \frac{1}{2}3mv_2^{\ 2} \Leftrightarrow \Delta l_2 = |v_2|\sqrt{\frac{3m}{k}} \xrightarrow{(7)}$$

$$\Delta l_2 = \frac{2\upsilon_1}{3}\sqrt{\frac{3m}{k}} \Leftrightarrow \Delta l_2 = \frac{2\upsilon_1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{(5)} \Delta l_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}\Delta l_1\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{\frac{m}{k}} \Leftrightarrow$$

$$\Delta l_2 = \frac{2}{\sqrt{3}\sqrt{2}}\Delta l_1 \xrightarrow{(4)} \Delta l_2 = \frac{2}{\sqrt{3}\sqrt{2}}\frac{\Delta l_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_0}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

Αν παρατηρήσουμε τις σχέσεις (4) και (8) βλέπουμε ότι μπορούμε γενικεύοντας να γράψουμε για τη νιοστή επανασυμπίεση

$$\Delta l_\nu = \frac{\Delta l_0}{\sqrt{\nu + 1}} \quad (9)$$

Η αντίστοιχη σχέση για την ενέργεια του ελατηρίου θα είναι

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta l_\nu^{\ 2} \xrightarrow{(9)} U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\frac{\Delta l_0^{\ 2}}{\nu + 1} \Leftrightarrow$$

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{U_{\varepsilon\lambda,0}}{\nu + 1}$$

Ανδρέας Ριζόπουλος