

FUNTZION BATEN LIMITEA INFINITUAN

(3) FUNTZIO ARRAZIONALEN LIMITEAK: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$

Azaltzeko ez dugu desberdinduko $+\infty$ eta $-\infty$, prozedura berdin garatzen delako.

BETI BEZALA, PROZEDURA HASTEN DA ORDEZKAPENAREKIN

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\infty}{\infty}$$

Ordezkatzean bi polinomioetan, beti, infinituen arteko zatiketa agertzen zaigu. Arazoa da jakin behar dugula zein infinito den handiago, gerta daitezke HIRU kasu

Behekoa handiagoa izan goikoa baino	Goikoa handiagoa izan beheko baino	Biak "parekoak" izan
$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
Eraitza: 0	Eraitza: $\pm \infty$	Eraitza: zenbaki bat ,ez zero

Hiru kasu desberdin daude, zenbakitzailearen eta izendatzailearen mailaren arabera:

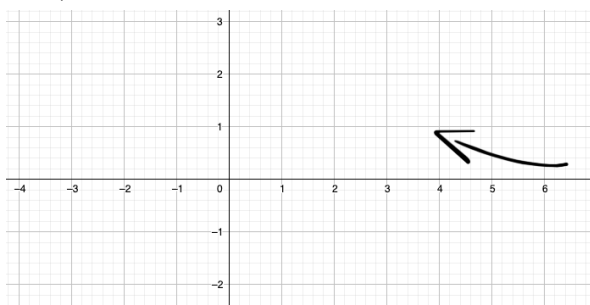
A) $\partial P(x) < \partial Q(x)$

A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^4}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^4} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indetermin.}$$

Hau da egiten dena, geratuko gara bai zenbakitzailean bai izendatzailean,
gai nagusiarekin, eta sinplifikatuko dugu geratuko zaigun zatiki aljebraikoa:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^4} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = (\text{ordezkatzuz berriz}) = \frac{1}{+\infty} = 0^+$$



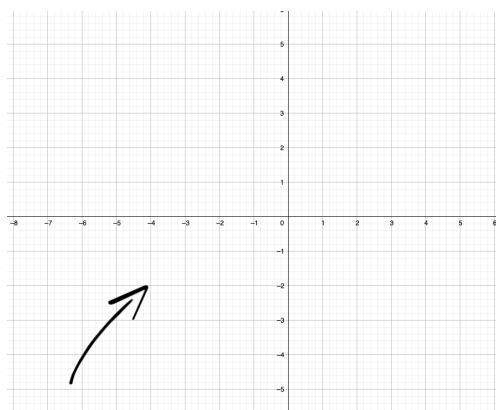
B) $\partial P(x) > \partial Q(x)$

B)
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6x + 1}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6x + 1}{x - 3} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indetermin.}$$

Hau da egiten dena, eratuko gara bai zenbakitzailean bai izendatzailean, gai nagusiarekin, eta sinplifikatuko dugu eratuko zaigun zatiki aljebraikoa:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6x + 1}{x - 3} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = (\text{ordezkaturaz berriz}) = -\infty$$

C) $\partial P(x) = \partial Q(x)$

C)
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 5} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indetermin.}$$

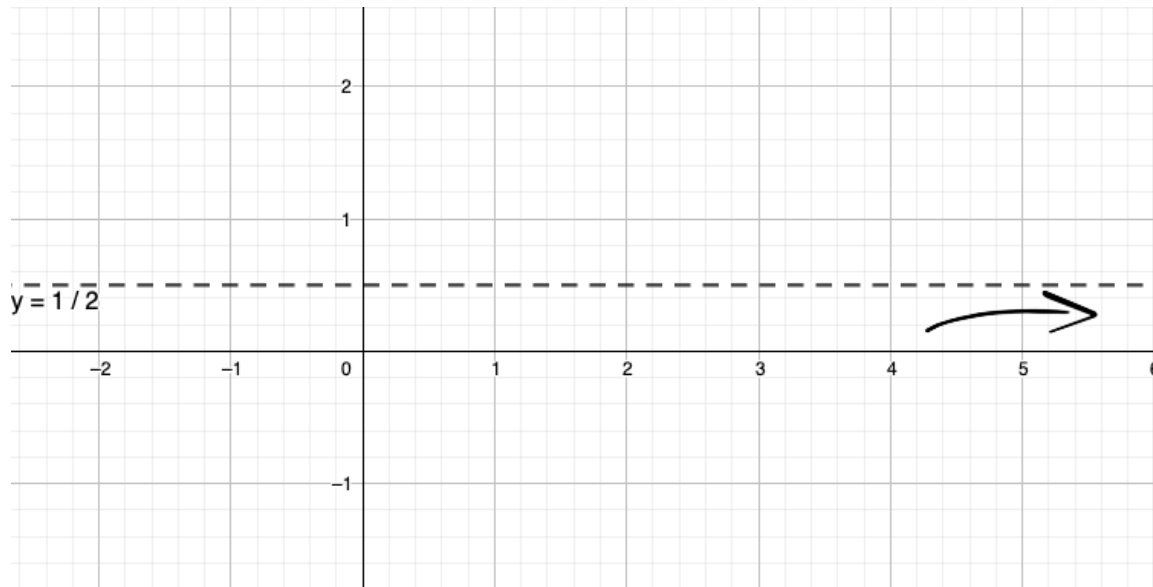
Hau da egiten dena, eratuko gara bai zenbakitzailean bai izendatzailean, gai nagusiarekin, eta sinplifikatuko dugu eratuko zaigun zatiki aljebraikoa:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 - 5} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Kasu honetan **ASINTOTA HORIZONTAL** bat dugu $y = 1/2$ zuzena. Bukatzeko, hausnartu behar dugu **funtzioaren kokapena** asintotarekiko. Honetako taula hau beteko dugu.

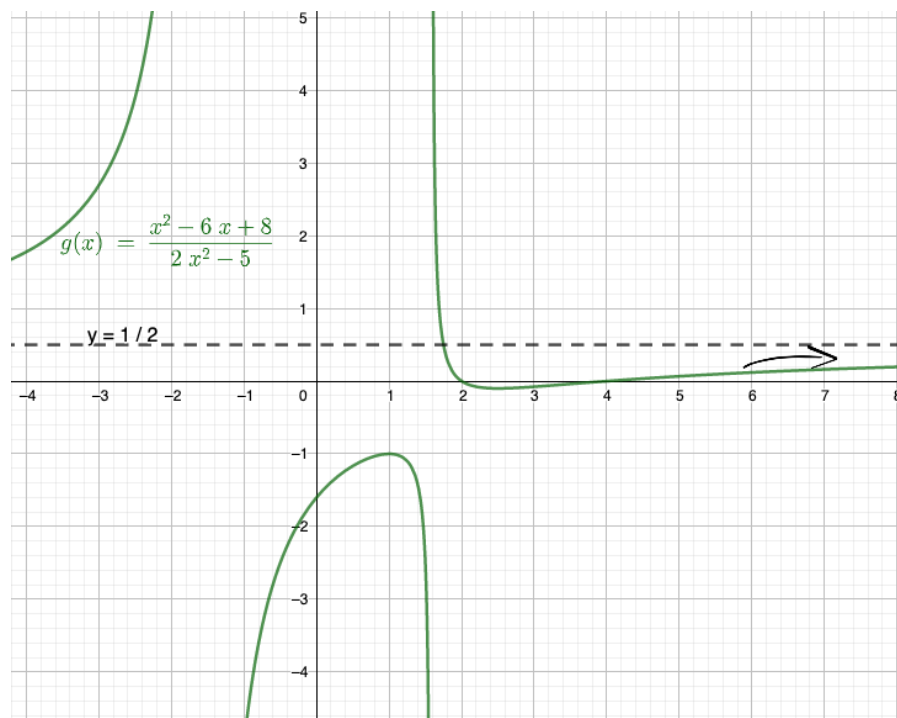
x	$y=f(x)$	$y=1/2$
100	$\frac{100^2 - 6 \cdot 100 + 8}{2 \cdot 100^2 - 5} = 0,4705$	$< 0,5$

Funtzioa asintota horizontalaren azpitik hurbiltzen da eskuinalderantz



Funtzioa Geogebra irudikatuta hobeto ulertuko dugun lortu duguna.

[esteka](#)



ARIKETAK*Liburuko 296. orria*

21 Kalkulatu limitea $x \rightarrow +\infty$ doanean eta $x \rightarrow -\infty$ doanean eta irudikatu emaitzak.

a) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{3x^2}{(x-1)^2}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2-10}$

d) $f(x) = \frac{1-12x^2}{3x^2}$

e) $f(x) = \frac{5-2x}{x^2+1}$

f) $f(x) = \frac{1-x}{(2x+1)^2}$